

数学系统精讲

方程与不等式

MBA大师——董璞

一元二次方程

【方程】含有未知数的等式。

【方程的解】使方程左右两边相等的未知数的值，叫做方程的解。

【一元二次方程】只含有一个未知数（一元），并且未知数项的最高次数是二次的整式方程。

1. 标准形式 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 求根公式，韦达定理，抛物线

2. 顶点式 $a(x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{4ac-b^2}{4a} = 0$ ($a \neq 0$) 求极值，求对称轴

3. 两根式 $a(x - x_1)(x - x_2) = 0$ ($a \neq 0, \Delta \geq 0$) 分解因式，求根

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

基础知识

1. 求根公式
2. 根的判别式 Δ
3. 根与系数关系（韦达定理）
4. 图像

出题套路

求根公式

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的解为 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论字融更多学习干货

根的判别式 Δ

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)的解为 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- $\Delta < 0$ 时 $ax^2 + bx + c = 0$ 无实数根
- $\Delta = 0$ 时 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个相等的实数根
- $\Delta > 0$ 时 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数根

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

基础知识

1. 求根公式
2. Δ 的概念和意义
3. 韦达定理
4. 图像

出题套路

1. 仅给出根的数量，求系数： Δ

套路一

仅给出根的数量，求系数—— Δ

【词汇1】方程有实根/两个相等的根/两个不相等的根

$$\Delta \geq 0 \quad \Delta = 0 \quad \Delta > 0$$

【词汇2】无实根

$$\Delta < 0$$

【词汇3】有增根（分母等于0，根号下小于0）

分式方程含有 $(x - a)$ ，有根 a

根式方程含有 $\sqrt{x - a}$ ，有根 $x < a$ ，或根不适合等式

套路一·词汇1

方程有实根/两个相等的根/两个不相等的根

【2012.1.16】一元二次方程 $x^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不同实根.

(1) $b < -2$.

(2) $b > 2$.

选D



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论学题更多学习干货

套路一·词汇1

.....

【2013.1.19】已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，则方程 $f(x) = 0$ 有两个不同实根.

- (1) $a + c = 0$.
- (2) $a + b + c = 0$.

选A

套路一·词汇1

.....

【2014.21】方程 $x^2 + 2(a + b)x + c^2 = 0$ 有实根.

- (1) a, b, c 是一个三角形的三边长.
- (2) 实数 a, c, b 成等差数列.

选D

套路一·词汇1

.....

【2014.21改】方程 $x^2 + 2(a + b)x + c^2 = 0$ 有两个不相等的实根.

- (1) a, b, c 是一个三角形的三边长.
- (2) 实数 a, c, b 成等差数列.

选A

套路一·词汇2 无实根

.....

【2010.10.21】一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 无实根.

- (1) a, b, c 成等比数列，且 $b \neq 0$.
- (2) a, b, c 成等差数列.

选A



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论字题更多学习干货

套路一·词汇3

解分式方程：

$$\frac{x}{x-2} - \frac{2}{x-2} = 0$$

解无理方程：

$$\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-1} = 0$$

$$\sqrt{x+2} - x = 0$$

套路一·词汇3 有增根

【例】关于 x 的方程 $\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{m-x}{2-x}$ 有增根，那么 m 的值为（ ）

- A.1 B.2 C.-1 D.-2 E.0

选A

套路一·词汇3 有增根

【2009.10.20】关于 x 的方程 $\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{1-x}{2-x} + \frac{x+1}{x-|a|} = 2 - \frac{3}{|a|-x}$ 有相同的增根.

- (1) $a = 2$.
(2) $a = -2$.

选D

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

基础知识

1. 求根公式
2. Δ 的概念和意义
3. 根与系数关系（韦达定理）
4. 图像

出题套路

1. 仅给出根的数量，求系数： Δ



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论学题更多学习干货

根与系数关系

.....

设方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个根为 x_1, x_2 , 则有:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

根与系数关系

.....

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$$

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

.....

基础知识

1. 求根公式
2. Δ 的概念和意义
3. 根与系数关系 (韦达定理)
4. 图像

出题套路

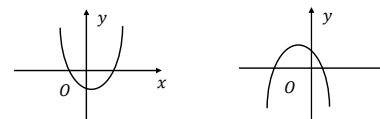
1. 仅给出根的数量, 求系数: Δ

图像

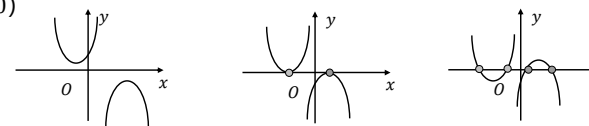
.....

$y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 代表一条抛物线。

1. a 的正负性 \leftrightarrow 开口方向 ($a \neq 0$)



2. 与 x 轴交点横坐标 $\leftrightarrow ax^2 + bx + c = 0$ 的根 ($a > 0$; $a < 0$)

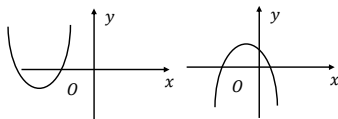


关注MBA大师公众号

及时了解各考管论学题更多学习干货

图像

3. 顶点、对称轴 $y = a(x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{4ac-b^2}{4a}$



顶点 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ 、最值 $f(-\frac{b}{2a}) = \frac{4ac-b^2}{4a}$

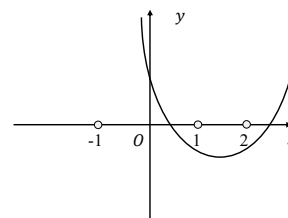
对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$; $f(-\frac{b}{2a} + m) = f(-\frac{b}{2a} - m)$

4. 与y轴的交点 (y轴的截距) $f(0) = c$

图像

【例】已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像如下:

在下列代数式中: (1) $a + b + c$; (2) $a - b + c$; (3) abc ; (4) $4a + b$; (5) $b^2 - 4ac$, 值为正数的有 () 个。



