

南京审计大学《高等数学》2019-2020 学年

第二学期考试试卷 A 卷

得 分	
评分人	

一. 填空题 (共 24 分, 每小题 3 分)

1. 设 $z = e^{\frac{y}{x}}$, 则 $dz =$ _____.
2. 函数 $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$ 在点 $A(1, 1)$ 的最大方向导数为 _____.
3. 曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $(2, 1, 0)$ 处的法线方程为 _____.
4. 方程 $e^z - xyz = e^3$ 确定 $z = z(x, y)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.
5. 交换二次积分 $I = \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$ 的积分次序, 得 $I =$ _____.
6. 设 L 为直线 $x + y = 2$ 上 $A(2, 0)$ 及 $B(0, 2)$ 两点间的线段, 则曲线积分 $\int_L (3 - x - y) ds =$ _____.
7. 设 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 含在 $z = 0$ 与 $z = 1$ 之间的部分, 则 $\iint_{\Sigma} z dS =$ _____.
8. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n 9^n} x^n$ 的收敛域为 _____.

得 分	
评分人	

二、单项选择题 (共 12 分, 每小题 3 分)

1. 从点 $P(2, -1, -1)$ 到平面 π 引垂线, 垂足为 $M(0, 2, 5)$, 则平面 π 的方程为 ().
 (A) $2x - 3y - 6z + 36 = 0$ (B) $2x - 3y - 6z - 36 = 0$
 (C) $x + 9y - 6z + 36 = 0$ (D) $x + 9y - 6z - 36 = 0$

2. 二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在点(0,0)处 ().

- (A) 连续、偏导存在 (B) 连续、偏导不存在
(C) 不连续、偏导存在 (D) 不连续、偏导不存在

3. 下列正项级数中收敛的是 ().

- (A) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{2n+1}}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n})$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2n}$

4. 下列四个交错级数中绝对收敛的是 ().

- (A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{n+1}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n+1}$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}$

三、解答题：（共 58 分）

得 分	
评分人	

1. 函数 $f(x, y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$ 的极值，并说明是极大值还是极小值。
(7 分)

得 分	
评分人	

2. 设函数 $z = f(x, y, \frac{x}{y})$ ，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。
(7 分)

得 分	
评分人	

3. 计算二重积分 $\int_D xy d\sigma$, 其中 D 是由曲线 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 及 x 轴围成的闭区域. (7 分)

得 分	
评分人	

4. 计算曲线积分 $I = \int_L (e^x \sin y - x - y)dx + (e^x \cos y + x)dy$, 其中 L 为上半圆周 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 上从点 $(1,0)$ 到点 $(-1,0)$ 的弧段. (7 分)

得分	
评分人	

5. 计算曲面积分 $I = \int_{\Sigma} xdydz + ydzdx + (z^2 - 2z)dxdy$, 其中 Σ 为锥面

$z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 介于平面 $z = 1$ 和 $z = 0$ 之间的部分的下侧. (8分)

得分	
评分人	

6. 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ 展开成 x 的幂级数, 并写出可展区间. (7分)

得 分	
评分人	

7. 求微分方程 $xy' + 3y - \frac{\sin x}{x^2} = 0 (x > 0)$ 满足初始条件 $y(\frac{\pi}{2}) = 0$ 的特解. (7 分)

得 分	
评分人	

8. 求微分方程 $y'' + 5y' + 4y = (3 - 2x)e^{-x}$ 的通解. (8 分)

得 分	
评分人	

四、设 $\varphi(u, v)$ 具有连续偏导数，证明由方程 $\varphi(cx - az, cy - bz) = 0$ 所确定的隐函数 $z = f(x, y)$ 满足 $a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} = c$. （6 分）