目录

注：前六部分是重点，要反复练习，强加动笔。第七、八部分不作为重点学习内容（大多数的学校和各类考试这一部分都不是重点，学校明确要求说考这一部分的除外。）

第一部分：需求、供给和均衡价格

主要考点：求均衡价格、均衡产量、消费者剩余、弹性。

例题：

1.在某个市场上，需求方程为 Q=400-P，供给方程为 Q=P+100。

（1）求均衡价格，均衡交易量和此时的需求价格弹性；

（2）若政府在厂商销售该商品时对每单位商品征收 10 元的销售税，求新的均衡价格，均衡交易量和相应的需求价格弹性。

解：

（1）当供给等于需求时，市场上的价格称为均衡价格，此时的交易量称为均衡交易量。

$$\begin{cases} Q=400-P \\ Q=P+100 \end{cases}$$

解得均衡价格 P=150 元，均衡交易量 Q=250

此时的需求价格弹性 $E_d=-\frac{dQ}{dP}.\frac{P}{Q}$ =－(－1)×$\frac{150}{250}$=0.6

（2）若政府在消费者购买该商品时对每单位商品征收 10 元的销售税，则供给函数为 Q=（P－10）+100=P+90，需求函数不变。（注：销售税是针对厂商的，故供给函数改变而需求函数不改变；消费税是针对消费者的，故需求函数改变而供给函数不改变）

$$\begin{cases} Q=400-P \\ Q=P+90 \end{cases}$$

解得此时的均衡价格 P=155，均衡交易量 Q=245。

此时的需求价格弹性 $E_d=-\frac{dQ}{dP}.\frac{P}{Q}$ ≈－(－1)×$\frac{155}{245}$≈0.63

2.假设某种商品 x 的需求曲线为 $Q=10-2P+P_S$，其中 P 是该商品的价格，而 P_S 是某种替代品的价格。已知替代品的价格为 2 美元。

（1）如果 P=1 美元，需求的价格弹性为多少？交叉价格弹性又等于多少？

（2）如果该商品的价格 P 上升到 2 美元，那么现在的需求价格弹性为多少？交叉价格弹性又是多少？

解：

（1）当 P=1 时，Q=10-2×1+2=10

需求价格弹性：$E_d=-\frac{dQ}{dP}.\frac{P}{Q}$=－(－2)×$\frac{1}{10}$=0.2

需求交叉价格弹性：$E_{xs}=\frac{dQ}{dP_s}.\frac{P_s}{Q}=1\times\frac{2}{10}=0.2$

（2）当 P=2 时，Q=10-2×2+2=8

需求价格弹性：$E_d=-\frac{dQ}{dP}.\frac{P}{Q}$=－(－2)×$\frac{2}{8}$=0.5

需求交叉价格弹性：$E_{xs}=\frac{dQ}{dP_s}.\frac{P_s}{Q}=1\times\frac{2}{8}=0.25$

3. 已知某粮食市场的需求和供给分别为：$Q_d=50-P$，$Q_s=-10+2P$；

（1）求市场均衡价格和均衡数量，消费者剩余与生产者剩余；

（2）若政府实行最低限价 P=25；

(a)此时市场的供给与需求会发生什么变化?政府应该采取什么措施?

(b)其消费者剩余和生产者剩余如何?

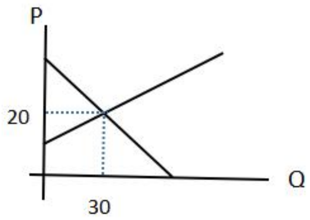
解：

（1）粮食的需求函数为：$Q_d=50-P$；供给函数为：$Qs=-10+2P$

联合供给函数和需求函数，得市场的均衡价格和均衡产量为：Q*=30，P*=20

消费者剩余=$\frac{1}{2}\times30\times$（50-20）=450

生产者剩余=$\frac{1}{2}\times30\times$（20-5）=225

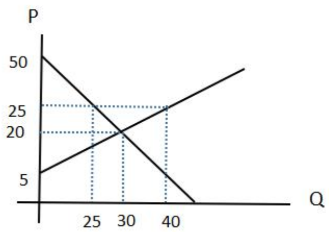


（2）A.未实行最低限价之前：Q*=30，P*=20

实行最低限价之后：P=25，Qd=25，Qs=40，此时供给和需求与未实行最低限价时相比均增加，且供给大于需求，为了防止供给过剩，政府应敞开收购农民的粮食。

B.消费者剩余：$\frac{(50-25)\times25}{2}=312.5$

生产者剩余：$\frac{(25-5)}{2}\times40=400$



第二部分：消费者选择

主要考点：效用最大化、消费者选择、收入效应与替代效应（希克斯分解、斯勒茨基分解）

1.某消费者的效用函数为 $U(X,Y)=X^{0.5}Y^{0.5}$，X 和 Y 的单位价格均为 4 元，该消费者收入为 144 元，试问：

（1）为使效用最大化消费者应该对 X，Y 需求量分别是多少？

（2）消费者总效用是多少？每单位货币的边际效用是多少？

（3）若 X 的单位价格上升为 9 元，对两种商品的需求有何变化？此时总效用是多少？

（4）X 的单位价格上升到 9 元后，要维持当初的效用水平，消费者的收入最少应该达到多少？

（5）求 X 价格上升为 9 元所带来的替代效应和收入效应。（希克斯分解的替代效应、收入效应是所有人都要掌握的）

解：

（1）两种解法：公式法&拉格朗日方程法（掌握哪一种都行）

①公式法：根据效用最大化条件：$\frac{MU_1}{MU_2}=\frac{P_1}{P_2}$，根据收入条件：X.PX+Y.PY=M，故可以列出方程组：

$$\begin{cases}\frac{MU_X}{MU_Y}=\frac{P_X}{P_Y}\\ 4X+4Y=144\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{0.5X^{-0.5}Y^{0.5}}{0.5Y^{-0.5}X^{0.5}}=\frac{4}{4}=1\\ 4X+4Y=144\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{X}{Y}=1\\ 4X+4Y=144\end{cases}$$

解得：X=18，Y=18

②拉格朗日方程法：（目标函数+限制条件→构造拉格朗日方程→分别求偏导→得出解）

$$\begin{cases}\text{Max}U=X^{0.5}Y^{0.5}\\ \text{S.t. }4X+4Y=144\end{cases}$$

构造拉格朗日函数,效用最大化的一阶条件为:

$$L = X^{0.5}Y^{0.5} + \lambda（144 - 4X - 4Y）$$
$$\frac{\partial L}{\partial X} = 0.5X^{-0.5}Y^{0.5} - 4\lambda = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 0.5X^{0.5}Y^{-0.5} - 4\lambda = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 144 - 4X - 4Y = 0$$

由上述三式解得：X=Y=18，即为使效用最大化，消费者对 X 和 Y 的需求都为 18 个单位。

（2）总效用 $U = X^{0.5}Y^{0.5} = 18^{0.5}18^{0.5} = 18$，

每单位货币的边际效用是 $\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y} = \frac{1}{8}$

