**第四章 生产理论**

**一、名词解释**：

1.生产函数 2.短期生产函数 3. 长期生产函数 4. 生产要素 5.总产量 6.平均产量 7.边际产量 8.边际报酬递减规律 9.等产量曲线10.边际技术替代率递减规律 11.等成本线 12.等斜线 13.扩展线14.规模报酬 15.规模经济 16．规模不经济 17．外在经济 18．外在不经济

**二、选择题**：

1.生产函数表示( )。

A.一定数量的投入、至少能生产多少产品

B.生产一定数量的产品，最多要投入多少生产要素

C.投入与产出的关系 D.以上都对。

2.如果连续地增加某种生产要素、在总产量达到最大值时，边际产量与( )相交。

A.平均产量曲线 B.纵轴 C.横轴 D.总产量曲线

3.在总产量、平均产量和边际产量的变化过程中，下列何者首先发生( )。

A.边际产量下降 B.平均产量下降 C.总产量下降 D.B和C。

4.边际收益递减规律发生作用的前提条件是( )。

A.连续地投入某种生产要素而保持其他生产要素不变 B.生产技术不变

C.按比例同时增加各种生产要素 D.A和B

5.当总产量下降时( )。

A.AP为零 B.AP为负 C.MP小于或等于零 D.AP递减

6.等产量线( )。

A.说明了为生产一个给定的产量而可能的各种投入要素的组合

B.除非得到了所有要素的价格，否则不能画出该曲线

C.表明了投入与产出的关系

D.表示了无论投入数量怎样变化，产量都是一定的

7.生产的第二阶段( )开始于APL开始下降处。

A.总是 B.决不是 C.经常是 D.有时是

8.等产量线上某一点的切线的斜率等于( )。

A.预算线的斜率 B.等成本线的斜率 C.边际技术替代率 D.边际报酬

9.若厂商增加使用一个单位劳动，减少两个单位的资本，仍能生产相同产量，则MRTSLk 是( )。

A.1／2 B.2 C.1 D.4

10.在生产有效区域里，等产量线( )。

A.凸向原点 B.不能相交 C.负向倾斜 D.以上都对

11.等成本线向外平行移动表明( )。

A.产量提高了 B.成本增加了

C.生产要素价格按相同的比例上升了 D.以上都正确

12.等成本曲线绕着它与纵轴(Y)的交点向外移动意味着( )。

A.生产要素Y的价格下降了 B.生产素X的价格上升了

C.生产要素X的价格下降了 D.上述说法都不正确

13.在以横轴表示生产要素X，纵轴表示生产要素Y的坐标系中，等成本曲线的斜率等于2，这表明( )。

A.Px／Py＝2 B.Qx／Qy＝2 C.Py／Px＝2 D.上述都不正确

14.已知等成本曲线与等产量曲线既不相交也不相切，此时，要达到等产量线所表示的产出水平，应该( )。

A.增加投入 B.保持原投入不变 C.减少投入 D.或A或B

15.若等成本线与等产量线相交，表明要生产等产量线所表示的产量水平( )。

A.还可以减少成本支出 B.不能再减少成本支出

C.应该再增加成本支出 D.上述都不正确

16.规模收益递减是在下述情况下发生的( )。

A.连续地投入某种生产要素而保持其他生产要素不变

B.按比例连续增加各种生产要素

C.不按比例连续增加各种生产要素 D.上述都正确

17.生产理论中的扩张线和消费理论中的( )类似。

A.价格一消费曲线 B.Engel曲线 C.收入一消费曲线 D.预算线

18.当某厂商以既定的成本生产出最大产量时，他( )。

A.一定获得了最大利润 B.一定没有获得最大利润

C.是否获得了最大利润，还无法确定 D.经济利润为零

19.已知在等产量曲线的某一点上，以生产要素X替代Y的边际替代率是2，这意味着( )。

A.MPy／MPx＝2 B.MPx／MPy＝2 C.APy／APx＝2

D.Qy／Qx＝2 E.Px／Py＝2