答案: 3

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

基础知识

1. 求根公式
2. Δ 的概念和意义
3. 根与系数关系 (韦达定理)
4. 图像

出题套路

1. 仅给出根的数量, 求系数: Δ
2. 仅给出两根的正负关系, 求系数: 根与系数关系/图像

套路二

仅给出两根的正负关系, 求系数。

【词汇4】 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一正一负两个根

前提: $\Delta > 0$, 1. $x_1 x_2 = \frac{c}{a} < 0$
2. 若开口向上, 则y轴截距 $f(0) < 0$, 反之亦然。

【词汇5】 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不等的负根

前提: $\Delta > 0$, 1. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} < 0$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a} > 0$
2. 对称轴 $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{2a} < 0$, 若开口向上, 则y轴截距 $f(0) > 0$, 反之亦然。

【词汇6】 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不等的正根

前提: $\Delta > 0$, 1. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a} > 0$
2. 对称轴 $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{2a} > 0$, 若开口向上, 则y轴截距 $f(0) > 0$, 反之亦然。



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论字融更多学习干货

套路二·词汇4

.....

【2005.10.5】方程 $x^2 + ax + b = 0$ 有一正一负两个实根.

(1) $b = -C_4^3$.

(2) $b = -C_7^5$.

选D

套路二·词汇4

.....

【例】关于 x 的方程 $(m-2)x^2 - (3m+6)x + 6m = 0$, 若有两个异号根, 且负根绝对值大于正根, 则 m 的取值范围包含 (E) 个整数.

(A) 5

(B) 4

(C) 3

(D) 2

(E) 1

套路二·词汇5

.....

【2005.1.4】方程 $4x^2 + (a-2)x + a-5 = 0$ 有两个不等的负实根.

(1) $a < 6$.

(2) $a > 5$.

选C

套路二·词汇6

.....

【例】已知方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 有两个不相等的正根, 则 m 的取值范围是 (C)

A. $m > 0$ B. $m < 1$ C. $-1 < m < 0$ D. $m < -1$ E. $0 < m < 1$ 

关注MBA大师公众号

及时了解各考管论字题更多学习干货

套路二·词汇6

.....

【2007.1.8】方程 $\sqrt{x-p} = x$ 有两个不相等的正根。

(1) $p \geq 0$.

(2) $p < \frac{1}{4}$

选E

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

.....

基础知识

1. 求根公式
2. Δ 的概念和意义
3. 根与系数关系 (韦达定理)
4. 图像

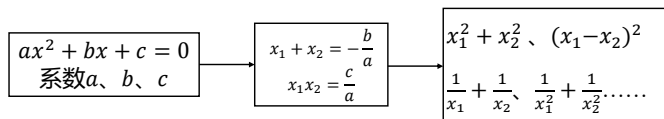
出题套路

1. 仅给出根的数量, 求系数: Δ
2. 仅给出两根的正负关系, 求系数: 根与系数关系
3. 给出/要求关于两根的算式: 根与系数关系

套路三

.....

给出/要求关于两根的算式



【词汇7】给出方程, 求关于两根的算式。

【词汇8】给出关于两根的算式, 求方程系数。

套路三·词汇7

.....

【1997.10.14】已知二次方程 $x^2 - 2ax + 10x + 2a^2 - 4a - 2 = 0$ 有实根, 求其两根之积的最小值是 (A)

- (A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1 (E) -6



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论字题更多学习干货

套路三·词汇7

.....

【1997.10.14改】已知二次方程 $x^2 - 2ax + 10x + 2a^2 - 4a - 2 = 0$ 有实根，则其两根之积的最大值 196

套路三·词汇7

.....

【2012.10.18】 a 、 b 为实数，则 $a^2 + b^2 = 16$.

- (1) a 和 b 是方程 $2x^2 - 8x - 1 = 0$ 的两个根.
(2) $|a - b + 3|$ 与 $|2a + b - 6|$ 互为相反数.

选E

套路三·词汇7

.....

【2015.9】已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 + ax - 1 = 0$ 的两个实根，则 $x_1^2 + x_2^2 =$ (A)

- (A) $a^2 + 2$ (B) $a^2 + 1$ (C) $a^2 - 1$ (D) $a^2 - 2$ (E) $a + 2$

套路三·词汇7

.....

【2013.1.13】已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，若 a_2 与 a_{10} 是方程 $x^2 - 10x - 9 = 0$ 的两个根，则 $a_5 + a_7 =$ (D)

- (A) -10 (B) -9 (C) 9 (D) 10 (E) 12



关注MBA大师公众号

及时了解最新考情与备考干货

套路三·词汇7

.....
【2002.1.7】已知方程 $3x^2 + 5x + 1 = 0$ 的两个根为 α 、 β ，则 $\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} + \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} =$ (B)

- (A) $-\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{5}$ (E) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

套路三·词汇8

.....
【1997.1.2】若 $x^2 + bx + 1 = 0$ 的两个根为 x_1 和 x_2 ，且 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$ ，
则 b 的值是(B)

- (A) -10 (B) -5 (C) 3 (D) 5 (E) 10

套路三·词汇8

.....
【1999.10.7】设方程 $3x^2 - 8x + a = 0$ 的两个实根为 x_1 和 x_2 ，若 $\frac{1}{x_1}$ 和 $\frac{1}{x_2}$
的算术平均值为2，则 a 的值是 (E)

- A.-2 B.-1 C.1 D. $\frac{1}{2}$ E.2

套路三·词汇8

.....
【2001.10.4】已知方程 $3x^2 + px + 5 = 0$ 的两个根 x_1 、 x_2 满足
 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$ ，则 $p=$ (D)

- (A) 10 (B) -6 (C) 6 (D) -10 (E) 12



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论学题更多学习干货

套路三·词汇8

.....

【2003.1.9】一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的两根之差的绝对值为4.

- (1) $b = 4, c = 0$.
(2) $b^2 - 4c = 16$.

选D

套路三·词汇8

.....

【2016.12】设抛物线 $y = x^2 + 2ax + b$ 与 x 轴相交于 A 、 B 两点，点 C 坐标为 $(0,2)$ ，若 $\triangle ABC$ 的面积等于6，则 (A)

- (A) $a^2 - b = 9$ (B) $a^2 + b = 9$ (C) $a^2 - b = 36$
(D) $a^2 + b = 36$ (E) $a^2 - 4b = 9$

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

.....

