

南京审计大学 2021-2022 学年第 1 学期

《概率论与数理统计》期末测试

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1. 设 A 与 B 是任意两个互不相容事件，则下列结论中正确的是（ ）

- A. $P(A)=1-P(B)$
- B. $P(A-B)=P(B)$
- C. $P(AB)=P(A)P(B)$
- D. $P(A-B)=P(A)$

2. 设 A, B 为两个随机事件，且 $B \subset A, P(B) > 0$ ，则 $P(A|B) =$ （ ）

- A. 1
- B. $P(A)$
- C. $P(B)$
- D. $P(AB)$

3. 下列函数中可作为随机变量分布函数的是（ ）

- A. $F_1(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$
- B. $F_2(x) = \begin{cases} -1, & x < 0; \\ x, & 0 \leq x < 1; \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$
- C. $F_3(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ x, & 0 \leq x < 1; \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$
- D. $F_4(x) = \begin{cases} 0, & 0 < 0; \\ x, & 0 \leq x < 1; \\ 2, & x \geq 1. \end{cases}$

4. 设离散型随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1	2
P	0.1	0.2	0.4	0.3

，则 $P\{-1 < X \leq 1\} =$ （ ）

- A. 0.3
- B. 0.4
- C. 0.6
- D. 0.7

5. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1
	0.1	0.1
1	a	b

且 X 与 Y 相互独立，则下列结论正确的是（ ）

- A. $a=0.2, b=0.6$
- B. $a=-0.1, b=0.9$
- C. $a=0.4, b=0.4$
- D. $a=0.6, b=0.2$

6. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & 0 < x < 2, 0 < y < 2; \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

则 $P\{0 < X < 1, 0 < Y < 1\} =$ （ ）

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{3}{4}$
- D. 1

7. 设随机变量 X 服从参数为 $\frac{1}{2}$ 的指数分布，则 $E(X) =$ （ ）

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. 2
- D. 4

8. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim N(0, 9), Y \sim N(0, 1)$ ，令 $Z = X - 2Y$ ，则 $D(Z) =$ （ ）

- A. 5
- B. 7
- C. 11
- D. 13

9. 设 (X, Y) 为二维随机变量，且 $D(X) > 0, D(Y) > 0$ ，则下列等式成立的是（ ）

- A. $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$
- B. $\text{Cov}(X, Y) = \rho_{XY} \cdot \sqrt{D(X)} \cdot \sqrt{D(Y)}$
- C. $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$
- D. $\text{Cov}(2X, 2Y) = 2\text{Cov}(X, Y)$

10. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 σ^2 未知. x_1, x_2, \dots, x_n 为来自该总体的样本， \bar{x} 为样本均值， s 为样本标准差，欲检验假设 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ ，则检验统计量为

（ ）

- A. $\sqrt{n} \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma}$
- B. $\sqrt{n} \frac{\bar{x} - \mu_0}{s}$
- C. $\sqrt{n-1}(\bar{x} - \mu_0)$
- D. $\sqrt{n}(\bar{x} - \mu_0)$

二、填空题(本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分)

11. 设 A, B 为两个随机事件，若 A 发生必然导致 B 发生，且 $P(A)=0.6$ ，则 $P(AB)=$ _____.
12. 设随机事件 A 与 B 相互独立，且 $P(A)=0.7$ ， $P(A-B)=0.3$ ，则 $P(\overline{B})=$ _____.
13. 已知 10 件产品中有 2 件次品，从该产品中任意取 3 件，则恰好取到一件次品的概率等于_____.
14. 已知某地区的人群吸烟的概率是 0.2，不吸烟的概率是 0.8，若吸烟使人患某种疾病的概率为 0.008，不吸烟使人患该种疾病的概率是 0.001，则该人群患这种疾病的概率等于_____.
15. 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} 1, & 0\leq x\leq 1; \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则当 $0\leq x\leq 1$ 时， X 的分布函数 $F(x)=$ _____.
16. 设随机变量 $X\sim N(1, 3^2)$ ，则 $P\{-2\leq X\leq 4\}=$ _____。(附： $\Phi(1)=0.8413$)
17. 设二维随机变量(X, Y)的分布律为

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	1	2	3
0	0.20	0.10	0.15
1	0.30	0.15	0.10

则 $P\{X<1,Y\leq 2\}=$ _____.
18. 设随机变量 X 的期望 $E(X)=2$ ，方差 $D(X)=4$ ，随机变量 Y 的期望 $E(Y)=4$ ，方差 $D(Y)=9$ ，又 $E(XY)=10$ ，则 X, Y 的相关系数 $\rho=$ _____.
19. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(3,\frac{1}{3})$ ，则 $E(X^2)=$ _____.
20. 设随机变量 $X\sim B(100, 0.5)$ ，应用中心极限定理可算得 $P\{40<X<60\}\approx$ _____。
(附： $\Phi(2)=0.9772$)
21. 设总体 $X\sim N(1, 4)$ ， x_1, x_2, \dots, x_{10} 为来自该总体的样本， $\bar{x}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}x_i$ ，则 $D(\bar{x})=$ _____.
22. 设总体 $X\sim N(0, 1)$ ， x_1, x_2, \dots, x_5 为来自该总体的样本，则 $\sum_{i=1}^5x_i^2$ 服从自由度为_____的 χ^2 分布.
23. 设总体 X 服从均匀分布 $U(\theta,2\theta)$ ， x_1, x_2, \dots, x_n 是来自该总体的样本，则 θ 的矩估计 $\hat{\theta}=$ _____.
24. 设样本 x_1, x_2, \dots, x_n 来自总体 $N(\mu, 25)$ ，假设检验问题为 $H_0: \mu=\mu_0, H_1: \mu\neq\mu_0$ ，则检验统计量为_____.
25. 对假设检验问题 $H_0: \mu=\mu_0, H_1: \mu\neq\mu_0$ ，若给定显著水平 0.05，则该检验犯第一类错误的概率为_____.

三、计算题(本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分)

26. 设变量 y 与 x 的观测数据 $(x_i, y_i)(i=1, 2, \dots, 10)$ 大体上散布在某条直线的附近，经计算得出
$$\bar{x}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}x_i=25, \bar{y}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}y_i=350, \sum_{i=1}^{10}x_iy_i=88700, \sum_{i=1}^{10}x_i^2=8250.$$
试用最小二乘法建立 y 对 x 的线性回归方程.
27. 设一批产品中有 95% 的合格品，且在合格品中一等品的占有率为 60%。
求：(1)从该批产品中任取 1 件，其为一等品的概率；
(2)在取出的 1 件产品不是一等品的条件下，其为不合格品的概率。

四、综合题(本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分)

28. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} A, & -2\leq x\leq 2; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

试求：(1)常数 A ；(2) $E(X), D(X)$ ；(3) $P\{|X|\leq 1\}$ 。
29. 设某型号电视机的使用寿命 X 服从参数为 1 的指数分布(单位：万小时).
求：(1)该型号电视机的使用寿命超过 $t(t>0)$ 的概率；
(2)该型号电视机的平均使用寿命。

五、应用题(10 分)

30. 设某批建筑材料的抗弯强度 $X\sim N(\mu, 0.04)$ ，现从中抽取容量为 16 的样本，测得样本均值 $\bar{x}=43$ ，求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。(附： $u_{0.025}=1.96$)