20.当生产函数Q＝f(L,K)的APL为正且递减时，MPL可以是( )。

A.递减且为正 B.递减且为负 C.为零 D.以上均正确

21.生产函数为Y＝L＋2K＋5，则有( )。

A.规模报酬递增 B.规模报酬不变

C.规模报酬递减 D.劳动的边际产量递减

22.若生产函数为Q=100L0.4K0.6,则L对K的边际技术替代率为（ ）

A.2K/3L B.3K/2L C.2L/3K D. 3L/2K

23．如果规模报酬不变，增加20%的劳动量，但保持资本数量不变，则总产量将（ ）

A.增加20% B.减少20% C.增加大于20% D. 增加小于20%

24.企业在生产中采用了最低成本的生产技术，劳动对资本的边际替代率为0.4，资本的边际产量为5，则劳动的边际产量为（ ）

A.2 B.1 C.3 D.5

**三、是非判断**：

1.生产函数指的是要素投入量和最大产出量之间的一种函数关系，通常分为固定比例生产函数和可变比例生产函数。

2.随着生产技术水平的变化，生产函数也会发生变化。

3.可变要素的报酬总是递减的。

4.边际产量可由总产量线上的任一点的切线的斜率来表示。

5.边际产量总是小于平均产量。

6.边际技术替代率为两种投入要素的边际产量之比，其值为负。

7.产出增加时，总成本亦上升，即为规模不经济。

8.如果连续地增加某种生产要素的投入量，总产量将不断递增，边际产量开始时递增然后递减。

9.只要总产量减少，边际产量一定是负数。

10.只要边际产量减少，总产量一定也在减少。

11.随着某生产要素投入量的增加，边际产量和平均产量增加到一定程度将同时趋于下降。

12.边际产量线一定在平均产量线的最高点与它相交。

13.边际产量曲线与平均产量曲线的交点，一定在边际产量曲线向右下方倾斜的部分。

14.规模收益递减是边际收益递减造成的。

15.边际收益递减是规模收益递减造成的。

16.利用等产量线上任意一点所表示的生产要素组合都可以生产出同一数量的产品。

17.生产要素的价格一旦确定，等成本曲线斜率随之确定。

18.等成本曲线的斜率等于纵轴表示的生产要素Y的价格与横轴表示的生产要素X的价格之比。

19.假如以生产要素X代替Y的边际技术替代率等于3，这意味着这时增加1个单位X所增加的产量，等于减少3个单位Y所减少的产量。

20.生产要素的边际技术替代率递减是边际收益递减规律造成的。

**四、简答题：**

1.写出柯布一道格拉斯生产函数Q＝ALαK1-α关于劳动的平均产量和劳动的边际产量的生产函数.

2.如果企业处于MRTSLK＞ (W/r)或MRTSLK＜ (W /r) 时，企业应该分别如何调整劳动和资本的投入量，以达到最优的要素组合?

**五、论述题**：

1.用图说明短期生产函数Q＝f(L，)的TPL曲线，APL曲线和MPL曲线的特征及其相互之间的关系。

2.利用图说明厂商在既定成本条件下是如何实现最大产量的最优要素组合的。

3.用图说明厂商在既定产量条件下是如何实现最小成本的最优要素组合的。

4.生产的三阶段是如何划分的，为什么厂商只会在第Ⅱ阶段生产?

5.什么是等产量线?等产量线与无差异曲线在性质上有何异同?

K

4 85 130 165 190

3 80 120 150 165

2 70 100 120 130

1 50 70 80 85

0 1 2 3 4 L

6.用图形解释“脊线”的概念。

7.试述规模经济产生原因。

8.简述等产量线的特征。

**六、计算题**：

1.已知某企业的生产函数Q＝L2/3K1/3，劳动的价格W＝2，资本的价格r＝1，求：

(1)当成本C＝3000时，企业实现最大产量时的L、K和Q的值。

(2)当产量Q＝800时，企业实现最少成本时的L、K和C的值。

2.已知生产函数Q＝-L3＋24L2＋240L，求：在生产的三个阶段上，L的投入量分别应为多少?