基础知识

1. 求根公式
2. Δ 的概念和意义
3. 根与系数关系 (韦达定理)
4. 图像

出题套路

1. 仅给出根的数量，求系数： Δ
2. 仅给出两根的正负关系，求系数：根与系数关系
3. 给出/要求关于两根的算式：根与系数关系
4. 仅给出根的范围：图像

套路四

.....

仅给出根的范围：图像

【词汇9】二次方程在 $[a, b]$ 范围中只有一个根

1. $\Delta > 0$
2. $f(a)$ 和 $f(b)$ 一正一负，即 $f(a) \cdot f(b) < 0$

【词汇10】二次方程两个根都在 $[a, b]$ 范围中

1. $\Delta > 0$,
2. 对称轴在 $[a, b]$ 范围内
3. $a > 0$ 时， $f(a) \geq 0, f(b) \geq 0$ ，反之亦然。

【词汇11】 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根大于 m ，一个根小于 m (某数在两根之间)

1. $\Delta > 0$
2. $f(m)$ 和 a 异号， $af(m) < 0$

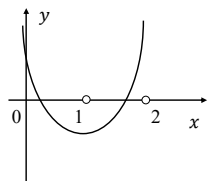


关注MBA大师公众号

及时了解各考管论字题更多学习干货

套路四·词汇9

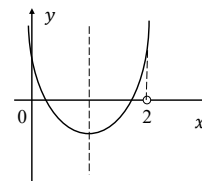
【1998.1.7】要使方程 $3x^2 + (m-5)x + m^2 - m - 2 = 0$ 的两根 x_1, x_2 分别能满足 $0 < x_1 < 1$ 和 $1 < x_2 < 2$, 实数 m 的取值范围是 (A)



- A. $-2 < m < -1$ B. $-4 < m < -1$ C. $-4 < m < -2$
 D. $\frac{-1-\sqrt{65}}{2} < m < -1$ E. $-3 < m < 1$

套路四·词汇10

【例】关于 x 的方程 $x^2 + (a-1)x + 1 = 0$ 有两相异实根, 且两根均在区间 $[0, 2]$ 上, 则实数 a 的取值范围 (B)

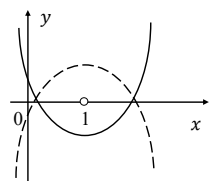


- (A) $-1 \leq a < 1$ (B) $-\frac{3}{2} \leq a < -1$ (C) $-\frac{3}{2} \leq a < 1$
 (D) $-\frac{3}{2} \leq a < 0$ (E) 以上选项均不正确

套路四·词汇11

【2008.1.21】方程 $2ax^2 - 2x - 3a + 5 = 0$ 的一个根大于1, 另一个根小于1.

- (1) $a > 3$.
 (2) $a < 0$.



选D

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

- | | |
|------|--|
| 基础知识 | 1. 求根公式 |
| | 2. Δ 的概念和意义 |
| | 3. 根与系数关系 (韦达定理) |
| | 4. 图像 |
| 出题套路 | 1. 仅给出根的数量, 求系数: Δ |
| | 2. 仅给出两根的正负关系, 求系数: 根与系数关系 |
| | 3. 给出/要求关于两根的算式: 根与系数关系 |
| | 4. 仅给出根的范围: 图像 |
| | 5. 给出过点、对称轴、根关系等, 求系数值: 根与系数关系/函数图像/ Δ (联立条件求解) |



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论字融更多学习干货

套路五

给出过某点、对称轴、根关系，求系数 a 、 b 、 c 的具体值：联立条件求解

【词汇11】函数过点 $(0,1)$, $(1,1)$, (m,n)

直接代入：

$$f(0) = 1, \quad c = 1$$

$$f(1) = 1, \quad a + b + c = 1$$

$$f(m) = n, \quad am^2 + bm + c = 0$$

【词汇12】方程对称轴是 $x = m$ / 两根之和为 $2m$ / 两根之积 / 两根之差为 n

$$\text{对称轴 } -\frac{b}{2a} = m$$

$$(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$$

套路五·词汇11

【2014.1.16】已知曲线 $l: y = a + bx - 6x^2 + x^3$ ，则 $(a + b - 5)(a - b - 5) = 0$ 。

(1) 曲线 l 过点 $(1,0)$ 。

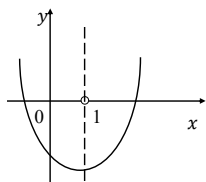
(2) 曲线 l 过点 $(-1,0)$ 。

选A

套路五·词汇

【2013.1.12】已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 1$ ，且过点 $(-1,1)$ 则

(A)



(A) $b = -2, c = -2$

(B) $b = 2, c = 2$

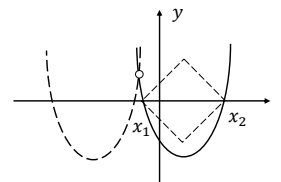
(C) $b = -2, c = 2$

(D) $b = -1, c = -1$

(E) $b = 1, c = 1$

套路五·词汇

【2013.1.12改】已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于两点，以这两点为对角线的正方形面积为6，且抛物线过点 $(-1,1)$ 则 (A)



(A) $b = -2$ 或 $b = 6$

(B) $b = 2$ 或 $b = -2$

(C) $b = -2$ 或 $b = -6$

(D) $b = -1$ 或 $b = 2$

(E) $b = 1$ 或 $b = -2$



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论字题更多学习干货

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

基础知识

1. 求根公式
2. Δ 的概念和意义
3. 根与系数关系（韦达定理）
4. 图像

出题套路

1. 仅给出根的数量，求系数： Δ
2. 仅给出两根的正负关系，求系数：根与系数关系
3. 给出/要求关于两根的算式：根与系数关系
4. 仅给出根的范围：图像
5. 给出过点、对称轴、根关系等，求系数值：联立条件求解
6. 高次方程：降次

