…数理统计》期中测试 B

2020-2021-1《概率论与数理统计》期中测试 B

(本次考试不允许使用计算器)

姓名 李楚婷 学号 19105027 班级 投资三班 得分 100

12

1、(12 分) 设 $P(A)=\frac{1}{3}$，$P(B)=\frac{1}{2}$。在下列三种情况下求 $P(B\bar{A})$ 的值：

(1) $AB=\phi$；　(2) $A\subset B$；　(3) $P(AB)=\frac{1}{8}$。

解: $P(B\bar{A})=P(B)-P(AB)$

(1) $P(B\bar{A})=P(B)-0=\frac{1}{2}$

(2) $\because A\subset B \therefore P(AB)=P(A)$

$\therefore P(B\bar{A})=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

(3) $P(B\bar{A})=\frac{1}{2}-\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$

15

2、(15 分) 现在有枪 8 支，其中 5 支经过试射校正，校正过的枪，击中靶的概率为 0.8，未经校正的枪，击中靶的概率为 0.3。今任取一支枪射击，结果击中靶，问此枪经过试射校正的概率是多少？

解: 设此枪经过校正的事件为A，击中靶的事件为B

$P(B)=P(B|A)\times P(A)+P(B|\bar{A})\times P(\bar{A})$

$=0.8\times\frac{5}{8}+0.3\times\frac{3}{8}$

$=\frac{49}{80}$

$\therefore P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(B|A)\times P(A)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{49}{80}}=\frac{40}{49}$

14

3、(14 分) 从 1,2,3,4,5 这五个数中任取 3 个，按大小排列记作 $x_1<x_2<x_3$，令 $X=x_2$，试求 (1) X 的分布函数；(2) $P(X<2)$。

解: (1) 由题可知，分布律如下:

X	2	3	4
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$

$\therefore F_X(x)=\begin{cases}0 & x<2\\ \frac{3}{10} & 2\le x<3\\ \frac{7}{10} & 3\le x<4\\ 1 & x\ge 4\end{cases}$

(2) $P(X<2)=0$

4、（14 分）设随机变量 X 服从参数为λ的指数分布，试求 $P(X>\sqrt{DX})$。

解：由题可知

$$F_X(x)=\begin{cases}1-e^{-\lambda x}, & x\ge 0\\ 0, & 其他\end{cases}$$

且 $DX=\frac{1}{\lambda^2}$

$\therefore P(X>\sqrt{DX})$

$=1-P(X\le\frac{1}{\lambda})$

$=1-F(\frac{1}{\lambda})$

$=e^{-1}$

5、（15 分）设随机变量 X~U[2,5]，现对 X 进行三次独立观测，记 Y 为三次独立观测中观测值大于 3 的次数，求 Y² 的期望值。

解：由题知X服从均匀分布

$$\therefore F_X(x)=\begin{cases}0, & x<2\\ \frac{x-2}{3}, & 2\le x\le 5\\ 1, & x>5\end{cases}$$

$\therefore P(X>3)=1-P(X\le 3)=1-F(3)=\frac{2}{3}$

又Y可取 1, 2, 3, 0

$P(Y=1)=C_3^1(\frac{2}{3})^1(\frac{1}{3})^2$

$P(Y=2)=C_3^2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})^1$

$P(Y=3)=C_3^3(\frac{2}{3})^3(\frac{1}{3})^0$

$P(Y=0)=C_3^0(\frac{2}{3})^0(\frac{1}{3})^3$

则关于Y^2分布律如下

Y^2	0	1	4	9
p	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$

$\therefore EY^2=0\times\frac{1}{27}+1\times\frac{2}{9}+4\times\frac{4}{9}+9\times\frac{8}{27}$

$=\frac{42}{9}$

或写为 $Y\sim b(3,\frac{2}{3})$

由二项分布期望、方差公式有

$EY=3\times\frac{2}{3}=2$

$DY=3\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

则 $EY^2=DY+(EY)^2$

$=\frac{14}{3}$

6、（14 分）设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}|x|, & -1<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$

令 Y=X²+1，试求（1）Y 的概率密度函数；（2）$P(-1<Y<\frac{3}{2})$。

解：(1) $f(x)=\begin{cases}-x, & -1<x\le 0\\ x, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$

$F_Y(y)=P(Y\le y)=P(X^2+1\le y)=P(-\sqrt{y-1}\le X\le\sqrt{y-1})$

当$y\le 1$时，$F_Y(y)=0$

当$1<y\le 2$时，$F_Y(y)=\int_{-\sqrt{y-1}}^{0}f(x)dx+\int_{0}^{\sqrt{y-1}}f(x)dx$

$=y-1$

当$y>2$时，$F_Y(y)=1$

$\therefore$其概率密度如下：

$$f(y)=\begin{cases}1, & 1<y<2\\ 0, & 其他\end{cases}$$

(2) 由(1)可知

$P(-1<Y<\frac{3}{2})$

$=P(-1<Y\le 1)+P(1<Y<\frac{3}{2})$

$=0+F(\frac{3}{2})-F(1)$

$=\frac{1}{2}$

7、（16 分）设(X,Y)的分布律为

X \ Y	0	1
0	a	b
1	c	0.5

，已知$P(Y=1|X=0)=\frac{1}{2}$，$P(X=1|Y=0)=\frac{1}{3}$，求未知参数 a,b,c 的值。

解：$P(Y=1|X=0)=\frac{P(X=0,Y=1)}{P(X=0)}=\frac{b}{a+b}=\frac{1}{2}$

$P(X=1|Y=0)=\frac{P(X=1,Y=0)}{P(Y=0)}=\frac{c}{a+c}=\frac{1}{3}$

又 $a+b+c+0.5=1$

解得 $a=\frac{1}{5}$ $b=\frac{1}{5}$ $c=\frac{1}{10}$