课程编号：MTH17037　　北京理工大学 2015-2016 学年第一学期

2014 级概率与数理统计试题（A 卷）

班级＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

（本试卷共 8 页，八个大题，满分 100 分；最后一页空白纸为草稿纸）

附表：$\Phi(1)=0.8413$，$\chi^2_{0.99}(9)=2.088$，$\chi^2_{0.01}(9)=21.665$，$\chi^2_{0.99}(10)=2.558$

$\chi^2_{0.90}(8)=3.49$，$\chi^2_{0.10}(8)=13.362$，$\chi^2_{0.90}(9)=4.168$，$\chi^2_{0.10}(9)=14.684$

$t_{0.025}(8)=2.3060$，$t_{0.025}(9)=2.2622$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，$t_{0.05}(9)=1.8331$

一、(12 分)

1、两台车床加工同样的零件，第一台出现不合格品的概率是 0.03，第二台出现不合格品的概率是 0.05. 两台车床加工的零件放在一起，第一台加工的零件占 70%，第二台加工的零件占 30%，现随机地任取一件零件，求此件零件为不合格品的概率.

2、为了防止意外，在矿内同时设有两种报警系统 A 与 B，每种系统单独使用时，系统 A 有效的概率为 0.92，系统 B 有效的概率为 0.93，在 A 失灵的条件下 B 有效的概率为 0.85，求发生意外时这两个报警系统至少有一个有效的概率.

二、(12 分)

1、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=A+B\operatorname{arctg}x$，$-\infty<x<\infty$.

(1) 试确定常数 A 与 B 的值；(2) 计算概率 $P(-1<X\le 1)$.

2、设随机变量 $X\sim N(0,\sigma^2)$，求 $Y=e^X$ 的概率密度函数.

装

订

线

三、（16 分）

1、设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim U(0,1)$，Y 的概率密度函数为

$$f_Y(y)=\begin{cases}2y, & 0<y<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

(1) 求随机变量 $Z=X+Y$ 的概率密度函数.

(2) 求 $U=\max\{X,Y\}$ 的概率密度函数.

2、设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 的分布律为 $P\{X=i\}=\dfrac{1}{3}$，$i=-1$，0，1，

且 $Y \sim U(0,1)$，记 $Z=X+Y$，求 $P(Z\le 0.5\,|\,X=0)$.

四、（16 分）

1、设随机变量 X 服从标准正态分布 $N(0,1)$，记 $Y=X^2$，求 $Cov(X,Y)$，$D(X+Y)$.

2、设 X,Y,Z 是独立同分布的随机变量，且都服从期望为 6 的指数分布，

记 $U=\min\{X,Y,Z\}$，求 U 的期望和方差.

装

订

线

五、(8分)

为了把问题简化，假定在计算机上进行加法运算时，对每个数都取最接近它的整数(即取整)再相加. 设 1200 个数取整之后的误差依次为 $X_1, X_2, \ldots, X_{1200}$，它们相互独立且都服从 $[-0.5, 0.5]$ 上的均匀分布. 求这 1200 个数相加时，误差总和的绝对值小于 10 的概率.

六、(8分)

设 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，且样本容量 n=10，求

1、 $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{10}\left(X_i - \overline{X}\right)^2$ 的分布.

2、 $P\left\{0.2088\sigma^2 \le \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 \le 2.1665\sigma^2\right\}$.

装

订

线

七、(16 分)

1、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的样本，且总体 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{\lambda^2}(\lambda-x), & 0<x<\lambda \\ 0, & \text{其 它}\end{cases}$$ 其中 $\lambda>0$ 为未知参数.

求参数 λ 的矩估计，判断该估计是否是 λ 的无偏估计并证明.

2、设总体 X 的分布律为

X	1	2	3
p_i	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $\theta(0<\theta<1)$ 为未知参数，已知取得了样本值 $x_1=1, x_2=2, x_3=3$.

求参数 θ 的最大似然估计值.

八、(12 分)

某机床生产的某型号零件的长度规格为 5mm，根据经验这批零件长度服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$. 对该批零件随机检查了 9 件，测得平均长度为 5.9mm，测得样本标准差为 0.9mm.

1、能否认为该零件的平均长度为 5mm，显著性水平 α=0.05.

2、考虑假设检验问题 H_0: σ^2=0.8 ，H_1: σ^2<0.8，针对拒绝域 $W=\{S^2\le 0.349\}$，问该检验犯第一类错误的概率.