（3）若X的单位价格上升为 9 元，预算方程变为 4X+9Y=144，此时构建出的拉格朗日方程为：

$$L^{'} = X^{0.5}Y^{0.5} + \lambda_1(144 - 9X - 4Y）$$
$$\frac{\partial L^{'}}{\partial X} = 0.5X^{-0.5}Y^{0.5} - 9\lambda_1 = 0$$
$$\frac{\partial L^{'}}{\partial Y} = 0.5X^{0.5}Y^{-0.5} - 4\lambda_1 = 0$$
$$\frac{\partial L^{'}}{\partial \lambda_1} = 144 - 4X - 4Y = 0$$

由上述三式解得：X=8，Y=18. 总效用 $U = X^{0.5}Y^{0.5} = 8^{0.5}18^{0.5} = 12$

（4）由题意可知 P_X=9，P_Y=4，目标函数为收入函数，限制条件为效用函数，故可列出：

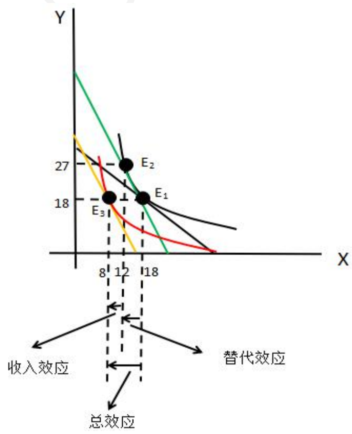
$$\begin{cases} \text{Min } M = X.PX + Y.PY \\ \text{s.t. } X^{0.5}Y^{0.5} = 18 \end{cases}$$

由此构建拉格朗日函数可得：$L'' = X.P_X + Y.P_Y + \lambda(X^{0.5}Y^{0.5} - 18)$

$$\frac{\alpha L}{\alpha X} = P_X + 0.5\lambda X^{-0.5}Y^{0.5} = 0$$
$$\frac{\alpha L}{\alpha Y} = P_Y + 0.5\lambda X^{0.5}Y^{-0.5} = 0$$
$$\frac{\alpha L}{\alpha \lambda} = X^{0.5}Y^{0.5} = 18$$

由上述三式解得：X=12，Y=27，故此时最小收入 Min M=9×12+4×27=216

（5）替代效应：保持效用不变，P_X↑，X↓；收入效应：P_X↑，实际 M↓，名义 M 不变，X↓。具体图像如下所示：



第（4）问：X 的单位价格上升到 9 元后，要维持当初的效用水平，消费者的收入最少应该达到多少？

第（3）问：若 X 的单位价格上升为 9 元，对两种商品的需求有何变化？此时总效用是多少？

解题思路：

①**总效应：**PX↑，X↓，用最终的 X 减去初始的 X，即题(3)中的 X 减去题(1)中的 X

②**替代效应：**保持效用不变，也就是说 P_X↑，但效用函数 U 是约束条件时求 X，即题（4）中的 X 减去（1）中的 X

③**收入效应：**P_X↑使实际收入↓，但是名义收入还是 144，也就是说约束条件是收入函数 M 时求 X，即（3）中的 X 减去（4）中的 X，或者用总效应减去替代效应。（更推荐用总效应减去替代效应的方法）。

故总效应=8-18=-10，替代效应=12-18=-6，收入效应=-10-(-6)=-4

2.一直某消费者的效用函数为 $U=X_1X_2$，两商品的价格分别为 $P_1=4$，$P_2=2$，消费者的收入为 M=80。现在假定商品 1 的价格下降为 $P_1=2$。求：

（1）由商品 1 的价格 P_1 下降导致的总效应，使得该消费者对商品 1 的购买量发生多少变化？

（2）由商品 1 的价格 P_1 下降导致的替代效应，使得该消费者对商品 1 的购买量发生多少变化？

（3）由商品 1 的价格 P_1 下降导致的收入效应，使得该消费者对商品 1 的购买量发生多少变化？

解：

（1）初始时（未降价）：

$$\begin{cases} \text{Max } U=X_1X_2 \\ \text{s.t. } 4X_1+2X_2=80 \end{cases} \qquad \text{构建拉格朗日函数：} L=X_1X_2+\lambda(4X_1+2X_2-80)$$

解得：$X_1=10$，$X_2=20$，$U=X_1X_2=200$

总效应（降价后）：

$$\begin{cases} \text{Max } U=X_1X_2 \\ \text{s.t. } 2X_1+2X_2=80 \end{cases} \qquad \text{构建拉格朗日函数：} L=X_1X_2+\lambda(2X_1+2X_2-80)$$

解得：$X_1^*=20$，$X_2^*=20$，$U^*=X_1X_2=400$，故总效应为 20-10=10

（2）替代效应（初始效用不变）：

$$\begin{cases} \text{Min } M=2X_1+2X_2 \\ \text{s.t. } U=X_1X_2=200 \end{cases} \qquad \text{构建拉格朗日函数：} L=2X_1+2X_2+\lambda(X_1X_2-200)$$

解得：$X_1'=10\sqrt{2}\approx 14$，$X_2'=10\sqrt{2}\approx 14$，故替代效应为 14-10=4

（3）收入效应：

收入效应=总效应-替代效应=10-4=6

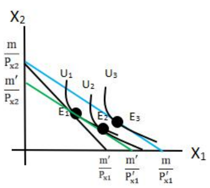
综上所求：

由商品 1 的价格 P1 下降导致的总效应，使得该消费者对商品 1 的购买量增加 10 单位

由商品 1 的价格 P1 下降导致的替代效应，使得该消费者对商品 1 的购买量增加 4 单位

由商品 1 的价格 P1 下降导致的收入效应，使得该消费者对商品 1 的购买量增加 6 单位。

3.假设消费者对牛奶的需求函数为 $x_1=10+\frac{m}{10P_1}$，最初他的收入为 120 美元，牛奶的价格是每单位 3 美元，现在牛奶的价格下降到 2 美元，请问收入变化为多少？替代效应为多少？收入效应为多少？（斯勒茨基不是所有人都要掌握的，视自己情况而定。）



公式：

$$\Delta m = \Delta P_1 \cdot X_1$$

替代效应 $\Delta X_1^S = X1(P_{X1}', m') - X1(P_{X1}, m)$

收入效应 $\Delta X_1^n = X1(P_{X1}', m) - X1(P_{X1}', m')$

解：

由题意得 m=120，$P_{X1}=3$，$P_{X1}'=2$

①收入变化 $\Delta m=\Delta P_1 \cdot X_1=(2-3)\times(10+\frac{120}{10\times 3})=-14$，$m'=m+\Delta m=120-14=106$

②替代效应 $\Delta X_1^S=X1(P_{X1}', m')-X1(P_{X1}, m)=(10+\frac{106}{10\times 2})-(10+\frac{120}{10\times 3})=5.3-4=1.3$

③收入效应 $\Delta X_1^n=X1(P_{X1}', m)-X1(P_{X1}', m')=(10+\frac{120}{10\times 2})-(10+\frac{106}{10\times 2})=6-5.3=0.7$