3.已知生产函数Q＝KL- 0.5L2-0.32K2，若K＝10，求：

(1)劳动的平均产量函数和边际产量函数

(2)分别计算当总产量、平均产量和边际产量达到极大值时，劳动的投入量。

(3)证明当APL达到极大值时，APL＝MPL。

4.下面是一张一种可变生产要素的短期生产函数的产量表：

1. 在表中填空。
2. 该生产函数是否表现出边际报酬递减？如果是，是从第几单位的可变要素投入量开始的？

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 可变要素的数量 | 可变要素的总产量 | 可变要素的平均产量 | 可变要素的边际产量 |
| 1 |  | 2 |  |
| 2 |  |  | 10 |
| 3 | 24 |  |  |
| 4 |  | 12 |  |
| 5 | 60 |  |  |
| 6 |  |  | 6 |
| 7 | 70 |  |  |
| 8 |  |  | 0 |
| 9 | 63 |  |  |

5．生产函数Q＝f(L，K )的要素组合与产量的对应图，如图所示，这张图是以坐标平面的形式编制的。其中，横轴和纵轴分别表示劳动投入量和资本投入量，虚线交点上的数字表示与该点的要素投入组合对应的产量。

1. 图中是否存在规模报酬递增、不变和递减？
2. 图中是否存在边际报酬递减？
3. 图中那些要素组合处于同一条等产量曲线上？

6.已知生产函数Q＝f(L,K)=2KL- 0.5L2-0.5K2，假定厂商目前处于短期生产，且K＝10，求：

(1)写出在短期生产中该厂商关于劳动的总产量TPL函数、劳动的平均产量APL函数和劳动的边际产量MPL函数。

(2)分别计算当总产量TPL、劳动平均产量APL和劳动边际产量MPL各自达到极大值时的厂商劳动的投入量。

(3)什么时候APL＝MPL？它的值又是多少？

7.已知生产函数为：(a)Q=4,(b)Q=min(3K,4L).分别求厂商的扩展线函数。

8.已知生产函数为。判断：（1）在长期生产中，该生产函数的规模报酬属于哪一种类型？（2）在短期生产中，该生产函数是否受边际报酬递减规律的支配？

**第四章 参考答案**

1. **名词解释**：
   1. 生产函数：表示在一定时期内，在技术水平不变的情况下，生产中所使用的各种生产要素的数量与所能生产的最大产量之间的关系。
   2. 短期生产函数：指生产者来不及调整全部生产要素的数量，至少有一种生产要素的数量是固定不变的,。短期生产函数表示为Q=f(L.)。
   3. 长期生产函数：指生产者可以调整全部生产要素的数量以变化产量，产量是全部要素的函数。长期生产函数表示为Q=f(L.K)。
   4. 总产量：是指与一定的可变要素劳动的投入量相对应的最大产量。
   5. 平均产量：是总产量与所使用的可变要素劳动的投入量之比。
   6. 边际产量：是增加一单位可变要素劳动投入量所增加的产量。
   7. 边际报酬递减规律：在技术水平不变的条件下，在连续等量地把一种可变生产要素增加到其他一种或几种数量不变的生产要素上去的过程中，当这种可变生产要素的投入量小于某一特定值时，增加该要素投入所带来的边际产量是递增的；当这种可变要素的投入量连续增加并超过这个特定值时，增加该要素投入所带来的边际产量使递减的。
   8. 等产量曲线：是在技术水平不变的条件下生产同一产量的两种生产要素投入量的所有不同组合的轨迹。
   9. 边际技术替代率递减规律:在维持产量不变的前提下，当生产一种生产要素的投入量不断增加时，每一单位的这种生产要素所能替代的另一种生产要素的数量是递减的。
   10. 等成本线：是在既定的成本和既定生产要素价格条件下生产者可以购买到的两种生产要素的各种不同数量组合的轨迹。
   11. 等斜线：是一组等产量曲线中两要素的边际技术替代率相等的点的轨迹。
   12. 扩展线：不同的等产量曲线与不同的等成本线相切，形成一系列不同的生产均衡点，这些生产均衡点的轨迹就是扩展线。
   13. 规模报酬：是指在其他条件不变的情况下，企业内部各种生产要素按相同比例变化时所带来的产量变化。