套路六

高次方程：降次（提因式、替换）

【词汇12】给出一个根的值，如有根为0、有根为1等。

$f(0) = c = 0$ ，即常数项为0

$f(x)$ 可以被 $(x-1)$ 整除（因式分解/因式定理）

【词汇13】给出关于 x 的高次幂和低次幂之间的关系式，如 $x^2 - 3x + 1 = 0$

将高次幂用低次幂表示

如： $x^2 + 1 = 3x$

套路六·词汇12

【2011.10.8】若三次方程 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 的三个不同实根 x_1, x_2, x_3 满足： $x_1 + x_2 + x_3 = 0, x_1x_2x_3 = 0$ ，则下列关系式中恒成立的是（B）

- (A) $ac = 0$ (B) $ac < 0$ (C) $ac > 0$
 (D) $a + c < 0$ (E) $a + c > 0$

套路六·词汇12

【2000.1.5】已知方程 $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$ 的三个根为 $x_1 = -1, x_2,$

x_3 ，则 $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} =$ （A）

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论学题更多学习干货

套路六·词汇13

【2009.1.21】 $2a^2 - 5a - 2 + \frac{3}{a^2+1} = -1$.

(1) a 是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根.

(2) $|a| = 1$.

选A

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

基础知识

1. 求根公式
2. Δ 的概念和意义
3. 根与系数关系（韦达定理）
4. 图像

出题套路

1. 仅给出根的数量，求系数： Δ
2. 仅给出两根的正负关系，求系数：根与系数关系
3. 给出/要求关于两根的算式：根与系数关系
4. 仅给出根的范围：图像
5. 给出过某点、对称轴、根关系等，求系数值：联立条件求解
6. 高次方程：替换、降次

不等式知识导图

基础知识

1. 不等式相加及化简
2. 不等式去绝对值/去平方
3. 不等式条件充分性判断
4. 分式不等式等价转换
5. 穿根法（数轴标根法）
6. 多项式、方程、函数、不等式

出题套路

基础1·不等式相加及化简

1. 可加不可减，相加要同向
2. 乘负数变方向（未知正负不能乘）

$x > 3, y > 5$, 则 $x + y$?

$x > 3, y < 5$, 则 $x + y$?



关注MBA大师公众号

及时了解最新考情与学习方法

基础1•不等式相加及化简

.....

【2016.19】设 x, y 是实数, 则 $x \leq 6, y \leq 4$.

- (1) $x \leq y + 2$.
- (2) $2y \leq x + 2$.

选C

基础2•不等式去绝对值/去平方

.....

$|x| \leq 4$, 则 x ?

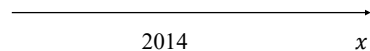
$x^2 \leq 16$, 则 x ?

基础3•充分性判断基础 小范围充分推出大范围

.....

【2014.10.16】 $x \geq 2014$.

- (1) $x > 2014$.
- (2) $x = 2014$.



选D

基础3•充分性判断基础 小范围充分推出大范围

.....

【例】不等式 $(x - 2)(x + 2) > 1$ 成立

- (1) $x < 2$
- (2) $x > 3$

选B



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论字题更多学习干货

基础4·分式不等式等价转换

.....

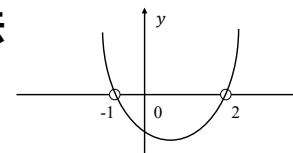
$$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \cdot g(x) \leq 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \cdot g(x) \geq 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

基础5·穿根法

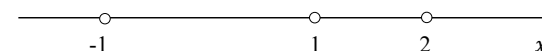
.....

$$(x-2)(x+1) > 0$$



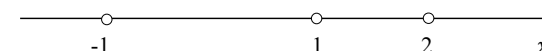
$$(x-2)(x+1)(x-1) > 0$$

自上而下 自右向左



$$(x-2)^2(x+1)^3(x-1) > 0$$

奇过偶不过



不等式知识导图

.....

基础知识

1. 不等式相加及化简
2. 不等式去绝对值/去平方
3. 不等式条件充分性判断
4. 分式不等式等价转换
5. 穿根法 (数轴标根法)
6. 多项式、方程、函数、不等式

出题套路

基础6·多项式、方程、函数、不等式

.....

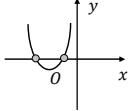
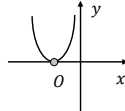
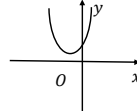
	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
多项式	可因式分解	可因式分解	不可因式分解
$ax^2 + bx + c$	$a(x-x_1)(x-x_2)$	$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$	
一元二次方程	两个相异实根	两个相同实根	无实根
$ax^2 + bx + c = 0$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	



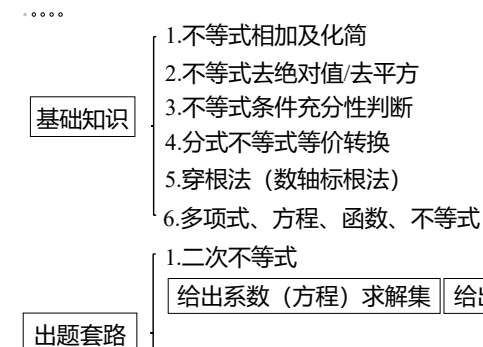
关注MBA大师公众号

及时了解各考管论字题更多学习干货

基础6•多项式、方程、函数、不等式

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (以 $a > 0$ 为例)			
不等式	解集	解集	解集
$ax^2 + bx + c > 0$	$x < x_1$ 或 $x > x_2$	$x \neq -\frac{b}{2a}$	$(-\infty, +\infty)$
$ax^2 + bx + c < 0$	$x_1 < x < x_2$	无解	无解

不等式知识导图



套路一•一元二次不等式

.....

【词汇1】已知不等式 (系数), 求解集。

1. 求二次方程的根
2. 开口方向决定不等式取两边, 还是取中间。

【词汇2】已知解集, 求系数。

- 一元二次不等式解集为 $x < m$ 或 $x > n$
- 一元二次不等式解集为 $m < x < n$

$x = m, x = n$ 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根
→ 代入两根/根与系数关系 (韦达定理)

套路一•词汇1 已知不等式 (系数), 求解集。

.....

