## 信二学生会学习部整理

课程编号: MTH17037 北京理工大学 2014-2015 学年第一学期

## 2013 级概率与数理统计试题 A 卷

}	班级			学号			姓名	フ コ		
	(本试卷共	7 页,八	八个大题,注	满分 100 分	〉;最后一	一页空白纸	为草稿纸	)		

题号	_	1 1	11]	四	五	六	七	八	总分
得分									

附表:  $\sqrt{19} = 4.36$ ,  $\sqrt{15} = 3.873$ ,  $\sqrt{7} = 2.646$ ,  $\sqrt{5} = 2.236$ ,  $\sqrt{3} = 1.732$ ,

$$\Phi(1.26) = 0.8962, \quad \Phi(1.376) = 0.9162, \quad \Phi(1.645) = 0.95, \quad \Phi(1.96) = 0.975,$$

$$t_{0.05}(9) = 1.8331, \quad t_{0.05}(10) = 1.8125, \quad t_{0.05}(15) = 1.7531, \quad t_{0.05}(16) = 1.7459,$$

$$t_{0.025}(9) = 2.2622, \quad t_{0.025}(10) = 2.2281, \quad t_{0.025}(15) = 2.1315, \quad t_{0.025}(16) = 2.1199,$$

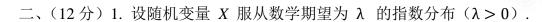
$$\chi^2_{0.95}(9) = 3.325, \quad \chi^2_{0.05}(9) = 16.919, \quad \chi^2_{0.975}(9) = 2.700, \quad \chi^2_{0.025}(9) = 19.02,$$

$$\chi^2_{0.90}(9) = 4.168, \quad \chi^2_{0.1}(9) = 14.684, \quad \chi^2_{0.90}(10) = 4.865, \quad \chi^2_{0.1}(10) = 15.987.$$

一、(10分)某厂有甲、乙、丙三个车间生产同一种型号的产品,其次品率分别为4%,3%,2%,三个车间的产量各占总产量的20%、30%、50%,生产出来的产品存放于同一库房中.(1)从库房中任取一件此种型号的产品,求取到的是一件次品的概率;

(2) 若已知取得的这件产品是次品,求它来自甲车间的概率.

学习部

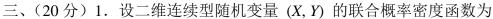


(1) 写出 X 的概率密度函数; (2) 求  $Y = \sqrt{X}$  的概率密度函数.

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} A x, & 0 < x < \pi, \\ 0, & \text{ 其他.} \end{cases}$$

(1) 确定常数 A; (2) 求  $P\left\{X < \frac{\pi}{2}\right\}$ .



$$f(x,y) = \begin{cases} C(x+y), & 0 < y < x < 1, \\ 0, & \text{ i.i. } \end{cases}$$

(1)确定常数 C;(2)求边缘概率密度函数  $f_X(x)$ ,  $f_Y(y)$ ,并判断 X 和 Y 是否相互独立(需说明理由).



2. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y) = \begin{cases} 1, & |y| < x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{ identity} \end{cases}$$

(1) 求  $P\left\{Y > \frac{1}{2} | X > \frac{1}{2}\right\}$ ; (2) 求 Z = X + Y的概率密度函数  $f_Z(z)$ .



四、(14分) 1.设随机变量  $X \sim U(a, b)$ , 且E(X) = 4, D(X) = 3, 求 X 的分布函数.

2. 设二维连续型随机变量 (X,Y) 在区域 $\{(x,y): x^2 + y^2 \le 1\}$ 上服从均匀分布. (1) 求 X 的数学期望 E(X) 与方差 D(X); (2) 求 X 与 Y 的协方差 Cov(X,Y).

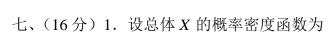
五、(6分) 一食品店有三种面包出售,由于售出哪一种面包是随机的,因而售出一只面包的价格是一个随机变量,它取1元,2元,3元的概率分别为0.3,0.5,0.2. 若售出300只面包,求售出价格为1元的面包多于100只的概率.

六、 $(10\, 分)$  1. 设总体  $X\sim N(0,\sigma^2)$ , $Y\sim N(0,\sigma^2)$ ,且两个总体相互独立, $X_1,X_2,...,X_{10}$  是来自总体 X 的样本, $Y_1,Y_2,...,Y_{10}$  是来自总体 Y 的样本。求统计量

$$\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{10}^2}{Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_{10}^2}$$

所服从的分布(写出分布和自由度,并说明理由).

2. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, X_{n+1}$  是来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ , $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ ,令  $Y = \frac{X_{n+1} - \bar{X}}{S}$ . 试确定常数C,使CY 服从t分布,并指出自由度.



$$f(x) = \begin{cases} \alpha c^{\alpha} x^{-(\alpha+1)}, & x > c, \\ 0, & \text{ 其他,} \end{cases}$$

其中c>0 为已知, $\alpha>1$ , $\alpha$  为未知参数.  $X_1,X_2,...,X_n$ 为来自总体 X 的样本, $x_1,x_2,...,x_n$ 为相应的样本值. (1) 求参数 $\alpha$ 的矩估计;(2) 求参数 $\alpha$ 和总体均值 $\mu=E(X)$ 的最大似然估计.



6

八、 $(12 \, f)$ 设某自动灌装机灌装的瓶装洗涤剂的净含量(单位:克)服从正态分布 $N(\mu, 5^2)$ ,某日从它灌装的洗涤剂中随机地抽取 16 瓶,测得净含量的观察值,经计算得样本均值为 $\bar{x}=197.5$ .

- (1) 能否认为这一天洗涤剂净含量的均值为 200, 显著性水平α=0.05.
- (2)若希望知道洗涤剂净含量的均值是 200 还是不足 200,给定原假设为净含量的均值是 200,备择假设为均值不足 200,针对拒绝域  $W=\{\bar{x}<197.55\}$ ,问该检验犯第一类错误的概率为多少?

