

南京审计大学
2018-2019学年第一学期《高等数学》期末试卷A

一. 选择题：将唯一正确选项的代码填入题目中的横线上。

(本大题分 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

1. x 轴上点的坐标都可以写成 ()

A. $(0, 0, 0)$; B. $(0, y, 0)$; C. $(x, 0, 0)$; D. $(0, 0, z)$

2. 设 $f(x)$ 是 x 的可导函数, 则 $[f(-2x)]' = ()$

A. $-2f'(2x)$; B. $-2f'(-2x)$; C. $-2f'(x)$; D. $f'(-2x)$;

3. 无穷大量与无穷小量的乘积一定是 ()

A. 收敛于 0; B. 无穷大量; C. 常数; D. 以上结论都不对。

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$ 的值是 ()

A. 0; B. $\frac{1}{2}$; C. 1; D. 2;

5. 设 $f(x)$ 的原函数为 $\frac{\sin x}{x}$, 则 $\int x f'(x) dx = ()$

A. $\cos x + c$; B. $-\cos x - \frac{2 \sin x}{x} + c$; C. $\cos x - \frac{2 \sin x}{x} + c$; D. $\frac{\sin x}{x} + c$

二. 填空题：根据题意，在下列各题的横线处，填上正确的文字，符号或数值。

(本大题分 3 小题，每小题 3 分，共 9 分)

1. 若 $f(x) = x^3$ 在 x_0 处的自变量增量， $\Delta x = 0.2$ ，对应的函数增量 Δy 的线性主部

$dy = 0.3$ ，则自变量 x 的始值 $x_0 =$ _____。

2. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续，则 $a =$ _____。

3. 设 $\int_a^b f(x) dx$ 存在，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(a + k \frac{b-a}{n}) =$ _____。

三. 计算题：计算下列各题。(本大题 12 小题，每小题 4 分，共 48 分)

1. 设 $z = x^2 \arccot \sqrt{y}$ ，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 。

2. 求曲线 $y = c + \frac{a^3}{(x-b)^2}$ 的渐近线。

3. 求出函数 $f(x) = \arccos \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 的定义域及值域。

4. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{\sin^2 x}$

5. 设 $f(x) = x(x+1)(x+2) \cdots (x+n)$ ，求

$f'(0)$ 。

6. 求函数 $f(x) = x^3 e^{-x}$ 的极值。

7. 计算 $\int \frac{x^3}{x+2} dx$;

8. 计算

$$\int_0^1 t(1-t^2)^3 dt ;$$

9. 计算 $I = \iint_D (x-1)y dx dy$, D 由 $y = (x-1)^2$, $y = 1-x$ 和 $y = 1$ 所围成。

10. 求微分方程 $5e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$ 的通解。

11. 求微分方程 $(1+x^2)y'' + 2xy' = 0$ 的通解。

12. 给出函数 $f(x) = \frac{(x-1)\sin x}{|x|(x^2-1)}$ 的连续区间, 并指出各间断点的类型。

四. 证明题: (本大题 6 分)

设 $f(x)$ 为连续函数, 证明 $\int_0^x f(t)(x-t) dt = \int_0^x \left(\int_0^t f(u) du \right) dt$

五. (本大题 4 分)

求由抛物线 $y = x^2$ 及直线 $y = x$ 所围成的图形的面积。

六. (本大题 6 分)

求由椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 分别绕 x 轴、 y 轴旋转而成的旋转体的体积。

七. (本大题 6 分)

已知 $y = f(x)$ 满足 $2f(x) + e^{-x^2} + 4 \int_0^x xf(x) dx = 0$ 且 $f(0) = 1$, 求 $f(x)$ 。

八. (本大题 6 分)

证明: 方程 $\frac{2}{3}x^3 - 2x + c = 0$ (c 为常数) 在 $(0,1)$ 内至少有一个根。