【2007.10.10】 $x^2 + x - 6 > 0$ 的解集是 (D)

- (A) $(-\infty, -3)$ (B) $(-3, 2)$ (C) $(2, +\infty)$
 (D) $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$ (E) 以上结论均不正确



关注MBA大师公众号

及时了解最新考情资讯更多学习资料

套路一·词汇1 已知方程（系数），求解集。

· · · · ·

【2005.1.3】满足不等式 $(x+4)(x+6)+3 > 0$ 的所有实数 x 的集合是 (E)

- A. $[4, +\infty)$ B. $(4, +\infty)$ C. $(-\infty, -2]$ D. $(-\infty, -1)$ E. $(-\infty, +\infty)$

套路一·词汇2 已知解集，求系数。

· · · · ·

【例】已知 $-2x^2 + 5x + c \geq 0$ 的解为 $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ ，则 $c =$ (B)

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) 3 (C) $-\frac{1}{3}$ (D) -3 (E) $\frac{1}{2}$

套路一

· · · · ·

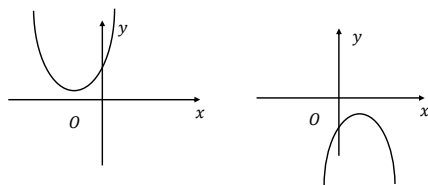
【词汇2】已知解集，求系数。

根与系数关系（韦达定理）

【词汇3】恒大于0或者恒小于0，求系数

【对任意 x 的值都大于0】，说明开口向上且 $\Delta < 0$

【对任意 x 的值都小于0】，说明开口向下且 $\Delta < 0$


套路一·词汇3 恒大于0/恒小于0，求系数。

· · · · ·

【例】已知对于任意实数 x ，不等式 $(a+2)x^2 + 4x + (a-1) > 0$ 都成立，则 a 的取值范围是 (D)

- A. $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2) \cup [2, +\infty)$
C. $(-2, 2)$ D. $(2, +\infty)$ E. 以上结论均不正确



关注MBA大师公众号

及时了解最新考情与备考资料

套路一·词汇3 恒大于0/恒小于0, 求系数。

.....

【例】实数 k 的取值范围是 $(-\infty, 2) \cup (5, +\infty)$

- (1) 关于 x 的方程 $kx + 2 = 5x + k$ 的根是非负实数
 (2) 对于任意的 x , 有 $x^2 - 2kx + (7k - 10) > 0$

选E

不等式知识导图

.....

基础知识

1. 不等式相加及化简
2. 不等式去绝对值/去平方
3. 不等式条件充分性判断
4. 分式不等式等价转换
5. 穿根法 (数轴标根法)
6. 多项式、方程、函数、不等式

出题套路

1. 二次不等式
2. 带绝对值的不等式

套路二：带绝对值的不等式 遇到绝对值首先考虑去掉绝对值

.....

绝对值内为一次的不等式

几何意义：两个绝对值的和/差，多个绝对值的和【词汇】

定义：零点分段，注意曾根

绝对值内为二次的不等式

【词汇4】 $|ax^2 + bx + c| : \Delta < 0$; 不等式去绝对值

【词汇5】 $ax^2 + b|x| + c = a|x|^2 + b|x| + c$

套路二·带绝对值的不等式

.....

【例】不等式 $|x - 1| + |x - 3| > 4$ 的解集为： $x < 0$ 或 $x > 4$



$|x - a| + |x - b|$: x 在 a 、 b 之间时绝对值之和等于 a 、 b 的距离 $|a - b|$, 同时也是函数的最小值, 函数无最大值。



关注MBA大师公众号

及时了解最新考情学情更多学习资料

套路二·带绝对值的不等式

.....

【例】不等式 $|x+2| \geq |x|$ 成立 选D

(1) $x \geq -1$

(2) $x \geq 1$

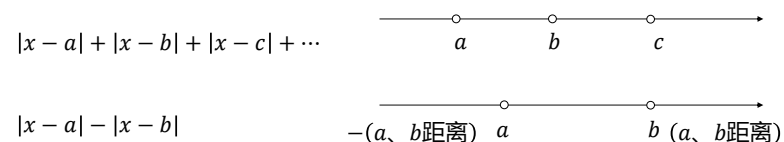


$|x-a| - |x-b|$: x 在 a 、 b 中点时函数值为0。

x 在 a 、 b 外时绝对值之差分别为 a 、 b 的距离 $|a-b|$ 和其距离相反数为 $-|a-b|$ ，它们同时也是函数的最大值和最小值。

总结·绝对值的几何意义

.....



适用题目特征

- 1) 几个绝对值式子加或者减，不能有乘除；
- 2) 只有一个未知量 x ， x 加或减的为具体数字，或代表数字的字母；
- 3) x 系数为1，且只在绝对值内出现；

套路二·带绝对值的不等式

.....

【2012.10.25】 $x^2 - x - 5 > |2x - 1|$

(1) $x > 4$

(2) $x < -1$

选A

套路二·带绝对值的不等式

.....

【例】不等式 $|x^2 + x + 1| > 1$ 的解集为： $x < -1$ 或 $x > 0$



关注MBA大师公众号

及时了解最新考情资料更多学习资料

套路二·带绝对值的不等式

.....

【例】不等式 $|x^2 - x - 4| > 2$ 的解集为： $x > 3$ 、 $x < -2$ 或 $-1 < x < 2$

套路二·带绝对值的不等式

.....

【例】已知关于 x 的方程 $x^2 + (a - 2)|x| - 2a = 0$ 有两个不同的实数根，则系数 a 的取值范围是（ C ）

- (A) $a > 0$ (B) $a < 0$ (C) $a > 0$ 或 $a = -2$
 (D) $a = -2$ (E) $a < 0$ 或 $a = -2$

套路二·带绝对值的不等式

.....

【2002.1.6】已知关于 x 的方程 $x^2 - 6x + (a - 2)|x - 3| + 9 - 2a = 0$ 有两个不同的实数根，则系数 a 的取值范围是（ C ）

- (A) $a > 0$ (B) $a < 0$ (C) $a > 0$ 或 $a = -2$
 (D) $a = -2$ (E) $a < 0$ 或 $a = -2$

不等式知识导图

.....