14．规模经济：在企业生产扩张的开始阶段，厂商由于扩大生产规模而使经济效益得到提高，也就是说厂商产量增加的倍数大于成本增加的倍数。

15．规模不经济：当生产扩张到一定的规模之后，厂商继续扩大生产规模，就会使经济效益下降，也就是说厂商产量增加的倍数小于成本增加的倍数。

16．外在经济：是整个行业生产规模的扩大，给个别厂商所带来的产量与收益的增加。

17．外在不经济：是一个行业的生产规模过大会使个别厂商的产量与收益减少。

**二、选择题**：

1.C 2.C 3.A 4.D 5.CD 6.A 7.A 8.C 9.B 10.D 11.B

12.C 13.A 14.A 15.A 16.B 17.C 18.C 19.B 20.D 21.C22.A

23.D 24.A

**三、判断是非**：

1.T 2.T 3.F 4.T 5.F 6.T 7.F 8.F 9.T 10.F 11.F 12.T 13.T 14.F 15.F 16.T 17.T 18.F 19.T 20.T

**四、简答题**：

**1.**写出柯布一道格拉斯生产函数Q＝ALαK1-α关于劳动的平均产量和劳动的边际产量的生产函数。

**答：**APL＝Q/L＝ALαK1-α/L＝ALα-1K1-αMPL＝∂Q/∂L＝A·K1-α·α·Lα-1

**2.**如果企业处于MRTSLK＞ (W/r)或MRTSLK＜ (W /r) 时，企业应该分别如何调整劳动和资本的投入量，以达到最优的要素组合?

**答：**当MRTSLk＞W/r时，意味着MPL/W＞MPk/r，企业应该增加对劳动的投入，减少资本投入，当MRTSLk＜W/r时，意味着MPL/W＜MPk/r，企业应该减少劳动的投入，增加资本的投入。

**五、论述题**：

**1.**用图说明短期生产函数Q＝f(L，)的TPL曲线，APL曲线和MPL曲线的特征及其相互之间的关系。

**答**：(1)总产量线TP，边际产量线MP和平均产量线AP都是先呈上升趋势，达到本身的最大值以后，再呈下降趋势。参考第4题图。

(2)平均产量线是总产量线上各点与原点连线的斜率值曲线。因此，总产量线上的各点与原点连线的斜率值最大的一点即通过原点所作直线与总产量线的切点(图中C点)就是平均产量曲线的最高点(见图中C ′点)。

(3)边际产量线是总产量线上各点的斜率值曲线。因此，斜率值最大的一点，即拐点(图中B点)，便是边际产量线的最高点，(图中B ′点)。

(4)总产量线的最高点(图中D点)，斜率为零，这时边际产量为零，边际产量线与横轴相交(见图中D ′点)。

(5)平均产量线的最高点，一定是平均产量与边际产量的交点C ′点。

(6)平均产量上升的部分，边际产量曲线一定高于平均产量曲线；平均产量线下降的部分，边际产量线一定低于平均产量线。

**2.**利用图说明厂商在既定成本条件下是如何实现最大产量的最优要素组合的。

K

A a Q3

K1  EQ2 Q1

b

O L1 B L

**答**：在图中，有一条等成本线AB和三条等产量曲线Q1、Q2和Q3。等成本线AB的位置和斜率决定于既定的成本量C和既定的已知的两要素的价格比例-(ω r)。由图中可见，惟一的等成本线AB与其中一条等产量曲线Q2相切于E点，该点就是生产的均衡点。它表示：在既定成本条件下，厂商应该按照E点的生产要素组合进行生产，即劳动投入量和资本投