第三部分：生产技术（生产函数）

主要考点：

短期生产：由 TP 求 AP 和 MP，解释边际报酬递减规律（其实就是求 MP,把 MP 图画出来），求最佳决策区间

长期生产：判断规模报酬，求最大产量

1.已知生产函数 $Q=f(L,K)=2KL-0.5L^2-0.5K^2$，假定厂商目前处于短期生产，且 K＝10。

（1）写出在短期生产中该厂商关于劳动的总产量 TP_L 函数、劳动的平均产量 AP_L 函数和劳动的边际产量 MP_L 函数；

（2）分别计算当劳动的总产量 TP、劳动的平均产量 AP 和劳动的边际产量 MP_L 各自达到极大值时的厂商的劳动投入量；

解：

（1）$TP_L=20L-0.5L^2-50$，$AP_L=\frac{TP_L}{L}=20-0.5L-\frac{50}{L}$，$MP_L=\frac{dTP_L}{dL}=20-L$

（2）①令 $MP_L=0$，可得 $L=20$，即总产量最大时劳动的投入量为 40

②令 $AP_L'=-0.5+\frac{50}{L^2}=0$，可得 $L=10$，即平均产量最大时劳动的投入量为 10（也可用 $AP_L=MP_L$ 算出）

③由于 $MP_L'=-1<0$，所以边际产量函数递减，即当 $L=0$ 时边际产量达到极大值）

2. 已知生产函数为 $Q=\min(L,4K)$，求：

（1）如果产量 Q＝32 时，L 与 K 值分别为多少？

（2）如果生产要素的价格分别为 $P_L=2, P_K=5$，则生产 100 单位产量的最小成本是多少？

> 书上 p112：固定投入比例生产函数（里昂惕夫生产函数）：$Q=\min\{\frac{L}{u},\frac{K}{v}\}$，该公式表示产量 Q 取决于 $\frac{L}{u}$ 与 $\frac{K}{v}$ 这两个比值重最小的那一个。通常假定式中的 L、K 都满足最小的要素投入组合的效率要求，故有 $Q=\frac{L}{u}=\frac{K}{v}$。

解：

（1）根据固定投入比例生产函数 $Q=\min\{\frac{L}{u},\frac{K}{v}\}$ 可得：Q=L=4K，当 Q=32 时，解得 L=32，K=8

（2）根据固定投入比例生产函数 $Q=\min\{\frac{L}{u},\frac{K}{v}\}$ 可得：Q=L=4K，当 Q=100 时，解得 L=100，K=25

$C=L.P_L+K.P_K=100\times2+25\times5=325$，故生产 100 单位产量得最小成本是 325

3.假设某厂商得短期生产函数为 $Q=35L+8L^2-L^3$。求：

（1）该企业得平均产量函数和边际产量函数

（2）如果企业使用得生产要素数量为 L=6，是否处于短期生产的合理区间？为什么？

解：

（1）$AP_L=\frac{TP_L}{L}=35+8L-L^2$；$MP_L=\frac{dTP_L}{L}=35+16L-3L^2$

（2）短期生产的合理区间：AP_L 最大值点到 $MP_L=0$ 之间

$AP_L'=8-2L$，令 $AP_L'=0$，解得 L=4；令 $MP_L=0$，解得 L=7，故短期生产得合理区间为 L 处于 3 到 7 之间，当生产要素数量为 L=6 时，符合这一区间范围。

4.已知生产函数 $Q=AL^{\frac{1}{3}}K^{\frac{2}{3}}$。判断：

（1）在长期生产中，该生产函数的规模报酬属于哪一种类型

（2）在短期生产中，该生产函数是否受边际报酬递减规律的支配。

令生产函数为 Q=f（L,K），且常数 λ>1,于是有：
f（λL, λK）= λf（L,K）为规模报酬不变
f（λL, λK）> λf（L,K）为规模报酬递增
f（λL, λK）< λf（L,K）为规模报酬递减

解：

（1）$f(\lambda L, \lambda K)=A(\lambda L)^{\frac{1}{3}}(\lambda K)^{\frac{2}{3}}=A\lambda^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}}\lambda^{\frac{2}{3}}K^{\frac{2}{3}}=\lambda f(L,K)$

故该生产函数的规模报酬属于规模报酬不变类型。

（2）在短期中，资本固定，而劳动可变。由生产函数可以得出：

$$MP_L=\frac{AK^{2/3}L^{-2/3}}{3}，\ MP_L'=-\frac{2AK^{2/3}L^{-5/3}}{9}<0$$

所以 MP_L 曲线呈递减趋势，即该生产函数受边际报酬递减规律的支配。

5. 已知某厂商使用 L 和 K 两种要素生产一种产品，其固定替代比例的生产函数为 Q=4L+3K。

（1）作出等产量曲线

（2）边际技术替代率为多少

（3）讨论其规模报酬情况

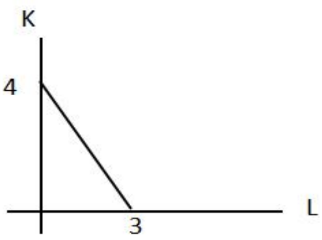
（4）令 $P_L=5$，$P_K=3$，求 C=90 时的 K、L 值以及最大产量。

（5）令 $P_L=3$，$P_K=3$，求 C=90 时的 K、L 值以及最大产量。

（6）令 $P_L=5$，$P_K=3$，求 C=90 时的 K、L 值以及最大产量。

固定替代比例的生产函数的通常形式为 Q=aL+bK，固定替代比例的线性生产函数所对应的等产量线是一条直线，直线型的等产量线上所有点的边际技术替代率均为常数，即 $MRTS_{LK}=a/b$

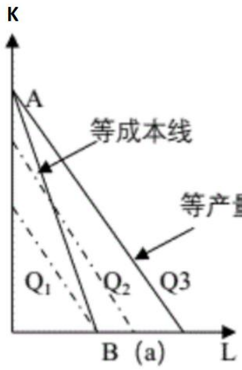
（1）



（2）边际技术替代率 $MRTS_{LK}=a/b=4/3$

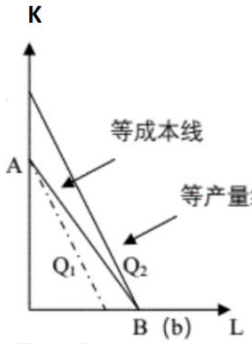
（3）$f(\lambda L, \lambda K)=4\lambda L+3\lambda K=\lambda(4L+3K)=\lambda f(L, K)$，故其属于规模报酬不变。

（4）由题意可得成本函数为：5L+3K=90，因此等成本线的斜率绝对值为$\frac{P_L}{P_K}=\frac{5}{3}$，上面求得边际技术替代率为$\frac{4}{3}$，即等产量线的斜率绝对值为$\frac{4}{3}$，可见等产量线的斜率绝对值小于等成本线的斜率绝对值，图像如下图（a）所示：



在此题，厂商的决策原则是厂商成本既定的情况下，实现最大的产量。如图（a）所示，三条平行的等产量曲线 Q1、Q2 和 Q3 的斜率绝对值均小于厂商预算线 AB 的斜率绝对值，等产量曲线与等成本线 AB 所能达到的最大产量为等产量曲线 Q3 与厂商等成本线的交点 A 点，厂商的全部成本都用来使用要素 K，要素 L 的使用量为 0。于是，厂商的要素使用量为 K=90÷3=30，L=0，最大产量 Q=4L＋3K=4x0＋3X30=90。