基础知识

1. 不等式相加及化简
2. 不等式去绝对值/去平方
3. 不等式条件充分性判断
4. 分式不等式等价转换
5. 穿根法（数轴标根法）
6. 多项式、方程、函数、不等式

出题套路

1. 二次不等式
2. 带绝对值的不等式
3. 高次不等式/分式不等式（几个式子相乘/相除，求解集）



关注MBA大师公众号

及时了解最新考情及更多学习资料

套路三：几个式子相乘

.....

【词汇6】几个式子相乘，求解集

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 > 0 \text{ (首项 } a_n > 0 \text{)}$$

首项系数化为正→移项使不等号右侧化为0→因式分解化为几个因式乘积形式

$$(\quad) \cdot (\quad) \cdots (\quad) > 0$$

寻找恒为正的式子
($\Delta < 0$)

恒为正的式子不影响解集

穿根法

小范围推大范围

套路三：几个式子相乘

.....

【1999.10.6】不等式 $(x^4 - 4) - (x^2 - 2) \geq 0$ 的解集是 (A)

A. $x \geq \sqrt{2}$ 或 $x \leq -\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ C. $x > \sqrt{3}$ 或 $x < -\sqrt{3}$

D. $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ E. 空集

套路三：几个式子相乘

.....

【2008.1.26】 $(2x^2 + x + 3)(-x^2 + 2x + 3) < 0$.

(1) $x \in [-3, -2]$.

(2) $x \in (4, 5)$.

选D

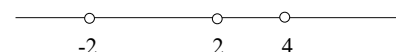
套路三：几个式子相乘

.....

【2009.1.23】 $(x^2 - 2x - 8)(2 - x)(2x - 2x^2 - 6) > 0$.

(1) $x \in (-3, -2)$.

(2) $x \in [2, 3]$.



选E



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论学题更多学习干货

套路三：几个式子相乘/相除

【词汇7】几个式子相除，求解集

$$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \cdot g(x) \geq 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases} \quad \frac{f(x)}{g(x)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \cdot g(x) \leq 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$$

寻找恒大于0的式子
($\Delta < 0$)

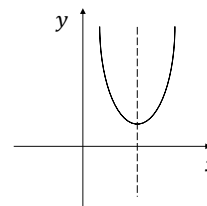
恒为正的式子不影响解集

穿根法

小范围推大范围

套路三·几个式子相除

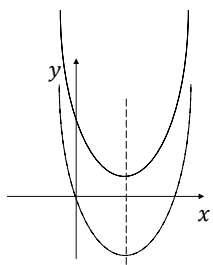
【2012.10.14】若不等式 $\frac{(x-a)^2 + (x+a)^2}{x} > 4$ 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立，则常数 a 的取值范围是 (E)



- A. $(-\infty, -1)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-1, 1)$
D. $(-1, +\infty)$ E. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

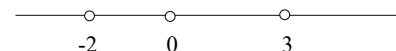
套路三·几个式子相除

【2012.10.14改】若不等式 $\frac{(x-a)^2 + (x+a)^2}{x} > 4$ 对 $x \in (2, +\infty)$ 恒成立，则常数 a 的取值范围是： $(-\infty, +\infty)$



套路三：几个式子相除

【例】不等式 $\frac{x(x+2)}{x-3} < 0$ 的解集为 (A)



- A. $x < -2$ 或 $0 < x < 3$ B. $-2 < x < 0$ 或 $x > 3$ C. $x < -2$ 或 $x > 0$
D. $x < 0$ 或 $x > 3$ E. 以上结论均不正确



关注MBA大师公众号

及时了解备考资讯获取更多学习资料

套路三：几个式子相除

.....

【2013.10.5】不等式 $\frac{x^2-2x+3}{x^2-5x+6} \geq 0$ 的解集是(E)

- A. (2,3) B. $(-\infty, 2]$ C. $[3, +\infty)$
 D. $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$ E. $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$

套路三：几个式子相除

.....

【2013.10.5改】不等式 $\frac{x^2-2x+3}{x^2-5x+7} \geq 0$ 的解集是: $(-\infty, +\infty)$

不等式知识导图

.....

基础知识

1. 不等式相加及化简
2. 不等式去绝对值/去平方
3. 不等式条件充分性判断
4. 分式不等式等价转换
5. 穿根法 (数轴标根法)
6. 多项式、方程、函数、不等式

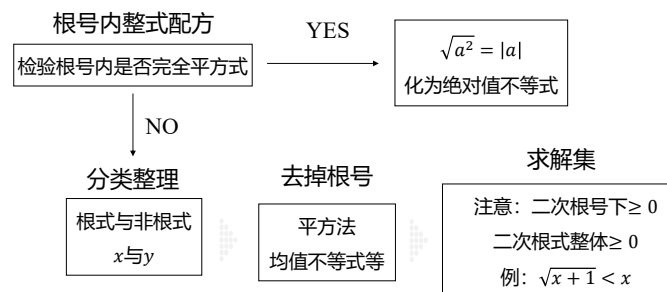
出题套路

1. 二次不等式
2. 带绝对值的不等式
3. 高次不等式/分式不等式 (几个式子相乘/相除, 求解集)
4. 无理不等式 (x 在根号内的不等式)

遇到根号, 去掉根号 根式整体非负, 根号下非负

套路四：无理不等式 (x 在根号内的不等式)

.....

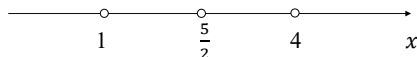


关注MBA大师公众号

及时了解最新考情资料更多学习干货

套路四：无理不等式

.....
【例】不等式 $|1-x| - \sqrt{x^2 - 8x + 16} > 0$ 的解集为 $x > \frac{5}{2}$

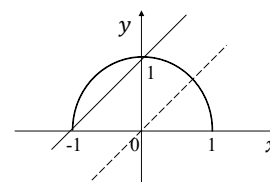


套路四：无理不等式

.....
【2007.10.19】 $\sqrt{1-x^2} < x+1$. 选B

(1) $x \in [-1, 0]$.

