

2022-2023 第 1 学期《概率论与数理统计》期中试题 (A)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

1. (10 分) 已知 $P(A + B) = 0.8$, $P(B) = 0.6$, 求(1) $P(A\bar{B})$; (2) $P(\bar{A}\bar{B})$ 。

2. (10 分) 箱中有 5 个白球, 3 个黑球, 从中随机抓取 3 个球。用 X 表示抽到的黑球数。
(1) 求 X 的分布; (2) 求 X 的分布函数。

3. (15 分) 袋中有 5 个新乒乓球, 3 个旧乒乓球。从中每次取一个乒乓球, 使用后放回袋中。(1) 求第一次取到新球的概率; (2) 求第二次取到新球的概率; (3) 已知在第二次取到新球的情况下, 第一次取到新球的概率是多少? (4) “第一次取到新球”与“第二次取到新球”是相互独立的吗?

4. (15 分) 已知离散型随机变量 X 分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < -1; \\ 1/3 & , \quad -1 \leq x < 0; \\ 1/2 & , \quad 0 \leq x < 1; \\ 2/3 & , \quad 1 \leq x < 2 \\ 1 & , \quad 2 \leq x. \end{cases}$$

(1) 求随机变量 X 的分布; (2) 求 $E(X^2)$ 以及 $D(X)$; (3) 求 X^2 的分布。

5. (15 分) 已知随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2, & -1 < x < 1; \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中 a 和 b 是两个参数, 并且 $EX = 1/5$ 。

(1) 确定参数 a 和 b 的值; (2) 求 $D(X)$; (3) 求随机变量 X 的分布函数。

6. (15 分) 某一咨询热线有 6 名独立工作的客服, 早晨 8 点到 9 点之间, 平均每名客服接听 5 名顾客的咨询电话, 在这个时段内每名客服接听的电话数服从泊松分布。

(1) 求在这时段内恰有一名客服接听电话的概率; (2) 求在这时段内至少有一名客服接听电话的概率 (保留自然底数)。

7. (10 分) 设 X 服从区间 $[1, 3]$ 上的均匀分布。

求 (1) $P(-2 < X \leq 2)$; (2) $Y = \ln X$ 的密度函数。

8. (10 分) 设 A 和 B 表示两个随机事件。

证明: (1) $A\bar{B}$ 和 AB 互斥; (2) $A + B = A\bar{B} + A\bar{B} + AB$ 。

5. (15 分) 已知随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & -1 < x < 1; \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中 a 和 b 是两个参数, 并且 $EX = 1/3$,

(1) 确定参数 a 和 b 的值; (2) 求 $D(X)$; (3) 求随机变量 X 的分布函数。

6. (15 分) 一条公交线路有 5 个相互独立的站点, 早晨 9 点到 10 点之间每个站平均有 5 名乘客上车, 每个站上车的人数服从泊松分布。(1) 求该时段内恰有一站有人上车的概率; (2) 求该时段内至少有一个站有人上车的概率 (保留自然底数)。

7. (10 分) 设 X 服从区间 $[-1, 1]$ 上的均匀分布。
求 (1) $P(-2 < X \leq 1/2)$; (2) $Y = X^2$ 的密度函数。

8. (10 分) 设 A 和 B 表示两个随机事件。

证明: (1) $\bar{A}B$ 和 AB 互斥; (2) $A + B = \bar{A}B + A\bar{B} + AB$ 。

2022-2023 第 1 学期《概率论与数理统计》期中试题 (B)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

1. (10 分) 已知 $P(\bar{A}\bar{B}) = 0.1$, $P(A) = 0.5$, 求(1) $P(A+B)$ (2) $P(\bar{A}B)$ 。

2. (10 分) 袋中有 6 个红, 4 个白球, 从中随机抓取 3 个球。用 X 表示抽到的白球数。
(1) 求 X 的分布; (2) 求 X 的分布函数。

3. (15 分) 箱中有 6 个红球, 4 个黑球。从中每次取一个球, 如果取到的是红球, 把该红球涂为黑球放回箱中; 如果取到的是黑球, 直接把该球放回箱中。(1) 求第一次取到红球的概率; (2) 求第二次取到红球的概率; (3) 已知在第二次取到红球的情况下, 第一次取到红球的概率是多少? (4) “第一次取到红球”与“第二次取到红球”是相互独立的吗?

4. (15 分) 已知离散型随机变量 X 分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < -2; \\ 1/4 & , -2 \leq x < 0; \\ 1/3 & , 0 \leq x < 2; \\ 3/4 & , 2 \leq x < 3 \\ 1 & , 3 \leq x. \end{cases}$$

(1) 求随机变量 X 的分布; (2) 求 $E(X^2)$ 以及 $D(X)$; (3) 求 X^2 的分布。