（5）由题意可得成本函数为：3L+3K=90，因此等成本线的斜率绝对值为为$\frac{P_L}{P_K}$=1，上面求得边际技术替代率为$\frac{4}{3}$，即等产量线的斜率绝对值为$\frac{4}{3}$，可见等产量线的斜率绝对值大于等成本线的斜率绝对值，图像如下图（b）所示：



在此题，厂商的决策原则是厂商成本既定的情况下，实现最大的产量。如图（b）所示，两条平行的等产量曲线 Q1、Q2 的斜率绝对值均大于厂商等成本线 AB 的斜率绝对值，等产量曲线与等成本线 AB 所能达到的最大产量为等产量曲线 Q2 与厂商等成本线的交点 B 点，厂商的全部成本都用来使用要素 L，要素 K 的使用量为 0。于是，厂商的要素使用量为 L=90÷3=30，K=0，最大产量 Q=4L＋3K=3X30=90。

（6）根据题意，等产量曲线的斜率绝对值仍然为 MRTSKL=4/3，刚好等于等成本线的斜率绝对值 4/3，此时等产量线与预算线重合，此时成本函数为 4L+3K=90，产量函数为 Q=4L+3K，故可以得出 4L+3K=90，在这种情况下，最大产量为 90.

（7）比较（4）、（5）、（6）可以得出以下结论：

①对于固定替代比例的生产函数而言，如果等产量曲线的斜率绝对值小于等成本线的斜率绝对值，则厂商生产的均衡点位于等产量曲线与等成本线在纵轴的交点。

②对于固定替代比例的生产函数而言，如果等产量曲线的斜率绝对值大于等成本线的斜率绝对值，则厂商生产的均衡点位于等产量曲线与等成本线在横轴的交点。在以上两种情况中，均衡点为角解，厂商只使用一种要素进行生产，另一种要素使用量为零。

③如果等产量曲线的料率绝对值等于等成本线的斜率绝对值，即两线重合，则厂商生产的均衡点可以发生在该重合线上的任意位置，只需满定预算约束条件即可。

第四部分：成本

主要考点：求 TC、AC 和 MC、求成本最小的要素投入组合

1.假定某厂商短期边际成本函数为 $SMC(Q)=3Q^2-8Q+100$，且已知当产量 Q=10 时的总成本 STC=2400，求相应的 STC 函数、SAC 函数和 AVC 函数。

解：

∵$SMC(Q)=3Q^2-8Q+100$，故 $STC(Q)=Q^3-4Q^2+100Q+\lambda$

又∵当 Q=10 时，STC=2400，求得 $\lambda=800$，故 $STC=Q^3-4Q^2+100Q+800$

$SAC=\frac{STC}{Q}=Q^2-4Q+100+\frac{800}{Q}$

$AVC=Q^2-4Q+100$

2.已知生产函数为：$Q=5L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{2}{3}}$

求：（1）厂商长期生产的扩展线方程

（2）当 PL=1,PK=1，Q=1000 时，厂商实现最小成本的要素投入组合

解：

（1）根据成本最小化条件$\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{P_L}{P_K}$，其中 $MP_L=\frac{5}{3}L^{-\frac{2}{3}}K^{\frac{2}{3}}$，$MP_K=\frac{10}{3}L^{\frac{1}{3}}K^{-\frac{1}{3}}$

故$\frac{P_L}{P_K}=\frac{\frac{5}{3}L^{-\frac{2}{3}}K^{\frac{2}{3}}}{\frac{10}{3}L^{\frac{1}{3}}K^{-\frac{1}{3}}}=\frac{K}{2L}$，即 $K=\frac{2LP_L}{P_K}$，故 a 厂商长期生产的扩展线为 $K=\frac{2LP_L}{P_K}$

（2）根据成本最小化条件$\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{P_L}{P_K}$，即$\frac{K}{2L}=1$

又因为 $5L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{2}{3}}=1000$，故解得 $L=\frac{200}{\sqrt[3]{4}}$，$K=\frac{400}{\sqrt[3]{4}}$

3.已知某企业的生产函数为 $Q=L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}}$，劳动的价格 w=2，资本的价格 r=1。求：

（1）当成本 C=3000 时，企业实现最大产量时的 L、K 和 Q 的均衡值

（2）当产量 Q=800 时，企业实现最小成本时的 L、K 和 C 的均衡值

解：

（1）当成本既定时，产量最大化的实现条件为：$\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{P_L}{P_K}$，即$\frac{\frac{2}{3}L^{-\frac{1}{3}}K^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}L^{\frac{2}{3}}K^{-\frac{2}{3}}}=2$，解得$\frac{K}{L}=1$

又因为 2L+K=3000，最终求得 K*=1000，L*=1000，Q*=1000

故当成本 C=3000 时，企业实现最大产量时的 L、K 和 Q 的均衡值均为 1000

（2）当产量既定时，成本最小化的实现条件为：$\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{P_L}{P_K}$，即$\frac{\frac{2}{3}L^{-\frac{1}{3}}K^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}L^{\frac{2}{3}}K^{-\frac{2}{3}}}=2$，解得$\frac{K}{L}=1$

又因为$L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}}=800$，最终求得 L*=800，K*=800，C*=2L*+K*=2400

故当产量 Q=800 时，企业实现最小成本时的 L、K 和 Q 的均衡值均为 800、800、2400

第五部分：产品市场理论（四大市场）

主要考点：

完全竞争市场：求利润最大化、停产点、均衡产量和价格、供给曲线、消费者剩余或生产者剩余

完全垄断：求利润最大化、价格歧视

垄断竞争：求利润最大化、主（客）观需求曲线

寡头：古诺模型、斯塔克伯格模型（领导者-追随者）、价格领导模型

完全竞争市场例题：

1.已知某完全竞争行业中单个厂商的短期成本函数为 $STC=0.1Q^3-2Q^2+15Q+10$

（1）求当市场上产品的价格为 P=55 时，厂商的短期均衡产量和利润

（2）当市场价格下降为多少时，厂商必须停产

（3）求厂商的短期供给函数

解：

（1）因为 $STC=0.1Q^3-2Q^2+15Q+10$，故 $SMC=0.3Q^2-4Q+15$

完全竞争市场中厂商实现利润最大化条件为 SMC=MR=P，即 $0.3Q^2-4Q+15=55$，解得 Q=20

$\Pi=TR-TC=P.Q-TC=55\times20-[0.1\times20^3-2\times20^2+15\times20+10]=790$

故当市场上产品的价格为 P=55 时，厂商的短期均衡产量为 20，利润为 790

（2）当 P=AVC 时停产与不停产的效果是一样的，当 P<AVC 时厂商必须停产，且 SMC 过 AVC 最低点，即 AVC 最低点所对应的价格就是厂商的生产决策点，小于这一价格厂商便必须停产。