(2) $x \in (0, \frac{1}{2}]$.



套路四：无理不等式

.....
【例】不等式 $\sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} > 1$ 的解集中包含 (B) 个整数。

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 无数

套路四：无理不等式

.....
【2008.10.15】若 $y^2 - 2\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)y + 3 < 0$ 对一切实数 x 恒成立，则 y 的取值范围是 (A)

A. $1 < y < 3$ B. $2 < y < 4$ C. $1 < y < 4$
D. $3 < y < 5$ E. $2 < y < 5$



关注MBA大师公众号

及时了解各考管论字题更多学习干货

不等式知识导图

.....

基础知识

1. 不等式相加及化简
2. 不等式去绝对值/去平方
3. 不等式条件充分性判断
4. 分式不等式等价转换
5. 穿根法 (数轴标根法)
6. 多项式、方程、函数、不等式

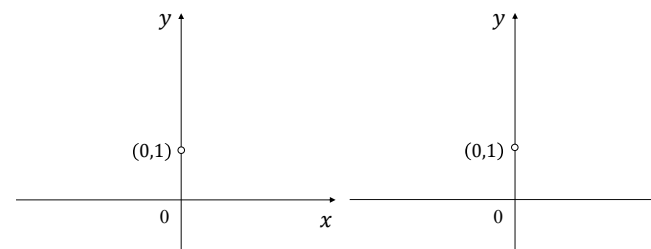
出题套路

1. 二次不等式
2. 带绝对值的不等式
3. 高次不等式/分式不等式 (几个式子相乘/相除, 求解集)
4. 无理不等式 (x 在根号下的不等式)

【补充】指数、对数

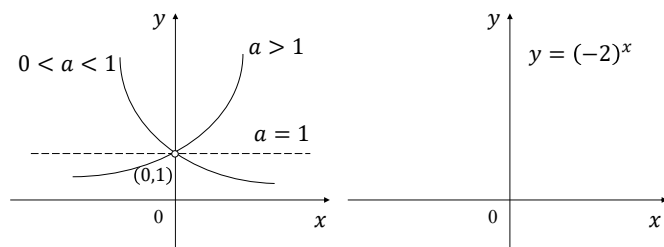
【补充】指数

.....

【指数函数】形如 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) ($x \in \mathbb{R}$) 的函数。设 $a = 2$, $y = 2^x$ 设 $a = \frac{1}{2}$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

【补充】指数

.....

【指数函数】形如 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) ($x \in \mathbb{R}$) 的函数。定义域: 全体实数 值域: $(0, +\infty)$ 过定点 $(0,1)$ $a > 1$ 时单调递增, $0 < a < 1$ 时单调递减

【补充】指数

.....

$$2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32$$

$$3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81$$

$$5^2 = 25, 5^3 = 125$$

指数常用公式

$$2^3 \times 2^2 = 2^{3+2}$$

$$2^3 \div 2^2 = 2^{3-2}$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(2^2)^3 = 2^{2 \times 3} = 2^{3 \times 2} = (2^3)^2$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n} = (a^m)^n$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ 其中 } a \neq 0$$

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}, \text{ 其中 } n \text{ 为偶数时, 要求 } a \geq 0$$



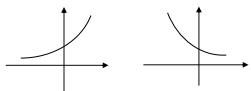
关注MBA大师公众号

及时了解备考资讯获取更多学习资料

【补充】指数

.....

【指数套路1】指数与单项式比较大小



$2^x > 8$

左右化为
同底指数

底数取值已知: $2^m > 2^n$ $(\frac{1}{2})^m > (\frac{1}{2})^n$

底数取值未知: $a^m > a^n$

【指数套路2】指数在等式中

化为相同指数

$4^x + 2^x$

换元, 令指数为 t , 化为一元二次方程进行求解。注意换元前 x 到换元后 t 变量取值范围的变化。

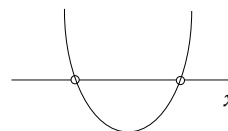
【补充】指数套路1

.....

【例】(条件充分性判断) $2^{3x^2+1} > 16^{2-x}$ 选B

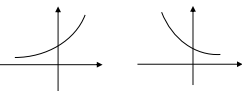
(1) $x \in (0,1)$

(2) $x \in (2,3)$



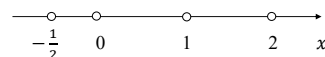
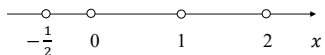
【补充】指数套路1

.....

【例】(条件充分性判断) $|x-1|^{2x+1} < 1$ 选D

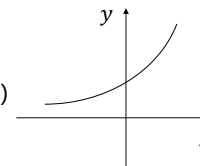
(1) $x \in (-3,-2)$

(2) $x \in (1,2)$



【补充】指数套路2

.....

【2000.1.12】解方程 $4^{x-\frac{1}{2}} + 2^x = 1$, 则 (C)

A. 方程有两个正实根 B. 方程只有一个正实根 C. 方程只有一个负实根

D. 方程一正一负两个实根 E. 方程有两个负实根

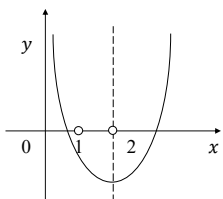


关注MBA大师公众号

及时了解最新考情资讯更多学习资料

【补充】指数套路2

.....

【例】方程 $4^{-|x-1|} - 4 \times 2^{-|x-1|} = a$ 有实根，则 a 的取值范围是 (C)A. $a \leq -3$ 或 $a \geq 0$ B. $a \leq -3$ 或 $a > 0$ C. $-3 \leq a < 0$ D. $-3 \leq a \leq 0$

E. 以上均不正确

不等式知识导图

.....

基础知识

1. 不等式相加及化简
2. 不等式去绝对值/去平方
3. 不等式条件充分性判断
4. 分式不等式等价转换
5. 穿根法 (数轴标根法)
6. 多项式、方程、函数、不等式

出题套路

1. 二次不等式
2. 带绝对值的不等式
3. 高次不等式/分式不等式 (几个式子相乘/相除, 求解集)
4. 无理不等式 (x 在根号下的不等式)

【补充】指数、对数

PD1

【补充】对数

.....

