学院：______ 专业：______ 班级：______ 学号：______

本人承诺：在本次考试中，自觉遵守考场规则，诚信考试，绝不作弊。 学生姓名（签名）：______

装……订……线 密封线内答题无效

密 封 线

试题	一	二	三	四	五	六	总分	
得分								

得分

一、判断题（每题 2 分，共 10 分）

1. 若一个行列式等于0，则它必有一行（列）元素全为0，或有两行（列）完全相同，或有两行（列）元素成比例． （ ）

2. 若 $A^2=A$，则 $A=0$ 或 $A=E$． （ ）

3. 若齐次线性方程组 $A_{m\times n}X_{n\times 1}=0$ 只有零解，则非齐次线性方程组 $A_{m\times n}X_{n\times 1}=b$ 有唯一解. （ ）

4. 线性无关的向量组的部分组有可能是线性相关的. （ ）

5. 设 3 阶方阵 A 有特征值 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$，则行列式 $|2A|=2\lambda_1\lambda_2\lambda_3$． （ ）

得分

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设 n 阶行列式 D 的值为 a，若将 D 的所有元素改变符号，则得到的行列式的值为______________.

2. 可逆矩阵 A 满足 $A^2-A-3E=0$，则 $A^{-1}=$__________.

3. 若可逆矩阵 P 使得 $PA=B$，且 $R(A)=4$，则 $R(B)=$________.

4. 设 $\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_t$ 是非齐次线性方程组 $AX=b(b\neq 0)$ 的解，则 $u_1\eta_1+u_2\eta_2+\cdots+u_t\eta_t$ 是 $AX=b$ 的解的充分必要条件是 $u_1+u_2+\cdots+u_t=$______.

5. 设3阶方阵 A 有特征值 $1,2,-1$，则行列式 $|A^{-1}|=$____.

得分

三、证明题（每题 6 分，共 12 分）

1. 设 n 阶方阵 A 满足 $(A+E)^3=0$，证明 A 可逆，并求 A^{-1}.

2. 设有 n 维向量组 A：$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$，证明它们线性无关的充分必要条件是：任一 n 维向量都可以由它们线性表示.

学号： 姓名： 班级： 专业： 学院：

装 订 线 密 封 线

得分

四、计算题一（每题 8 分，共 40 分）

1. $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 5 & 0 & 6 & 2 \end{vmatrix}$.

2. $D_n=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 2 & 1 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 2 & 3 & 1 & \cdots & n-1 & n \\ & & \cdots & \cdots & & \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & 1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n & 1 \end{vmatrix}$.

3. 设 $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$， $B=\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$，$X$ 满足 $AX=2X+B$，求 X .

4. 设线性方程组 $\begin{cases} (1+\lambda)x_1+x_2+x_3=0 \\ x_1+(1+\lambda)x_2+x_3=3 \\ x_1+x_2+(1+\lambda)x_3=\lambda \end{cases}$，问 λ 取何值时，此方程组(1)有唯一解，(2)无解，(3)有无限多解，并在有无限多解时求通解.

5. 求向量组 $\alpha_1=(1,\ 0,\ 1,\ 0)^T$， $\alpha_2=(-1,\ 2,\ 1,\ 1)^T$， $\alpha_3=(0,\ 2,\ 2,\ 1)^T$，的秩，并指出此向量组是否线性相关.

学号：________ 姓名：________ 班级：________ 专业：________ 学院：________

装 订 线 密 封 线

得分

五、计算题二（每题 9 分，共 9 分）

1. 设 3 阶方阵 A 有两个特征值为 $1,2$，且 $|A|=-4$，求（1）A 的另一个特征值；（2）求行列式 $|A^2+2A+2E|$.

得分

六、计算题三（每题 14 分，共 14 分）

1. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & 2 & 0 \\ b & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 的特征值之和为 1，特征值之积为 -12，且其中 $b>0$.

（1）求 a,b；（2）求 A 的特征值，正交矩阵 Q，使得 $Q^{-1}AQ=Q^{T}AQ$ 为对角形矩阵，.