由题意可知 $AVC=0.1Q^2-2Q+15$，$\frac{dAVC}{dQ}=0.2Q-2$，解得 Q=10，此时 P=SMC=AVC=5

故市场价格下降为 5 时，厂商必须停产。

（3）根据完全竞争厂商利润最大化条件 P=SMC，即 $0.3Q^2-4Q+15=P$，解得解得 $Q=\frac{4+\sqrt{1.2P-2}}{0.6}$。

考虑到该厂商只有在 P≥5 时才生产，而在 P<5 时停产，所以，该厂商的短期供给函数 Q=f(P)为：

$$\begin{cases} Q=\frac{4+\sqrt{1.2P-2}}{0.6}, & P\geq5 \\ Q=0, & P<5 \end{cases}$$

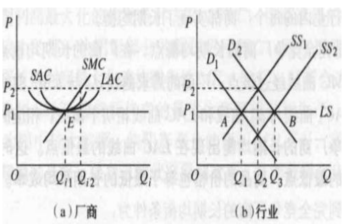
2.在一个完全竞争的成本不变行业中单个厂商的长期成本函数为 $LTC=Q^3-40Q^2+600Q$，该市场的需求函数为 $Q^d=13000-5P$。求：

（1）该行业的长期供给曲线

（2）该行业实现长期均衡时的厂商数量

解：

（1）行业的长期供给曲线图像如下：



（a）厂商　（b）行业

可以看出完全竞争市场中成本不变行业的长期供给曲线是从 LAC 曲线最低点的价格高度出发的一条水平线

因为 $LTC=Q^3-40Q^2+600Q$，可知 $LAC=Q^2-40Q+600$，对 LAC 求导得$\frac{dLAC}{dQ}=2Q-40=0$，解得 Q=20

当 Q=20 时，$LAC=20^2-40\times20+600=200$

故该行业得长期供给曲线为 $P^s=200$

（2）市场需求函数为 $Q^d=13000-5P$，由（1）可知 P=200，故代入可得该行业的总产量为 $Q=13000-5\times200=12000$

又知长期均衡时每个厂商的产量为 Q=20

所以该行业实现长期均衡时的厂商数量为：$N=12000\div20=600$

3.已知完全竞争市场上单个厂商的长期成本函数为 $LTC=Q^3-20Q^2+200Q$，市场的产品价格为 P=600

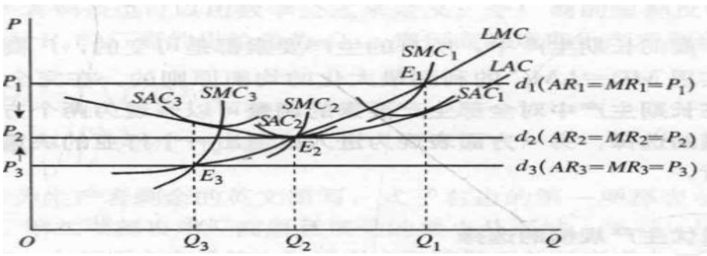
（1）该厂商实现利润最大化时的产量、平均成本和利润各是多少

（2）该行业是否处于长期均衡？为什么？

（3）该行业处于长期均衡时每个厂商的产量、平均成本和利润各是多少？

（4）判断（1）中的厂商是否处于规模经济阶段，还是处于不规模经济阶段？

解：



（1）完全竞争厂商实现利润最大化的条件为 MC=MR=P

由 $LTC=Q^3-20Q^2+200Q$ 可得出 $LMC=3Q^2-40Q+200$

令 LMC=P，即 $3Q^2-40Q+200=600$，解得 Q*=20

$LAC=Q^2-20Q+200$，将 Q*=20 代入，解得 LAC=200

利润Π=（P-LAC）×Q=（600-200）×20=8000

综上所述，该厂商实现利润最大化时的产量为 20，平均成本为 200，利润为 8000

（2）若处于长期均衡，则利润应该为 0，但由（1）求出利润为 8000，故未处于长期均衡

（3）由完全竞争厂商的长期均衡条件知，当行业处于长期均衡时，产品的价格应该等于厂商的长期平均成本的最小值，利润为零（只能获得正常利润）。

$LAC=Q^2-20Q+200$，令 dLAC/dQ=0，即 2Q-20=0，解得 Q=10，且$\frac{d^2LAC}{dQ^2}$=2>0，故 Q=10 是长期平均成本最小化的解。将 Q=10 代入 LAC 函数，故求得 LAC_{min}=P=100，利润Π=0

综上所述，该行业处于长期均衡时每个厂商的产量为 10，平均成本为 100，利润为 0

（3）由以上分析可以判断：（1）中的厂商处于规模不经济阶段，原因如下：（1）中厂商的产量 Q=20，价格 P=600，它们都分别大于行业长期均衡时单个厂商在 LAC 曲线最低点的产量 Q=10 和对应的价格 P=100. 换言之，（1）中厂商利润最大化的产量和价格组合发生在 LAC 曲线最低点的右边，即 LAC 曲线的上升阶段，所以单个厂商处于规模不经济阶段。

4.假定某完全竞争市场的需求函数为 $Q^d=68-4P$，行业的短期供给函数为 $Q^s=-12+4P$

（1）求该市场的短期均衡价格和均衡产量

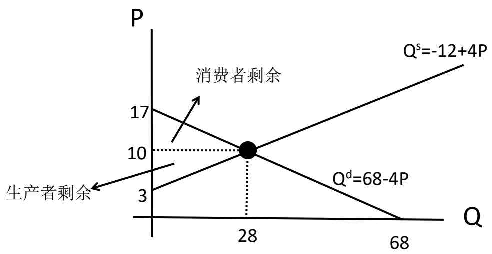
（2）在（1）的条件下，该市场的消费者剩余、生产者剩余和社会总福利分别为多少

（3）假定政府对每一单位商品征收 2 元的销售税，那么，该市场的短期均衡价格和均衡产量是多少？此外，消费者剩余、生产者剩余和社会总福利的变化又分别是多少？

解：

（1）令 $Q^d=Q^s$，即 68-4P=-12+4P，解得 P*=10，Q*=28

故市场均衡的图像如下图所示：



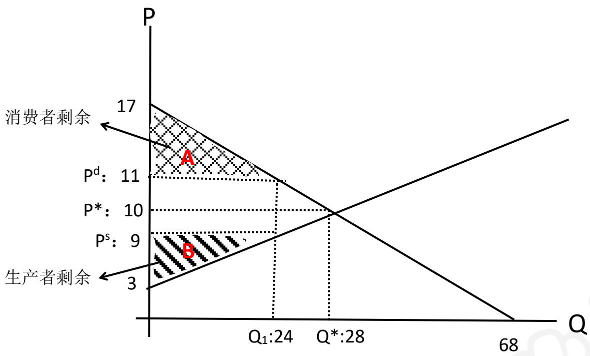
（2）消费者剩余 CS=$\frac{1}{2}$×28×（17-10）=98；生产者剩余 PS=$\frac{1}{2}$×28×（10-3）=98

