南京审计大学

一、单项选择题（每题 2 分，共 10 分）

1、 盒中有 4 个棋子，其中 2 个白子，2 个黑子，今有 1 人随机地从盒中取出 2 个棋子，则这 2 个棋子颜色相同的概率为（　）

（A）1/3　　（B）2/3　　（C）1/4　　（D）3/4

2、设 A,B 为随机事件，$0<P(A)<1, 0<P(B)<1,$ 若 $P(A|B)=1$ 则下面正确的是（　　）

（A） $P(\bar{B}|\bar{A})=1$　　（B） $P(A|\bar{B})=0$　　（C） $P(A+B)=1$　　（D） $P(B|A)=1$

3、设随机变量 X,Y 独立，且 $X\sim N(1,2), Y\sim(1,4)$，则 $D(XY)$ 为（　）

（A）6　　（B）8　　（C）14　　（D）15

4、设 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则随着 σ 增大，$P\left\{|X-\mu|<\sigma\right\}$ 将（　　）

（A）单调增大　　（B）单调减小　　（C）保持不变　　（D）无法确定

5、设总体 X 与 Y 相互独立，且都服从 $N(0,\sigma^2)$，X_1,X_2,X_3 和 Y_1,Y_2,Y_3,Y_4 分别是来自 X 和 Y 的样本，则统计量 $\dfrac{\sum_{i=1}^{3}X_i^2}{\sum_{i=1}^{4}(Y_i-\bar{Y})^2}$ 服从的分布为(　　　)

(A) $N(01,)$　　(B) $F(3,3)$　　(C) $F(3,4)$　　(D) $t(3)$

二、计算题（每题 5 分，共 20 分）

1、某工厂有四种机床：车床、钻床、磨床和刨床，其台数之比为 9:3:2:1，而在一定时间内需要修理的台数之比为 1:2:3:1。当有一台机床需要修理时，问这台机床是车床的概率是多少？

2、设总体 X 的概率密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-\theta}, \theta\le x\le 1,\\ 0, \quad 其他,\end{cases}$ 其中 θ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自该总体的简单随机样本，求 θ 的矩估计量。

3、设二维随机变量 (X,Y) 服从正态分布 $N(1,0;1,1;0)$，求 $P\{XY-Y<0\}$ 。

4、某高校女生身高 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,现随机抽查了六名女生，测得身高如下：

162；159；166；160；157；162.　　（单位：厘米）

求该校女生身高 μ 的 0.95 的置信区间。（最终计算结果请保留小数点后 2 位，$t_{0.025}(5)=2.571$）

三、应用题（每题 10 分，共 30 分）

1、设随机变量 X 的概率密度为 $f\left(x\right)=\begin{cases}2^{-x}\ln 2, x>0\\ 0, \quad x\le 0\end{cases}$,对 X 进行独立重复的观测,直到第 2 个大

于 3 的观测值出现时停止，记Y 为观测次数，求Y 的概率分布。

2、设总体X 的概率密度为$f\left(x,\theta\right)=\begin{cases}\dfrac{3x^2}{\theta^3},0<x<\theta\\0,\text{其他}\end{cases}$ ，其中$\theta\in\left(0,+\infty\right)$ 为未知参数，

X_1,X_2,X_3 为来自总体X 的简单随机样本，令$T=\max\left(X_1,X_2,X_3\right)$ ，

（1）求T 的概率密度；（2）当a 为何值时，aT 的数学期望为θ 。

3、已知某一试验，其温度服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，σ^2 未知，现测量了温度(^0c) 的 5 个值为：

1250 ， 1265 ， 1245 ，1260 ， 1275 ，

问是否可以认为 $\mu=1277$？ $(\alpha=0.05,\ t_{0.05}(4)=2.776)$

四、综合题（每题 15 分，共 30 分）

1、某工厂有 100 台机器，各台机器独立工作，每台机器的开工率为 0.8，工作时各需要 1kw 电力，问供电局至少要供应多少电力，才能以 97.5%的把握保证正常生产？

2、设随机变量（X,Y）的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}3x & 0\le x\le 1,0\le y\le x\ ,\\0 & \text{其他}\qquad .\end{cases}$$

（1）求边缘密度函数$f_X(x)$与 $f_Y(y)$； （2）X 与Y 是否相互独立？为什么？

（3）计算$P(X+Y>1)$。

五、证明题（每题 5 分，共 10 分）

1、设随机变量X 的方差存在，试证明：对任意常数C有$DX\le E(X-C)^2$ 。

2、设总体$X\sim B\left(m,\theta\right)$, $X_1,X_2,\ldots,X_n$为来自该总体的简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，证明

$E\left[\sum\limits_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2\right]=m(n-1)\theta(1-\theta)$。