(四.2题图)

入量分别OL1和OK1，这样，厂商就会有2图中既定成本条件下产量最大的要素组合

获得最大的产量。

**3.**用图说明厂商在既定产量条件下是如何实现最小成本的最优要素组合的。

**答**：图中有一条等产量曲线Q和三条等成本线AB、A′B′和A″B″。惟一的等产量曲线Q代表既定的产量。三条等成本线具有相同的斜率(即表示两要素的价格是既定的)，但代表三个不同的成本量，其中，等成本线AB代表的成本大于等成本线A ′B ′，等成本线A ′B ′代表的成本大于等成本线A ″B ″。惟一的等产量曲线Q与其中一条等成本线A′B′相切于E点，这就是生产的均衡点或最优要素组合点。它表示：在既定的产量条件下，生产者应该选择E点的要素组合(OK1，OL1)，才能实现最小的成本。

K

A

A′ a

A

K1 E

b Q

O L1 B′B″ B L

四.3图 既定产量条件下成本最小的要素组合

**4.**生产的三阶段是如何划分的，为什么厂商只会在第Ⅱ阶段生产?

Q D

C TPL

第Ⅰ阶段 第Ⅱ阶段 第Ⅲ阶段

B

B′ D′

C′ APL

O L2 L3 L4 MPL  L

(四.4题图)

**答**：根据短期生产的总产量曲线、平均产量曲线和边际产量曲线之间的关系，可将短期生产划分为三个阶段，如图所示。

在第Ⅰ阶段，产量曲线的特征为：劳动的平均产量始终是上升的，且达到最大值；劳动的边际产量上升达最大值，且劳动的边际产量始终大于劳动的平均产量；劳动的总产量始终是增加的。这说明：在这一阶段，不变要素资本的投入量相对过多，生产者增加可变要素劳动的投入量是有利的。或者说，生产者只要增加可变要素劳动的投入量，就可以增加总产量。因此，任何理性的生产者都不会在这一阶段停止生产，而是连续增加可变要素劳动的投入量，以增加总产量，并将生产扩大到第Ⅱ阶段。

在第Ⅲ阶段，产量曲线的特征为：劳动的平均产量继续下降，劳动的边际产量降为负值，劳动的总产量也呈现下降趋势。这说明：在这一阶段，可变要素劳动的投入量相对过多，生产者减少可变要素劳动的投入量是有利的。因此，这时即使劳动要素是免费供给的，理性的生产者也会通过减少劳动投入量来增加总产量，以摆脱劳动的边际产量为负值和总产量下降的局面，并退回到第Ⅱ阶段。

由此可见，任何理性的生产者既不会将生产停留在第Ⅰ阶段，也不会将生产扩张到第Ⅲ阶段，所以，生产只能在第Ⅱ阶段进行。在生产的第Ⅱ阶段，生产者可以得到由于第Ⅰ阶段增加可变要素投入所带来的全部好处，又可以避免将可变要素投入增加到第Ⅲ阶段而带来的不利影响。因此,第Ⅱ阶段是生产者进行短期生产的决策区间。在第Ⅱ阶段的起点处，劳动的平均产量曲线和劳动的边际产量曲线相交，即劳动的平均产量达最高点。在第Ⅱ阶段的终点处，劳动的边际产量曲线与水平轴相交，即劳动的边际产量等于零。