【指数函数】 $y = a^x$, $f(x) = a^x$, a^x ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) a 为底数, x 为指数。

$$x = \log_a y$$

$$y = \log_a x \quad (x = a^y)$$

【对数函数】 $y = \log_a x$ ($x = a^y$, $a > 0$ 且 $a \neq 1$) a 为底数, x 为真数。

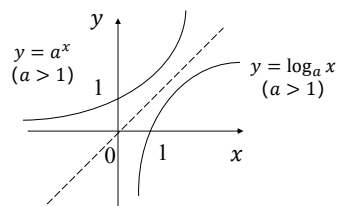
对数函数为指数函数的反函数。

反函数的几何意义: 它们所表示的曲线是平面上以 $y = x$ 为对称轴的两条对称曲线。

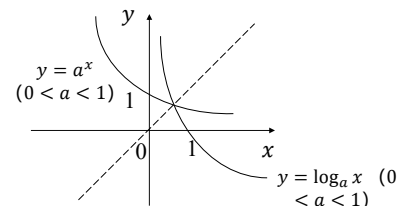
PD1

【补充】对数

.....

当 $a > 1$ 时:

$$y = \log_a x = \begin{cases} y > 0, & x > 1 \\ y = 0, & x = 1 \\ y < 0, & x < 1 \end{cases}$$

当 $0 < a < 1$ 时:

$$y = \log_a x = \begin{cases} y < 0, & x > 1 \\ y = 0, & x = 1 \\ y > 0, & x < 1 \end{cases}$$



关注MBA大师公众号

及时了解最新考情资讯更多学习资料

幻灯片 115

PD1 Pu Dong, 2018/6/18

幻灯片 116

PD1 Pu Dong, 2018/6/18

【补充】对数·运算公式

.....

$$\log_2 8 + \log_2 4 = \log_2 (8 \times 4) \quad \log_a m + \log_a n = \log_a (mn)$$

$$\log_2 8 - \log_2 4 = \log_2 (8/4) \quad \log_a m - \log_a n = \log_a \left(\frac{m}{n}\right)$$

$$2\log_2 m = \log_2 m + \log_2 m = \log_2 mm = \log_2 m^2$$

$$3\log_2 m = \log_2 m + \log_2 m + \log_2 m = \log_2 mmm = \log_2 m^3$$

$$\log_a m^n = n \log_a |m|$$

$$\text{换底公式: } \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

【补充】对数·常考对数

.....

对于 $\log_a x$

当 $a = 10$ 时, $\log_{10} x = \lg x$

当 $a = e$ 时, $\log_e x = \ln x$ (自然对数)

$$\log_a 1 = 0$$

$$\lg 1 = 0$$

$$\ln 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\lg 10 = 1$$

$$\ln e = 1$$

$$\log_a \frac{1}{a} = -1$$

$$\lg \frac{1}{10} = -1$$

$$\ln \frac{1}{e} = -1$$

【补充】对数

.....

【2011.1.16】实数 a, b, c 成等差数列. 选A

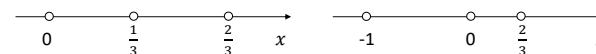
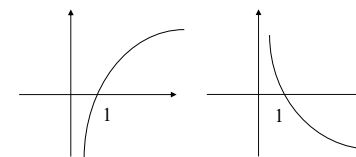
(1) e^a, e^b, e^c 成等比数列.

(2) $\ln a, \ln b, \ln c$ 成等差数列.

【补充】对数

.....

【例】求 $\log_{(x+1)}(3x-1) < 0$ 的解集. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$



关注MBA大师公众号

及时了解最新考情资讯及更多学习资料

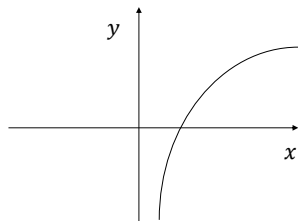
【补充】对数

.....

【例】（条件充分性判断） $0 < b < a < 1$ 选B

(1) $\log_a 2 > \log_b 2 > 0$

(2) $\log_a 2 < \log_b 2 < 0$



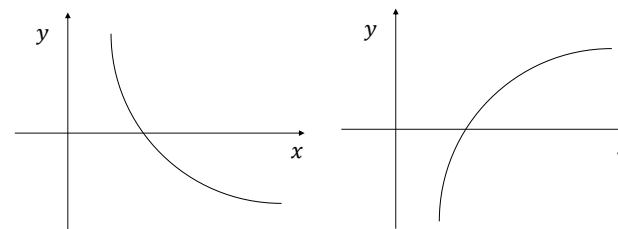
【补充】对数

.....

【2009.1.18】 $|\log_a x| > 1$. 选D

(1) $x \in [2, 4], \frac{1}{2} < a < 1$.

(2) $x \in [4, 6], 1 < a < 2$.



一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

.....

基础知识

1. 求根公式
2. Δ 的概念和意义
3. 根与系数关系（韦达定理）
4. 图像

出题套路

1. 仅给出根的数量，求系数： Δ
2. 仅给出两根的正负关系，求系数：根与系数关系
3. 给出/要求关于两根的算式：根与系数关系
4. 仅给出根的范围：图像
5. 给出过某点、对称轴、根关系等，求系数值：联立条件求解
6. 高次方程：替换、降次

不等式知识导图

.....

基础知识

1. 不等式相加及化简
2. 不等式去绝对值/去平方
3. 不等式条件充分性判断
4. 分式不等式等价转换
5. 穿根法（数轴标根法）
6. 多项式、方程、函数、不等式

出题套路

1. 二次不等式
2. 带绝对值的不等式
3. 高次不等式/分式不等式（几个式子相乘/相除，求解集）
4. 无理不等式（ x 在根号下的不等式）

【补充】指数、对数



关注MBA大师公众号

及时了解各考管综学更多学习干货

THANKS FOR WATCHING



关注MBA大师公众号

及时了解各商学院字秘多学习干货