《概率论与数理统计》试卷

一、选择题：（本题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1、设 A、B、C 是三个随机事件，则事件 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ 表示(　　　)

(A) 三事件至少有一个发生　　　(B) 三事件至少有一个不发生

(C) 三事件都发生　　　(D) 三事件都不发生

2、已知二维随机向量（X,Y）~ N（0，0；10，10；0），则 X,Y (　　　)

(A) 同分布且相互独立　　　(B) 同分布但不相互独立

(C) 不同分布但相互独立　　　(D) 不同分布且不相互独立

3、总体 $X \sim N(\mu,5)$ 的一个样本 $X_1,\cdots,X_5$，记 $\overline{X}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}X_i$，则 $D\overline{X}=$ (　　)

(A) $1/5$　　　(B) $1/2$　　　(C)1　　　(D) 5

4、设 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ 其中 μ 已知，σ^2 未知，X_1,X_2,X_3 是一个样本，则下列选项中**不是**统计量(　　)

(A) X_1+X_2　　　(B) $\min(X_1,X_2,X_3)$　　　(C) $X_1-\mu$　　　(D) $\sum_{i=1}^{3}\frac{X_i^2}{\sigma}$

5、在假设检验中，记 H_0 为原假设，则 (　　) 为第二类错误。

(A) H_0 真，接受 H_0；　(B) H_0 不真，拒绝 H_0；　(C) H_0 真，拒绝 H_0；　(D) H_0 不真，接受 H_0

二、填空题：（本题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1. 设事件 A 与 B 互不相容，且 P(A)=0.4, P(B)=0.3, 则 P(A|$\bar{B}$)=__________.

2. 设 P(A)=0.3，且 $P(AB)=P(\bar{A}\bar{B})$，则 P（B）= ___________.

3. 设 X_1，X_2 独立同分布，其分布律为：

X_i	0	1	2
P	0.4	0.3	0.3

则 Z=min{ X_1，X_2 }的分布律为______________________.

4. 设随机变量 X～N (2，σ^2)，且已知 P（X > 4）=0.2，则

P（$0<X\le 2$） =___________.

5. 设 X_1, X_2 , … , X_{26} 独立同分布于正态分布 N (0, σ^2), 则当 C =__________时，$\dfrac{CX_1}{\sqrt{\sum_{i=2}^{26}X_i^2}}$

服从自由度为 25 的 t 分布.

三、计算题（本题共 5 小题，共 40 分）

1. （8 分）某电子设备厂所用的晶体管由甲、乙、丙三家元件制造厂提供。三家制造厂提供的晶体管的数量比是 1：2：3，三家制造厂生产的晶体管的次品率分别为 4%，3.5%，3%。随机的从设备厂所用的晶体管中抽取一只，求：(1). 取出的晶体管是次品的概率;(2). 若取出的晶体管是次品，则它是由甲厂生产的概率。

2. （8 分）设随机变量 X 服从参数 $\lambda=2$ 的指数分布，求：$Y=1-e^{2x}$ 的概率密度函数。

3. （8 分）设 (X,Y) 的联合概率密度是 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{e^{-\frac{x}{y}}e^{-y}}{y}, & x>0,y>0 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，求 $f_{X|Y}(x|y)$。

4. （8 分）假设一大批产品的合格率为 0.9，现从中随机抽取 100 件。试用中心极限定理近似计算 100 件产品中合格品的个数不少于 96 件的概率。

5. （8 分）设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}2x,0\le x<1 \\ 0,\text{其他}\end{cases}$，现对 X 进行 4 次独立重复的观测，以 Y 表示观测值大于 0.5 的次数，求 Y 的分布律。

四、综合题（本题共 3 小题，共 35 分）

1. 设随机变量（X，Y）的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}a, & -1<x<0,-1<y<0,x+y>-1 \\ 0, & \text{其他}\end{cases},$$

求（1）常数 a；（2） Y 的边缘密度函数。

2. 设总体 X 的概率密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\theta}e^{-\frac{x}{2\theta}}, x\ge 0 \\ 0, x<0\end{cases}$ $\theta>0$ 是常数，$(X_1,\cdots,X_n)$ 是来自总体 X 的容量为 n 的简单随机样本，求：(1) θ 的矩估计量 $\widehat{\theta}$；(2) θ 的最大似然估计量 $\widehat{\theta}_L$；(3) 讨论 $\widehat{\theta}_L$ 无偏性。

3. 设总体 X 服从正态分布 N (u,4),u 未知。现有来自该总体样本容量为 16 的样本, 其样本均值为 14.（1）试检验 H_0: u=12.0 v.s. H_1: u>12.0. (检验水平 $\alpha=0.05$)，(2)求 u 的置信度为 95%的置信区间。

五、证明题（本题共 1 小题，共 5 分）

设总体 X 的期望和方差分别为 μ,σ^2， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本， $\overline{X}$ 是样本均值. 证明：$Cov(X_1-\bar{X},X_2-\bar{X})=-\dfrac{\sigma^2}{n}$.

本次考试可能用到的分位数：$\Phi_0(1.645)=0.95$， $\Phi_0(1.96)=0.975$， $\Phi_0(2)=0.97725$，

$t_{0.025}(7)=2.365$， $t_{0.025}(8)=2.306$， $t_{0.05}(7)=1.895$， $t_{0.05}(8)=1.860$， $\chi^2_{0.025}(9)=19.023$，

$\chi^2_{0.025}(8)=17.535$， $\chi^2_{0.05}(9)=16.919$， $\chi^2_{0.05}(8)=15.507$， $\chi^2_{0.975}(8)=2.18$， $\chi^2_{0.975}(9)=2.7$，

$\chi^2_{0.95}(8)=2.733$， $\chi^2_{0.95}(9)=3.325$