**5.** 什么是等产量线?等产量线与无差异曲线在性质上有何异同?

**答**：等产量线是表示在其他条件不变情况下，为保持一定产量所投入的两种生产要素之间各种可能性组合。与无差异的曲线相比较，相同点：(1)在有效的区域内，等产量线的斜率为负。(2)等产量线凸向原点。(3)两条等产量线决不相交。不同点：(1)无差异曲线反映的是消费者的相同效用，而等产量线则是反映生产者相同产量。(2)等产量线不能像无差异曲线那样，将两端无限延长则与坐标轴无限接近，而是到一定限度则向两坐标轴上方翘起，这表明任何两种生产要素都不能完全替代，只能在一定的范围内互相替代。

**6.**用图形解释“脊线”的概念。

**答**：脊线表明生产要素替代的有效范围。等产量线斜率可以为负也可以为正。当等产量线斜率为负值时，表明两种要素可以互相替代，如下图中A与A′之间的线段。当等产量线斜率为正值时，表明两种要素不能互相替代，必须同时增加才能保持产量不变，如下图中A点和A′点以外的部分。图中经过A点的等产量线斜率为无穷大，A′的斜率为零。把所有类似A点和A′点的集合，就叫作脊线。如图中A、B、C点的连线，A′、B′、C′点的连线形成了两条脊线。厂商只有在这两条脊线所形成的区域内从事生产，才是有效的，因此，这一区域(两条脊线所围成的区域)也称为“生产区域”。

**7.**试述规模经济产生原因。

**答**:规模经济是由厂商变动自己的企业生产规模所引起的，其原因主要有：

第一,可以使用更加先进的机器设备。机器设备这类生产要素有其不可分割性。只有在大规模生产中，大型的先进设备才能充分发挥起作用，使产量更大幅的增加。

第二,可以实行专业化生产。在大规模的生产中，专业可以分的更细，分工也会更细，这样就会提高工人的技术水平，提高生产效率。

第三,可以提高管理效率。生产规模扩大，可以在不增加管理人员的情况下增加生产，从而提高管理效率。

第四,可以对副产品进行综合利用。

第五,在生产要素的购买与产品销售方面也会更加有利。大规模生产所需各种生产要素多，产品也多，这样，企业就会在生产与产品销售市场上具有垄断地位，从而可以压低生产要素收购价格或提高产品销售价格，从中获得好处。

**8.**简述等产量线的特征。

**答**:等产量线具有以下特征：(1)在有效的区域内，等产量线的斜率为负。(2)等产量线凸向原点。(3)两条等产量线决不相交。(4). 离原点越远的等产量线代表的产量水平越高.

K

C

A B

C

A B

O L

(四.6题图)

