

2013-2014 学年第一学期

概率与数理统计试题 A 卷(信二学生会学习部整理)

一、(12 分) 甲，乙两箱中有同种产品，其中甲箱中有 3 件正品和 3 件次品，乙箱中仅有 3 件正品，从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱. (1) 求从乙箱中任取一件产品为次品的概率；(2) 已知从乙箱中取出的一件产品为次品，求从甲箱中取出并放入乙箱的 3 件产品中恰有 2 件次品的概率.

二、(12 分) 1. 设连续型随机变量  $X \sim U(a, b)$  ( $a > 0, b > 0, a < b$ , 且均为常数), 求  $Y = \frac{1}{6}\pi X^3$  的概率密度函数.

2. 设随机变量  $X$  是在  $[0,1]$  上取值的连续型随机变量, 且  $P\{X \leq 0.29\} = 0.75$ , 若  $Y = 1 - X$ , 试确定  $k$ , 使得  $P\{Y \leq k\} = 0.25$ .

信息与电子二学部学生会  
学习部

三、(16分) 1. 设二维连续型随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{4}, & 0 < x^2 < y < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求边缘密度函数  $f_X(x)$ ,  $f_Y(y)$ .

2. 设随机变量  $X, Y$  相互独立，都服从期望为 1 的指数分布. (1) 求  $Z = X+Y$  的概率密度函数  $f_Z(z)$ ; (2) 求  $U = \min(X, Y)$  的数学期望  $E(U)$ .

四、(16分) 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(0, 4)$ ,  $Y$  服从指数分布并且  $E(Y)=2$ ,

$\text{Cov}(X, Y) = -1$ , 令  $Z = X - aY$ , 且已知  $\text{Cov}(X, Z) = \text{Cov}(Y, Z)$ .

(1) 求常数  $a$ ; (2) 求  $Z$  的期望  $E(Z)$  与方差  $D(Z)$ ; (3) 求  $X$  和  $Z$  的相关系数  $\rho_{XZ}$ .

五、(8分) 一复杂系统由  $n$  个相互独立的部件所组成，每个部件能正常工作的概率均为 0.9，且必须至少有 80% 的部件正常工作才能使整个系统正常工作，问  $n$  至少为多大才能使系统正常工作的概率不低于 0.95.

六、(8分) 1. 设  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  是来自总体  $X \sim N(0, 0.3^2)$  的样本，试求统计

量  $\sum_{i=1}^{10} \left( \frac{X_i}{0.3} \right)^2$  所服从的分布 (写出分布和自由度，并说明理由).

2. 设总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2 > 0$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$  为来自该总体的样本，令

$$Y = \frac{\left( \sum_{i=1}^{16} X_i \right)^2}{\sum_{i=1}^{16} (X_i - \bar{X})^2}, \text{ 其中 } \bar{X} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} X_i$$

试确定常数  $C$ ，使  $CY$  服从  $F$  分布，并指出自由度.

信息与电子二学部学生会

学习部

七、(16分) 1. 设总体  $X$  的分布律为

$X$	0	1	2
$p_i$	$\alpha^2$	$2\alpha(1-\alpha)$	$(1-\alpha)^2$

其中  $\alpha(0 < \alpha < 1)$  为未知参数.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的样本.

(1) 求参数  $\alpha$  的矩估计. (2) 若已知取得了样本值  $x_1=0, x_2=1, x_3=2, x_4=0, x_5=1$ , 请给出参数  $\alpha$  的矩估计值.

2. 设总体  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|x|}{\lambda}}, x \in R$ , 其中  $\lambda > 0$  为未知参数.

$X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的样本,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为相应的样本值. 求参数  $\lambda$  的最大似然估计量, 判断该估计是否是  $\lambda$  的无偏估计, 并证明.



信息与电子二学部学生会

学习部

八、(12 分) 设炮弹的炮口速度 (单位: 米/秒) 服从正态分布, 某种炮弹出厂时, 其炮口速度的方差为 16. 经过 5 年贮存后, 随机抽取该种炮弹 9 发做试验, 得样本方差为  $s^2=36$ .

(1) 问能否认为经过 5 年贮存后该种炮弹炮口速度的方差有变化, 显著水平  $\alpha=0.10$ .

(2) 若希望知道经过 5 年贮存后该种炮弹炮口速度的方差是无变化还是变大, 给定原假设为炮口速度的方差无变化, 备择假设为方差变大. 针对拒绝域  $W=\{S^2>26.724\}$ , 问该检验犯第一类错误的概率为多少?



信息与电子二学部学生会  
学习部