2019-2020-1 大学物理 AII 期末试题 A 卷参考答案和评分标准
考试日期 2020.1

模块三 电磁学（63 分）

一、填空题（每题 3 分，共 21 分）

1.， $\varepsilon_0 b a^{\frac{5}{2}}\left(\sqrt{2}-1\right)$。或$\varepsilon_0 b a^2\left(\sqrt{a+x}-\sqrt{x}\right)$

或$\varepsilon_0 b a^2\sqrt{a}\left(\sqrt{2}-1\right)$。或$0.414\varepsilon_0 b\sqrt{a^5}$。或$3.66\times10^{-12}b\sqrt{a^5}$。

2. $\dfrac{Q+2q}{4\pi\varepsilon_0 R}$； πR^2

3. $-\dfrac{Q}{2}-q$

4. $1.51\times10^{8}\ V\cdot m^{-1}$ 或$\frac{0.5}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$

5. 4 倍。

6. 3.18cm。

7. $\frac{q\omega}{4\pi R^2}[(sin\,\omega\, t)\vec{i}-(cos\,\omega\, t)\vec{j}]$, 或者$\frac{-q\omega}{4\pi R^2}\vec{j}$

二、选择题（每题 3 分，共 9 分）

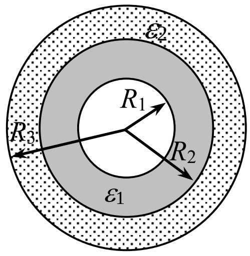
A

B

A

三、计算题（共 33 分）

1.（9 分）设内层导线带电的电荷线密度为λ，则内层电介质中的最大电场强度（在$r=R_1$处）为



$$E_{1\max}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_1 R_1}$$ 2 分

外层电介质中的最大电场强度（在$r=R_2$处）为

$$E_{2\max}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_2 R_2}$$ 2 分

由于$E_{1\max}=E_{2\max}$ 所以 $\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_1 R_1}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_2 R_2}$ 即 $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}=\frac{R_2}{R_1}$ 1 分

两导体间的电势差为

$$U=\int\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}E_1dr+\int_{R_2}^{R_3}E_2dr=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_1 r}dr+\int_{R_2}^{R_3}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_2 r}dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_1}ln\frac{R_2}{R_1}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_2}ln\frac{R_3}{R_2}$$

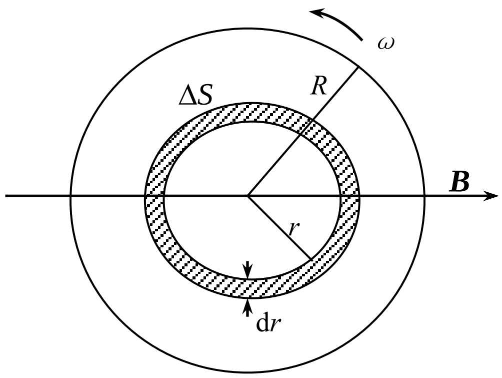
2 分

则电缆单位长度的电容为

$$C=\frac{\lambda}{U}=\frac{2\pi}{\frac{1}{\varepsilon_1}\ln\frac{R_2}{R_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}\ln\frac{R_3}{R_2}}$$ 2 分

2.（9 分）**解** 如图，取半径为r的环状面元，圆盘转动时，它相当于一个载流圆环，

$$\mathrm{d}I=\frac{\omega}{2\pi}2\pi r\mathrm{d}r\sigma=\omega\sigma r\mathrm{d}r$$ 2 分



该面元磁矩为$\mathrm{d}m=\pi r^2\mathrm{d}I=\pi\omega\sigma r^3\mathrm{d}r$ 垂直纸面向外。2 分

各面元磁矩方向都相同，均垂直纸面向外，圆盘磁矩

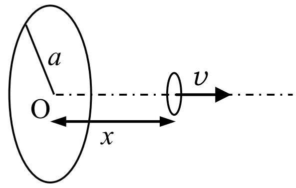
$$m=\int\mathrm{d}m=\int_0^R\pi\omega\sigma r^3\mathrm{d}r=\frac{\pi\omega\sigma R^4}{4}$$ 2 分

方向垂直纸面向外。与磁场$\boldsymbol{B}$方向垂直。因此可知圆盘在磁场中所受磁力矩大小为

$$M=mB\sin\theta=mB=\frac{\pi\omega\sigma R^4B}{4}$$

方向竖直向上。 3 分

3.（9 分）解：（1）设大线圈中的电流为 I_a, 在轴线距离它 x 远处的磁场为：



$$B=\frac{\mu_0 I_a N a^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}};\qquad 3\text{ 分}$$