**六、计算题**：

**1.**已知某企业的生产函数Q＝L2/3K1/3，劳动的价格W＝2，资本的价格r＝1，求：

(1)当成本C＝3000时，企业实现最大产量时的L、K和Q的值。

(2)当产量Q＝800时，企业实现最少成本时的L、K和C的值。

**解**：(1)MPL＝∂Q/∂L＝（2/3）L-1/3K1/3 MPk＝∂Q/∂K＝(1/3)L2/3K-2/3

2L＋K＝3000

MPL/2＝MPk /1

2L＋K＝3000

（2/3）L-1/3K1/3 /2=(1/3)L2/3K-2/3/1

2L＋K＝3000

L＝K

∴L＝1000＝K

Q＝10002/3·10001/3＝1000

(2)800＝L2/3K1/3 L＝K

L＝800K＝800 C＝2L＋K＝3×800＝2400

**2.**已知生产函数Q＝-L3＋24L2＋240L，求：在生产的三个阶段上，L的投入量分别应为多少?

**解**：在第Ⅰ阶段，APL应达到极大值，即APL′＝0

APL＝(Q/L)＝-L2＋24L＋240

APL′＝-2L＋24＝0 ∴L＝12检验当L＜12时，APL是上升的。

在第Ⅱ阶段，MPL应该等于零

MPL＝(dQ/dL)＝-3L2＋48L＋240令MPL＝0即-3L2＋48L＋240＝0

解得L＝20当L＞8时，(dMPL/dL)＝-6L＋48＜0

所以，MPL对于所有的L＞20均小于零

因此，第Ⅰ阶段0＜L＜12；第Ⅱ阶段12＜L＜20；第Ⅲ阶段L＞20。

**3.**已知生产函数Q＝KL- 0.5L2-0.32K2，若K＝10，求：

(1)劳动的平均产量函数和边际产量函数

(2)分别计算当总产量、平均产量和边际产量达到极大值时，劳动的投入量。

(3)证明当APL达到极大值时，APL＝MPL。

**解**：根据已知条件Q＝10L-0.5L2-32

1. APL＝(Q/L)＝-0.5L+10-(32/L)； MPL＝(dQ/dL)＝10-L

(2)当MPL＝0时，即10-L＝0时，TP有极大值解得L＝10

令APL′＝0时，即-0.5+32／L2＝0解得L＝8，AP达到极大

MPL′＝-1，说明MPL 处于递减阶段

(3)当APL达到极大值时，L＝8 APL＝-0.5＋8+10-32／8＝2

此时的 MPL＝10-L＝10-8＝2

所以，当MPL＝APL时，APL达到极大值

**4.**下面是一张一种可变生产要素的短期生产函数的产量表：

（1）在表中填空。

（2）该生产函数是否表现出边际报酬递减？如果是，是从第几单位的可变要素投入量开始的？

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 可变要素的数量 | 可变要素的总产量 | 可变要素的平均产量 | 可变要素的边际产量 |
| 1 |  | 2 |  |
| 2 |  |  | 10 |
| 3 | 24 |  |  |
| 4 |  | 12 |  |
| 5 | 60 |  |  |
| 6 |  |  | 6 |
| 7 | 70 |  |  |
| 8 |  |  | 0 |
| 9 | 63 |  |  |

**解：**（1）填表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 可变要素的数量 | 可变要素的总产量 | 可变要素的平均产量 | 可变要素的边际产量 |
| 1 | 2 | **2** | 0 |
| 2 | 12 | 6 | **10** |
| 3 | **24** | 8 | 2 |
| 4 | 48 | **12** | 24 |
| 5 | **60** | 12 | 12 |
| 6 | 66 | 11 | **6** |
| 7 | **70** | 10 | 4 |
| 8 | 70 | 35/4 | **0** |
| 9 | **63** | 7 | -7 |

(2)该生产函数表现出边际报酬递减。是从第5个单位的可变要素投入量开始，此时，平均产量开始大于边际产量。

**5.**生产函数Q＝f(L，K )的要素组合与产量的对应图，如图所示，这张图是以坐标平面的形式编制的。其中，横轴和纵轴分别表示劳动投入量和资本投入量，虚线交点上的数字表示与该点的要素投入组合对应的产量。

（1）图中是否存在规模报酬递增、不变和递减？

（2）图中是否存在边际报酬递减？

（3）图中那些要素组合处于同一条等产量曲线上？

K

4 85 130 165 190

3 80 120 150 165

2 70 100 120 130

1 50 70 80 85

0 1 2 3 4 L

**解：**(1)图中存在规模报酬递减与不变。

如70=f(1,2)与130=f(2,4)，此时生产要素增加比例为2，而产量增加比例为130/70，小于2，因此存在规模报酬递减。又如，50=f(1,1) 与 100=f(2,2) 此时生产要素增加比例为2，而产量增加比例为 100/50，等于2，因此存在规模报酬不变。

（2）图中存在边际报酬递减。如k=1保持不变，当L发生改变时，在0→1、1→2、2→3、3→4四段中，边际产量分别为50、20、10、5，可以看出边际报酬递减。

（3）f(2,1)与f(1,2)、f(3,1) 与f(1,3)、f(4,1) 与f(1,4)、f(3,2) 与f(2,3)、f(4,2) 与f(2,4)、f(4,3) 与f(3,4)分别处于Q=70、Q=80、Q=85、Q=120、Q=130、Q=165等产量曲线上。