社会总福利=CS+PS=98+98=196

（3）这一部分的知识叫销售税的福利效应，在书上 p177

政府征收销售税，对生产者不利，供给减少，故供给函数改变，需求函数不变，供给函数变为 Qs’=-12+4（P-2）

令 $Q^{S'}=Q^d$，即-12+4（P-2）=68-4P，解得 P^d=11，P^S=9，Q’=24



新的消费者剩余 CS’=$\frac{1}{2}$×24×（17-11）=72；新的生产者剩余 PS’=$\frac{1}{2}$×24×（9-3）=72

新的社会总福利=CS’+PS’=72+72=144

因此，

消费者剩余的变化△CS=CS’-CS=72-98=-26

生产者剩余的变化△PS=PS’-PS=72-98=-26

社会总福利的变化=-26-26+2×24=-4

不完全竞争市场例题：

1.已知某垄断厂商的短期总成本函数为 STC=$0.1Q^3-6Q^2+140Q+3000$，反需求函数为 P=150-3.25Q。

求：该垄断厂商的短期均衡产量与均衡价格。

解：

根据反需求函数 P=150-3.25Q 可知边际收益曲线 MR=150-6.5Q

根据总成本函数 STC=$0.1Q^3-6Q^2+140Q+3000$ 可知边际成本函数 SMC=$0.3Q^2-12Q+140$

短期均衡时：SMC=MR，即 $0.3Q^2-12Q+140=150-6.5Q$，解得 Q*=20，P*=85

故该垄断厂商的短期均衡产量为 20，均衡价格为 85

2.已知某垄断厂商的反需求函数为 P=$100-2Q+2\sqrt{A}$，总成本函数为 TC=$3Q^2+20Q+A$，其中，A 表示厂商的广告支出。

求：该厂商实现利润最大化时 Q、P 和 A 的值。

解：

利润函数 Π=TR-TC=P.Q-TC=$(100-2Q+2\sqrt{A}).Q-(3Q^2+20Q+A)=-5Q^2+(80+2\sqrt{A})Q-A$

利润最大化应满足的条件有：

$\frac{\partial \Pi}{\partial Q}$=-10Q+80+2$\sqrt{A}$=0

$\frac{\partial \Pi}{\partial A}$=$\frac{1}{\sqrt{A}}$.Q-1=0

联立求解可得：A=100，Q=10，P=100

（注：有两个未知数的时候用 MR=MC 求不出来，要老老实实的用对利润函数Π求导的方式来求。）

3.已知某垄断厂商利用一个工厂生产一种产品，其产品在两个分割的市场出售，它的成本函数为 $TC=0.5Q^2+7Q$，两个市场的需求函数分别为 $Q_1=30-0.5P_1$，$Q_2=100-2P_2$.

（1）求当该厂商实行三级价格歧视时，它追求利润最大化前提下的两市场各自的销售量、价格，以及厂商的总利润（保留整数部分）

（2）求当该厂商在两个市场上实行统一的价格时，它追求利润最大化前提下的销售量、价格，以及厂商的总利润。（保留整数部分）

（3）比较（1）和（2）的结果

解：

（1）根据市场需求函数 $Q_1=30-0.5P_1$ 可得反需求函数 $P_1=-2Q_1+60$，进一步得出 $MR_1=-4Q_1+60$

根据市场需求函数 $Q_2=100-2P_2$ 可得反需求函数 $P_2=-0.5Q_2+50$，进一步得出 $MR_2=-Q_2+50$

根据成本函数 $TC=0.5Q^2+7Q$ 可得 MC=Q+7

由于产品在两个分割的市场出售，故可得：$MR_1=MC$，$MR_2=MC$，即 $MR_1=MR_2=MC$

$-4Q_1+60=-Q_2+50=Q+7=Q_1+Q_2+7$，解得 $Q_1=7,Q_2=18,Q=25,P_1=46,P_2=41$

厂商总利润 $\Pi=P_1.Q_1+P_2.Q_2-TC=P_1.Q_1+P_2.Q_2-0.5\times(Q_1+Q_2)^2-7\times(Q_1+Q_2)=572.5\approx573$

（注：计算总利润这块千万不要写成Π=Π1+Π2，其中Π1=P1.Q1-TC，Π2=P2.Q2-TC，这样是错的，因为这相当于重复计算了成本，要记住只是在两个市场上销售，也就意味着只有价格和产量不一样，但是成本是一样的，只减一次就够了。）

（2）若厂商在两个市场上实行统一的价格，因为 $Q_1=30-0.5P$，$Q_2=100-2P$，则 $Q=Q_1+Q_2=130-2.5P$，即反需求函数为 P=52-0.4Q，由此可得出 MR=52-0.8Q。

根据利润最大化的条件：MR=MC，即 52-0.8Q=Q+7，解得 Q=25，P=42

厂商总利润 $\Pi=TR-TC=P.Q-(0.5Q^2+7Q)=562.5\approx563$

（3）实行三级价格歧视时的利润 $\Pi_1=573$

未实行三级价格歧视时的利润 $\Pi_2=563$

显然，573>563，所以厂商实行三级价格歧视时的利润更大。

4.假定某垄断厂商生产两种相关联的产品，其中任何一种产品需求量的变化都会影响另一种产品的价格，这两种产品的市场需求函数分别为 $P_1=120-2Q_1-0.5Q_2$，$P_2=100-Q_2-0.5Q_1$。这两种产品的生产成本是相互独立的，分别为 $TC_1=50Q_1$，$TC_2=0.5Q_2^2$.求该垄断厂商关于每一种产品的产量和价格。

解：

厂商利润 $\Pi=P_1.Q_1+P_2.Q_2-TC_1-TC_2$

代入数值得：$(120-2Q_1-0.5Q_2).Q1+(100-Q_2-0.5Q_1).Q2-50Q_1-0.5Q_2^2$

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi}{\partial Q_1}=-4Q_1-Q_2+70=0 \\ \frac{\partial \pi}{\partial Q_2}=-3Q_2-Q_1+100=0 \end{cases}$$

解得 $P_1=85,Q_1=10,P_2=65,Q_2=30$

（注：千万不要分别写出Π1 和Π2，然后再分别对Π1 和Π2 求偏导，这是不对的，原因如下：①因为虽然生产两种产品，但其生产商是同一个厂商，故这个厂商的利润是两个产品利润的加总。②这两种产品互相影响，所以不能分开分析）

总结：

价格歧视：同一厂商、同一产品、同一生产成本、不同市场、不同价格（$MR_1=MR_2=MC$，$\Pi=P_1.Q_1+P_2.Q_2-TC$）

同一厂商、同一产品、同一生产成本、不同市场、相同价格（P=XXQ）

同一厂商，两种相关联产品、不同生产成本（$\Pi=P_1.Q_1+P_2.Q_2-TC_1-TC_2$，然后对利润求导=0）

只要是同一厂商，利润就不要分开求（意思是只要是同一厂商，哪怕是两种产品，求利润时也不要先算Π1，再算Π2，然后Π=Π1+Π2，这是不对的，因为不管生产几种产品，利润都进了同一生产者的钱包，所以直接写成Π=TR-TC，然后 TR 和 TC 具体是多少根据题目中所给条件判断）

5.已知某垄断竞争厂商的长期总成本函数为 $LTC=0.001Q^3-0.51Q^2+200Q$；如果该产品的生产集团内的所有厂商都按相同的比例调整价格，那么，每个厂商的份额需求曲线（D）为 P=238-0.5Q。求:

（1）该厂商长期均衡时的产量与价格。

（2）该厂商长期均衡时主观需求曲线（d）上的需求价格点弹性值。(保留整数部分）

（3）如果该厂商的主观需求曲线（d）是线性的，推导该厂商长期均衡时的主观需求函数。

解：

（1）由题意得 $LAC=0.001Q^2-0.51Q+200$，已知 P=238-0.5Q

由于在垄断竞争厂商利润最大化得长期均衡时，LAC=P，即 $0.001Q^2-0.51Q+200=238-0.5Q$，解得 Q=200，P=138

故该厂商长期均衡时的产量为 200，价格为 138。

（2）由题意得 $LMC=0.001Q^2-0.51Q+200$，当 P=138，Q=200 时，LMC=116

厂商实行利润最大化时满足 MR=LMC，所以 MR=116

再根据公式 $MR=P(1-\frac{1}{e_d})$，即 $116=138\times(1-\frac{1}{e_d})$，解得 ed≈6

（3）假设该厂商得主观需求曲线为 P=A-BQ，即 $Q=\frac{A}{B}-\frac{P}{B}=\frac{A-P}{B}$，

$ed=\frac{dQ}{dP}\cdot\frac{P}{Q}=\frac{1}{B}\cdot\frac{P}{\frac{A-P}{B}}=\frac{P}{A-P}$，代入数值得：$6=\frac{138}{A-138}$，解得 A=161，$B=\frac{A-P}{Q}=\frac{161-138}{200}=0.115$

故该厂商长期均衡时的主观需求函数为 $Q=\frac{116-P}{0.115}$

6.在古诺模型的假设条件下，设市场的需求函数为 Q=1500-P，求出 Q_A、Q_B、Q 和 P

解：

因为需求函数为 Q=1500-P，即反需求函数为 $P=1500-Q=1500-(Q_A+Q_B)$

对于厂商 A 来说：

厂商 A 所获利润为：$\Pi A=TR_A-TC_A=TR_A=P.Q_A=[1500-(Q_A+Q_B)].Q_A=1500Q_A-Q_A^2-Q_AQ_B$

厂商 A 的利润最大化条件为：$\frac{\alpha\pi_A}{\alpha Q_A}=0$，即 $1500-2Q_A-Q_B=0$

厂商 A 的反应函数为：$Q_A=750-Q_B/2$

对于厂商 B 来说：

厂商 B 所获利润为：$\Pi B=TR_B-TC_B=TR_B=P.Q_B=[1500-(Q_A+Q_B)].Q_B=1500Q_B-Q_B^2-Q_AQ_B$

厂商 B 的利润最大化条件为$\frac{\alpha\pi_B}{\alpha Q_B}=0$，即 $1500-2Q_B-Q_A=0$

厂商 A 的反应函数为：$Q_B=750-Q_A/2$

$Q_A=750-Q_B/2$　　解得:

$Q_B=750-Q_A/2$　　QA=QB=500，$Q=Q_A+Q_B=1000$，P=1500-Q=500

某寡头市场上有两个厂商，它们生产相同的产品，其中，厂商 1 为领导者，其成本函数为 $TC_1=1.2Q_1^2+2$；厂商 2 为追随者，其成本函数为 $TC_2=1.5Q_2^2+8$（显然，领导者是低生产成本的厂商，追随者是高生产成本的厂商）。该市场的需求函数为 Q=100-P，请求出 Q_1、Q_2、Q 及其 P。（斯塔克伯格模型）

解：

因为需求函数为 Q=100-P，即反需求函数为 $P=100-Q=100-(Q_1+Q_2)$

对于追随型厂商 2 来说：（先考虑追随者）

厂商 2 的利润为：$\Pi 2=TR_2-TC_2=P.Q_2-TC_2=[100-(Q_1+Q_2)].Q_2-(1.5Q_2^2+8)=100Q_2-Q_1Q_2-2.5Q_2^2-8$

厂商 2 利润最大化的条件为：$\frac{\alpha\pi_2}{\alpha Q_2}=0$，$100-Q_1-5Q_2=0$

厂商 2 的反应函数为：$Q_2=20-0.2Q_1$

对于领导型厂商 1 来说：

厂商 1 的利润为：$\Pi 1=TR_1-TC_1=P.Q_1-TC_1=[100-(Q_1+Q_2)].Q_1-(1.2Q_1^2+2)=100Q_1^2-2.2Q_1^2-Q_1.Q_2-2$，因为刚刚求过厂商 2 的反应函数为 $Q_2=20-0.2Q_1$，故将此带入，可以写成 $\Pi 1=80Q_1-2Q_1^2-2$

厂商 1 利润最大化的条件为：$\frac{\alpha\pi_1}{\alpha Q_1}=0$，$80-4Q_1=0$

解得：$Q_1=20,Q_2=16,Q=Q_1+Q_2=36,P=64$

假定某寡头市场上有两个厂商，它们生产相同的产品，其中，厂商 1 为领导者，其成本函数为 $TC_1=1.2Q_2^2+6$；厂商 2 作为追随者，其成本函数为 $TC_2=1.5Q_2^2+8$。该市场的需求函数为 Q=100-0.5P。领导型厂商 1 首先决定产品的市场价格，然后追随型厂商 2 接受该价格。（价格领导模型）

解：

先考虑追随型厂商 2 的行为方式：（就把厂商 2 看成是完全竞争市场上的一个“价格接受者”）

追随型厂商 2 的利润最大化原则：$MC_2=P$，$3Q_2=P$，$Q_2=P/3$，可以理解为厂商 2 的产量（供给量）为 P/3，即写成 $Q_2=P/3$

再考虑领导型厂商 1 的行为方式：（领导型厂商 1 能完全准确的知道追随型厂商 2 的产量，领导型厂商 1 所面临的市场需求量等于市场总需求量减去厂商 2 所提供的产量）

领导型厂商 1 的需求函数为：$Q_1=Q-Q_2=100-0.5P-P/3=100-\frac{5}{6}P$，那么 $P=120-\frac{6}{5}Q_1$

领导型厂商 1 的收益函数为：$MR_1=120-\frac{12}{5}Q_1$

领导型厂商 1 的利润最大化原则：$MR_1=MC_1$，$120-\frac{12}{5}Q_1=2.4Q1$，解得 $Q_1=25,P=90,Q=55,Q_2=30$

寡头的题型总结：

1)如何判断该使用哪种模型进行计算：

①题中直接说明古诺模型就是古诺模型的题

②只出现了领导者、追随者字样，但是没有出现“领导型厂商首先决定产品的市场价格，然后追随型厂商接受该价格”这句话，就考虑是斯塔克伯格模型。

③出现了领导者、追随者字样，也出现了“领导型厂商首先决定产品的市场价格，然后追随型厂商接受该价格”这句话，就考虑是价格领导模型。

2)解题方法：

古诺模型：没有追随者，领导者之分，就是求两个厂商的反应函数，然后联立求解

斯塔克伯格模型&价格领导模型：都是先求追随者，不同的是：①斯塔克伯格模型是求出来追随者的反应函数，然后代入领导者利润函数中，求解。②价格领导模型的关键是追随者相当于完全竞争市场中的价格被动接受者，故 P=MC，可以求出 Q_2，且 $Q_1=Q-Q_2$，对于领导者来说追求的是 $MR_1=MC1$,求解。

第六部分：生产要素价格的决定

1.设一厂商使用的可变要素为劳动 L，其生产函数为：$Q=-0.01L^3+L^2+38L$，其中，Q 为每日产量，L 是每日投入的劳动小时数，所有市场（劳动市场及产品市场）都是完全竞争的，单位产品价格为 0.10 美元，小时工资为 5 美元，厂商要求利润最大化。问厂商每天要雇用多少小时劳动?

