

2010-2011 学年概率论与数理统计试题 (A 卷)

(信二学习部整理)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

附表: $t_{0.025}(8) = 2.3060$ $t_{0.05}(8) = 1.8595$ $\chi^2_{0.05}(8) = 15.507$ $\chi^2_{0.95}(8) = 2.733$ $\chi^2_{0.025}(8) = 17.535$ $\chi^2_{0.975}(8) = 2.180$ $\Phi(2) = 0.977$

一、(12 分) 甲、乙、丙三人组成一个团队参加比赛, 由考官随机地挑选出一人来回答问题。已知甲、乙、丙能正确回答问题的概率分别为 0.8, 0.4 和 0.3。试问:

- (1) 该团队能正确回答问题的概率是多少?
- (2) 已知该团队答对了问题, 则该问题是由甲正确回答出来的概率是多少?

信息与电子二学部学生会
学习部

二、(14 分) 设随机变量 $X \sim U\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$,

求 (1) 随机变量 X 的分布函数 $F(x)$;

(2) $Y = \cos X$ 的密度函数 .



信息与电子二学部学生会
学习部

三、(18 分) 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为:

$$f(x, y) = \begin{cases} ce^{-x}y, & x > 0, 0 < y < 1; \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1) 求常数 c 的值;
- (2) 求 X, Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$;
- (3) 判断 X 和 Y 是否相互独立, 并说明理由;
- (4) 求 $P(\max(X, Y) > 1)$.



信息与电子二学部学生会

学习部

四、(18 分) 设二维连续型随机变量 (X,Y) 在区域 D 上服从均匀分布。其中区域 D 为: $D=\{(x,y):|x|<y, 0<y<2\}$

- (1) 求 (X,Y) 的联合概率密度函数;
- (2) 判断 X 与 Y 是否独立, 并说明理由;
- (3) 判断 X 与 Y 是否相关, 并说明理由.



信息与电子二学部学生会
学习部

五、(8 分) 某型号零件的净重(单位：克) x 为随机变量，其密度

函数为
$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

现在随机抽取 18 个零件，求这 18 个零件的总重量大于 14 克的概率？



信息与电子二学部学生会
学习部

六、(18分)(1) 设总体 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} (\beta+1)x^\beta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中未知参数 $\beta > -1$, X_1, X_2, \dots, X_n 是取自 X 的样本,

试求 β 的最大似然估计.

(2) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自正态总体 $X \sim (\mu, \sigma^2)$ 的样本, 对 σ^2

考虑如下三个估计

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad \sigma_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2,$$

$$\sigma_3^2 = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

试说明哪一个是 σ^2 的无偏估计? 并说明理由.

信息与电子二学部学生会

学习部

七、(12 分) 某食盐包装机包装的食盐每袋净重量 (单位: g) 服从正态分布。某天机器开工后, 从包装好的食盐中随机抽取了 9 袋, 测得净重量的样本均值为 498, 样本标准差为 2。能否在检验水平 $\alpha=0.05$ 下据此认为

- (1) 这天包装的食盐净重量是 500;
- (2) 方差大于 3.



信息与电子二学部学生会

学习部