**6.**已知生产函数Q＝f(L,K)=2KL- 0.5L2-0.5K2，假定厂商目前处于短期生产，且K＝10，求：

(1)写出在短期生产中该厂商关于劳动的总产量TPL函数、劳动的平均产量APL函数和劳动的边际产量MPL函数。

(2)分别计算当总产量TPL、劳动平均产量APL和劳动边际产量MPL各自达到极大值时的厂商劳动的投入量。

(3)什么时候APL＝MPL？它的值又是多少？

**解：**（1）短期生产中K是不变的，短期关于劳动的总产量函数为：



劳动的平均产量函数为：



劳动的边际产量函数为：

（2）当时，即时，达到极大值

当时，即，时，达到极大值

，说明处于递减阶段

（3）

**7.**已知生产函数为：(a)Q=4,(b)Q=min(3K,4L).分别求厂商的扩展线函数。

**解：**（a）对于生产函数(a)Q=4, MPK=2L1/2K-1/2 MPL=2K1/2L-1/2

∵MPK/ MPL=PK/PL ∴2L1/2K-1/2/2K1/2L-1/2= PK/PL

即 L/K= PK/PL 则K= L为厂商的扩展线函数。

(b)生产函数Q=min(3K,4L)是定比生产函数，厂商按照K/L=4/3固定投入比例进行生产，且厂商的生产均衡点在直线K=L上，即厂商的扩展线函数为K=L。

**8**.已知生产函数为。判断：（1）在长期生产中，该生产函数的规模报酬属于哪一种类型？（2）在短期生产中，该生产函数是否受边际报酬递减规律的支配？

**解：**（1）



所以，在长期生产中，该生产函数属于规模报酬不变。

（2）假定资本的投入量不变，用表示，投入量可变，

所以，生产函数，这时，劳动的边际产量为

，说明：当资本使用量即定时，随着使用的劳动量的增加，劳动的边际产量递减。

同理，，，说明：当劳动使用量即定时，随着使用的资本量的增加，资本的边际产量递减。

综上，该生产函数受边际报酬递减规律的作用。

**9．**已知某厂商的生产函数为

*Ｑ＝ｆ（Ｋ，Ｌ）＝１５ＫＬ／（２Ｋ＋Ｌ）*

求解

①劳动的边际产量（*ＭＰＬ*）及劳动的平均产量（*ＡＰＬ*）函数。

②劳动的边际产量增减性。

**解：**（1）MPL=dQ/dL=[15K(2K+L)-15KL·1]/(2K+L)2=30K2/(2K+L)2

APL=Q/L=15K/（2K+L）

（2）令K不变，由MPL=30K2/(2K+L)2，得，

MPL′=[-30K2×2（2K+L）]/（2K+L）4＜0，即MPL函数为减函数。

**10**．已知厂商的生产函数为

*Ｑ＝Ｌ３／７Ｋ４／７*

又设*ＰＬ*＝3元，*ＰＫ*＝4元。求如果该厂商要生产１５０单位产品，那么他应该使用多少单位的劳动和资本才能使其降到最低？

**解：**根据生产要素最佳组合原理，即MPL/=MPK=PL/PK，则，

（3/7）K4/7L-4/7/（4/7）L3/7K-3/7=3/4，得，K=L

代入Q=150=Ｌ３／７Ｋ４／７，得，K=L=150

最小支出为M=L·PL+K·PK=3×150+4×150=1050

**11．**已知生产函数*Ｑ＝Ｌ０．５Ｋ０．５*，试证明：该生产过程规模报酬不变。

**证明：**（λL）0.5（λK）0.5=λQ

故，生产过程规模报酬不变。