小线圈中的磁通近似为 $\Phi=\dfrac{\mu_0 I_a N a^2}{2\left(a^2+x^2\right)^{3/2}}S$　　2 分

故互感系数近似为 $M=\dfrac{\Phi}{I_a}=\dfrac{\mu_0 a^2 N}{2\left(a^2+x^2\right)^{3/2}}S$　　1 分

（2）小线圈中的电流为 I，它运动时在大线圈中的全磁通为 $\Psi=MI$　　1 分

$$\varepsilon=-\frac{d\Psi}{dt}=\frac{3\mu_0 N a^2 I S x}{2(a^2+x^2)^{5/2}}\frac{dx}{dt}=\frac{3\mu_0 N a^2 m v x}{2(a^2+x^2)^{5/2}};\qquad 2\text{ 分}$$

（注：$m=IS$ 是小线圈磁矩。）

4.（6 分）解（1）对于超导线圈，电阻为零

则由法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon=Ir=0=\frac{d\Psi}{dt}$$

通过它的磁通量Ψ为

$\Psi=\Phi+LI=\mathrm{Const}$　　①　　2 分

初始 $I_0=0,\ \theta=90^\circ$，故 $\Psi=\int\vec{B}\cdot d\vec{S}=0$

代入①式可得 $\Psi=\Phi+LI=0.$　②

转90°后，电流为 I，外磁通量为

$\Phi=\int\vec{B}\cdot d\vec{S}=BdS=\pi R^2 B$　　③

由①②③可知

$$I=-\frac{\Phi}{L}=-\frac{\pi R^2 B}{L};\qquad 2\text{ 分}$$

式中负号表示 I 在环内所产生的磁感强度与 B 的方向相反。通过环的总磁通恒为零。

（2）外力所做的功为

$$W=\frac{1}{2}LI^2=\frac{\pi^2 R^4 B^2}{2L};\qquad 2\text{ 分}$$

模块四 近代物理(37 分)

一、填空题（共 15 分，每题 3 分）

1. $c\sqrt{1-(l/l_0)^2}$ ；$m_0c^2(\frac{l_0-l}{l})$

2. 11.66；分裂前后系统能量（质量）守恒和动量守恒

3. 1.74

4. $\frac{E_k}{2}\left(1+\sqrt{1+2m_0c^2/E_k}\right)$

5. 250cm 或 2.5m

二、选择题（单选，每题 3 分，共 6 分）

A

B

三、计算题（共 16 分）

1.（10 分）解： (1) $\int_{-\infty}^{\infty}\psi^2(x)dx = 1$

$A^2\int_{-a}^{a}(a^2-x^2)^2dx = 1 \Longrightarrow A^2\int_{-a}^{a}(a^4-2a^2x^2+x^4)dx = 1$；

$$A^2\left(a^5-\frac{2}{3}a^2x^3+\frac{1}{5}x^5\right)\Big|_{-a}^{a} = 1 \Longrightarrow A = \sqrt{\frac{15}{16a^5}};$$ 3 分

(2) 概率密度 $\psi^2(x) = \begin{cases}\frac{15}{16a^5}(a^2-x^2)^2, & |x|\le a\\ 0, & |x|>a\end{cases}$ ； $\Longrightarrow x=0$，$\psi^2(x)=\frac{15}{16a}$; 2 分

（3） 由$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+U\psi = E\psi$， $U(x) = E+\frac{\hbar^2}{2m\psi(x)}\frac{d^2\psi}{dx^2}$ ；又$x=0$，$U(x)=0$则

$$E = \frac{\hbar^2}{ma^2};$$ 2 分

$$U(x) = \frac{\hbar^2x^2}{ma^2(x^2-a^2)}, \qquad |x|\le a$$

$$U(x) = \begin{cases}\frac{\hbar^2x^2}{ma^2(x^2-a^2)}, & |x|\le a\\ \propto, & |x|>a\end{cases};$$ 3 分

2.（6 分）解：（1） $\Delta t' = \frac{90}{c} = 3\times10^{-7}s$； 2 分

$$x = \frac{x'+ut'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$x_2-x_1 = \frac{x_2'+ut_2'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}-\frac{x_1'+ut_1'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{90+0.8c\times\frac{90}{c}}{\sqrt{1-0.8^2}} = 270\text{m};$$ 2 分

$$\Delta t = \frac{270}{c} = 9\times10^{-7}\text{s};$$ 2 分