课程编号：MTH17037

北京理工大学 2016-2017 学年第二学期

2015 级概率与数理统计试题（A 卷）

班级________ 学号________ 姓名________ 座号________

（本试卷共 8 页，八个大题，满分 100 分；最后一页空白纸为草稿纸）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

附表： $\Phi(1.96)=0.975$， $\Phi(1.645)=0.95$ ， $\Phi(1.5)=0.9332$， $\Phi(2.5)=0.9938$.

$t_{0.025}(24)=2.0639$， $t_{0.05}(24)=1.7109$，$\chi^2_{0.95}(24)=13.848$， $\chi^2_{0.05}(24)=36.415$

$t_{0.025}(25)=2.0595$， $t_{0.05}(25)=1.7081$，$\chi^2_{0.95}(25)=14.611$， $\chi^2_{0.05}(25)=37.652$

一、（12 分）

设两箱内装有同种零件，第一箱装 10 件，有 2 件一等品，第二箱装 10 件，有 1 件一等品，先从两箱中任挑一箱，再从此箱中前后不放回地任取两个零件，求：

（1）第一次取出的零件是一等品的概率；

（2）在先取的是一等品的条件下，后取的仍是一等品的条件概率。

二、（12 分）

1. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}2^{-x}\ln 2, & x>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$$

对 X 进行独立重复的观测,直到大于 3 的观测值出现时停止.记 Y 为观测次数.

求 Y 的分布律;

2. 设随机变量 X 的概率密度函数 $f_X(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}, x\in R$，求随机变量 $Y=1-\sqrt[3]{X}$ 的概率密度函数.

三、（16 分）

设二维连续型随机变量 (X,Y) 的概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\alpha\beta e^{-(\alpha x+\beta y)}, & x>0, y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$ ，其中 $\alpha>0,\beta>0$，且 $\alpha\ne\beta$

（1）求随机变量 X 和 Y 的边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；（2）判断 X 和 Y 是否独立（说明理由）；

（3）求 $Z=X+Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$ ；（4）求 $U=\min\{X,Y\}$ 的概率密度函数 $f_U(u)$.

四、(16 分)

假设随机变量 X 和 Y 相互独立，且随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}3x^2, & x\in(0,1)\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

随机变量 Y 的分布律为

Y	1	2
P	1/4	3/4

并令 $U=X+Y$ 和 $V=X-Y$.

求（1）$E(X)$, $E(Y)$;（2）$D(X-Y)$;（3）U 和 V 的相关系数 ρ_{UV}.

五、(8 分)

某保险公司多年的统计资料表明，在索赔户中被盗索赔占 20%，随机抽查该保险公司的 100 个索赔户，以 X 表示其中被盗索赔的户数。

（1）写出 X 的分布律；

（2）求被盗索赔的户数不少于 14 户且不多于 30 户的概率.

六、(8 分)

设 $X_1, X_2,\dots, X_9$ 是来自正态分布 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，令

$$Y_1=\frac{1}{6}(X_1+\cdots+X_6),\quad Y_2=\frac{1}{3}(X_7+X_8+X_9),\quad S^2=\frac{1}{2}\sum_{i=7}^{9}(X_i-Y_2)^2,\quad Z=\frac{\sqrt{2}(Y_1-Y_2)}{S}$$

求统计量 Z 所服从的分布（写出具体过程）.

七、(12 分)

设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}e^{-\frac{x-2}{\theta}}, & x>2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数，$X_1, X_2,\dots,X_n$ 为来自该总体的样本，求

（1）参数 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$；

（2）参数 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}_2$，并问它是否为 θ 的无偏估计，最后求 $D(\hat{\theta}_2)$.

八、（16分）

1. 设某种零件的长度服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 均未知. 现抽取一个容量为 25 的样本，测得其样本均值 $\overline{x}=102$，样本方差 $s^2=16$.

（1）在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，检验假设 $H_0:\mu\le 100$ ； $H_1:\mu>100$

（2）在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，检验假设 $H_0:\sigma^2\ge 32$ ； $H_1:\sigma^2<32$

2. 设总体 X 服从泊松分布 $\pi(\lambda)$，其中 $\lambda>0$，X_1,X_2,X_3 是来自总体 X 的样本，设假设检验问题 $H_0:\lambda=3$； $H_1:\lambda=1/3$ 的拒绝域为 $W=\{(X_1,X_2,X_3):X_1+X_2+X_3\le 1.5\}$，求该检验问题犯第一类错误的概率及第二类错误的概率.