解：

利润$\Pi=TR-TC=P.Q-W.L=0.1\times（-0.01L^3+L^2+38L）-5L=-0.001L^3+0.1L^2-1.2L$

$\frac{d\pi}{dL}=-0.003L^2+0.2L-1.2=0$，解得 L=60

故厂商要求利润最大化，厂商每天要雇用 60 小时劳动.

2.已知劳动是唯一的可变要素，生产函数 $Q=A+10L-5L^2$，产品市场是完全竞争的，劳动价格为 W，求：

(1)厂商对劳动的需求函数。

(2)厂商对劳动的需求量与工资反方向变化。

(3)厂商对劳动的需求量与产品价格同方向变化。

解：

（1）因为产品市场为完全竞争市场，根据完全竞争市场的要素使用原则:$W=VMP_L=P\times MP_L=P\times(dQ/dL)$

即有:$W=P\times(10-10L)=10P-10PL$，故厂商对劳动的需求函数为:$L=\frac{1-w}{10P}$

（2）因为$\frac{\partial L}{\partial w}=-\frac{1}{10P}<0$，所以厂商对劳动的需求量与工资反方向变化。

（3）因为$\frac{\partial L}{\partial P}=\frac{W}{10P^2}>0$，所以厂商对劳动的需求量与产品价格同方向变化。

3.某劳动市场的供求曲线分别为 $D_L=4000-50W;S_L=50W$。请问:

(1)均衡工资为多少?

(2)假如政府对工人提供的每单位劳动征税 10 美元，则新的均衡工资为多少?

(3)实际上对单位劳动征收的 10 美元税收由谁支付?

(4)政府征收到的总税收额为多少?

解：

(1)均衡时，$D_L=S_L$，即 4000-50W=50W，解得均衡工资 W=40。

(2)如果政府对工人提供的每单位劳动征税 10 美元，则劳动供给曲线变为:$S_L'=50\ (W-10)$

根据 $S_L'=D_L$，即 50 (W-10）=4000-50w，解得: W=45，则新的均衡工资为 45

(3)征税后，厂商购买每单位劳动要支付的工资变为 45 美元，而不是征税前的 40 美元。两者之间的差额 5 美元即是厂商为每单位劳动支付的税收额。工人提供每单位劳动得到 45 美元，但有 10 美元要作为税收交给政府，所以仅能留下 35 美元。工人实际得到的单位工资与征税前相比也少了 5 美元。这 5 美元就是他们提供单位劳动而实际支付的税款。因此，在此例中，厂商和工人分别支付 5 美元的税款，恰好平均承担了政府征收的 10 美元税款。

(4)征税后的均衡劳动雇用量为: 50 (W-10）=50× (45-10）=1750，政府征收到的税收总额为:10×1750=17500

4.一厂商生产某产品，其单价为 15 元，月产量 200 单位，产品的平均可变成本为 8 元，平均不变成本为 5 元。试求准租金和经济利润。

解：

由题可知，P=15，Q=200，AVC=8，AFC=5

准租金=TR-TVC=P.Q-AVC.Q=(P-AVC).Q=(15-8)×200=1400(元)

经济利润=TR-TC=TR-(TVC+TFC)=(P-AVC-AFC).Q=(15-8-5)×200=400(元)

第七部分：一般均衡与福利经济学

1.甲有 300 单位商品 X，乙有 200 单位商品 Y，二人的效用函数都是 U（x,y）=xy，推导出所有满足 Pareto 最优的状态。二人通过交换达到 Pareto 最优，求出社会的价格体系，并求出交换结果。

解：（1）设甲乙两人的消费束为：甲(x_1,y_1)，乙(x_2,y_2)，

题设的约束条件为：

$$\begin{cases} x_1+x_2=300 \\ y_1+y_2=200 \end{cases} \quad ①$$

帕累托有效配置的条件是：甲、乙两人的无差异曲线相切，即

$$MRS_{x_1,y_1}=MRS_{x_2,y_2} \text{即} \frac{MU_{x_1}}{MU_{y_1}}=\frac{MU_{x_2}}{MU_{y_2}}$$

于是我们有：$\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}$　　②

联立①②得：$\frac{y_1}{x_1}=\frac{200-y_1}{300-x_1} \Rightarrow y_1=\frac{2}{3}x_1$

因此，所有满足 Pareto 最优的状态的契约线为：$y_1=\frac{2}{3}x_1$。

（2）令 x 价格为 1，y 的价格为 p，

先求甲的效用最大化条件：

$$\max U_1(x_1,y_1)=x_1y_1 \quad s.t. \quad x_1+py_1=300$$

解得：$x_1=150, y_1=\frac{150}{p}$；

再求乙的效用最大化条件：

$$\max U_2(x_2,y_2)=x_2y_2 \quad s.t. \quad x_2+py_2=200p$$

解得：$x_2=100p, y_2=100$；

由第（1）问中解得的 Pareto 最优条件：$y_1=\frac{2}{3}x_1$

可求得：$p=1.5$，$x_1=150, y_1=100$，$x_2=150, y_2=100$

也就是说，社会最终的价格体系为：X 的价格为 1，Y 的价格为 1.5；交换结果为：甲消费 150 单位的 X，消费 100 单位的 Y；乙也消费 150 单位的 X，消费 100 单位的 Y。

第八部分：市场失灵和微观经济政策

1.假定一个社会由 A 和 B 两个人组成。设生产某公共物品的边际成本为 120，A 和 B 对该公共物品的需求分别为 $q_A=100-p$ 和 $q_B=200-p$。

（1）该公共物品的社会最优产出水平是多少?

（2）如该公共物品由私人生产，其产出水平是多少?

解：

（1）要决定供给公共物品的最优产出水平，必须使这些加总的边际收益与生产的边际成本相等

$MR=P=100-q^*+200-q^*=300-2q^*$

令 MR=MC，即 $300-2q^*=120$，解得 $q^*=90$

故公共物品的社会最优产出水平为 90

（2）如果该公共物品由 A 生产，则有 $100-q_A= 120$，解得 $q_A=-20$，从而可知 A 不会提供该公共物品;如果该公共物品由 B 生产，则有 $200-q_B= 120$，解得 $q_B=80$。因此，如该公共物品由私人生产，其产出水平为 80。但需注意，这是在不考虑搭便车的情况下的结果。如果考虑搭便车，可以看出，一旦 B 提供了 80 单位的公共物品，则 A 可搭便车〈不付钱即可享受)，那么 B 可能减少甚至不提供该公共物品，因此答案可能是 0。