装

订

线

课程编号：MTH17037　　北京理工大学 2015-2016 学年第二学期

2014 级概率与数理统计试题（A 卷）

班级__________ 学号__________ 姓名__________

（本试卷共 8 页，八个大题，满分 100 分；最后一页空白纸为草稿纸）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

附表：$\Phi(0.4242)=0.6644$，$\Phi(0.8)=0.7881$，$\sqrt{2}=1.414$

$t_{0.025}(15)=2.13$，$t_{0.025}(16)=2.12$，$t_{0.05}(15)=1.753$，$t_{0.05}(16)=1.746$

$\chi^2_{0.025}(15)=27.488$, $\chi^2_{0.975}(15)=6.262$，$\chi^2_{0.05}(15)=24.996$ ，$\chi^2_{0.05}(16)=26.296$

一、（12 分）

设有甲乙两个盒子，甲盒中装有 5 只红球，4 只白球；乙盒中装有 3 只红球，5 只白球. 先从甲盒中任取 2 只球放入乙盒中去，然后从乙盒中任取一只球，试求取得白球的概率.

二、（12 分）

设随机变量 X 服从数学期望为 $\frac{1}{3}$ 的指数分布.

1、 写出 X 的概率密度；

2、 求出 X 的分布函数；

3、 令 $Y=1-e^{-3X}$，求 Y 的概率密度.

装

订

线

三、（16 分）

设二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}cye^{-x}, & x>0,0\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

1、 求常数 c;

2、 求边缘概率密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$，并判断 X 和 Y 是否相互独立;

3、 求 $Z=X+Y$ 的概率密度;

4、 令 $U=\max(X,Y)$，求 $P(U\le 1)$.

四、（16 分）

1、对球的直径做测量，其测量值 $X\sim U(a,b)$， 求球体积的数学期望.

2、已知 $X\sim N(1,9)$，$Y\sim N(0,16)$，而且 $\rho_{XY}=-\frac{1}{2}$，令 $Z=\frac{X}{3}+\frac{Y}{2}$

(1) 求 EZ 和 DZ；

(2) 求 X和Z 的相关系数 ρ_{XZ}.

装

订

线

五、(8分)

设某型号电器元件的寿命服从均值为100小时的指数分布，现随机取16只，设它们的寿命是相互独立的，求这16只元件的寿命的总和大于1920小时的概率？

六、(8分)

设总体X与总体Y相互独立，且都服从正态分布$N(20,(\sqrt{3})^2)$，$X_1,X_2,\ldots,X_{10}$和$Y_1,Y_2,\ldots,Y_{15}$分别为来自总体X和总体Y的样本，又$\overline{X}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}X_i$，$\overline{Y}=\frac{1}{15}\sum_{i=1}^{15}Y_i$，

1、求$\overline{X}-\overline{Y}$所服从的分布；

2、计算$P\{|\overline{X}-\overline{Y}|>0.3\}$.

装

订

线

七、（16 分）

1、设总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{\alpha}x^{\sqrt{\alpha}-1}, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}\qquad \text{其中}\ \alpha>0\ \text{为未知参数}.$$

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为抽自总体 X 的样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为相应的样本观测值.

(1) 求参数 α 的矩估计. (2) 求参数 α 的最大似然估计.

2、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n\ (n>2)$ 为来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，记 $T=\left(\bar{X}\right)^2-\frac{1}{n}S^2$，

其中 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 为样本均值，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 为样本方差，证明

(1) $\bar{X}$ 是 μ 的无偏估计. (2) T 是 μ^2 的无偏估计.

八、（12 分）

1、从一批牛奶中随机抽取 16 盒检测其三聚氰胺的含量. 发现每盒牛奶中三聚氰胺的含量平均值为 1.5 毫克/公斤，标准差为 0.36 毫克/公斤. 假设这批牛奶中三聚氰胺的含量（单位：毫克/公斤）服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$. 试求：三聚氰胺含量的均值 μ 的置信水平为 95%的置信区间.

2、从一批成年男性中随机抽取 16 名测量他们的身高数据，测得样本均值为 174 厘米，样本标准差为 10 厘米. 假设成年男性的身高（单位：厘米）服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，请解答下述问题：在显著性水平 0.05 下能否认为“这批成年男性的平均身高是 175 厘米”.