课程代码：100180121　　　北京理工大学 2021－2022 学年第一学期

《大学物理 AII》期末考试题 A 卷

2022 年 1 月 7 日

班级 ____________ 学号____________ 姓名____________ 成绩____________

任课教师姓名 _______________

	选择题	填空题	计算 1	计算 2	计算 3	计算 4	计算 5	总 分
得分								

有关数据　　真空介电常量 $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}$ $C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}$

　　　　　　真空的磁导率 $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ $T\cdot m\cdot A^{-1}$

　　　　　　普朗克常量 $h = 6.63\times10^{-34}$ J·s

　　　　　　基本电荷 $e = 1.60\times10^{-19}$ C

一、选择题（每题 3 分 共 24 分）

1.（3 分）在已知静电场分布的条件下，任意两点 P_1 和 P_2 之间的电势差决定于

(A) P_1 和 P_2 两点的位置；　　　(B) P_1 和 P_2 两点处的电场强度的大小和方向；

(C) 试验电荷所带电荷的正负；　　(D) 试验电荷的电荷大小。　　　[　　　]

2.（3 分）一个中性空腔导体，腔内有一个带正电的带电体，当另一中性导体接近空腔导体时，腔内各点的电势

(A) 升高；　　(B) 降低；　　(C) 不变；　　(D) 不能确定。　　　[　　　]

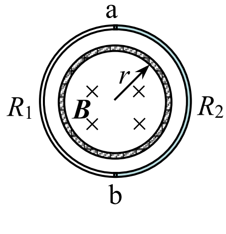
3.（3 分）一空气平行板电容器，充电后把电源断开，这时电容器中储存的能量为 W，然后在两极板之间充满相对介电常数为ε_r的各向同性均匀电介质，则该电容器中储存的能量为

(A) $\varepsilon_r W$;　　(B) W/ε_r;　　(C) $(1+\varepsilon_r)W$;　　(D) W 。　　　[　　　]

4.（3 分）赤道处的地磁场沿水平面并指向北。假设大气电场指向地面。为使电子的运动不发生偏斜，发射电子的方向为

(A) 向北；　　(B) 向东；　　(C) 向南；　　(D) 向西。　　　[　　　]

5.（3 分）无限长直密绕螺线管半径为 r，其中通有电流。在螺线管内产生磁感应强度 $\boldsymbol{B}$。在螺线管外同轴地套一粗细均匀的金属圆环，金属圆环由两个半环组成，a、b 为其分界面，半环电阻分别为 R_1 和 R_2，且 $R_1>R_2$，如图所示（图中螺线管垂直纸面放置）。当螺线管内的磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 增大时，将有



(A) a、b 两点电势相等；　　(B) a 点电势比 b 点高；

(C) a 点电势比 b 点低；　　(D) 此问题中谈 a、b 两点电势无意义。　　[　　　]

6.（3 分）关于同时性的以下结论中，正确的是

(A) 在一惯性系不同地点不同时发生的两个事件，在另一惯性系一定不同时发生；

(B) 在一惯性系不同地点同时发生的两个事件，在另一惯性系一定同时发生；

(C) 在一惯性系同一地点同时发生的两个事件，在另一惯性系一定同时发生；

(D) 在一惯性系同时发生的两个事件，在另一惯性系一定不同时发生。 [　　　]

7.（3 分）假定氢原子原是静止的，则氢原子从 $n=3$ 的激发状态直接通过辐射跃迁到基态时的反冲速度大约为（氢原子的质量 m =1.67×10^{-27} kg）

(A) 4 m/s；　　　　(B) 10 m/s；

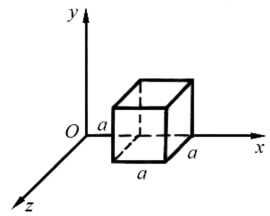
(C) 100 m/s；　　　　(D) 400 m/s。 [　　　]

8.（3 分）当一个微观粒子被限制在极小的空间里，它将会运动得十分剧烈，这是由于

(A) 质能守恒；　　　　(B) 动量守恒；

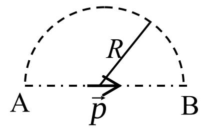
(C) 不确定性原理；　　　　(D) 泡利不相容原理。 [　　　]

二、填空题（共 30 分）

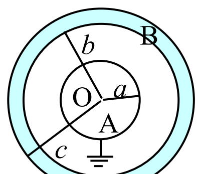


1.（4 分）如图所示的空间内电场强度分量为 $E_x = bx^{1/2}$，$E_y = E_z = 0$，其中 $b = 800\,\mathrm{N \cdot m^{-1/2}/C}$。则通过正立方体的电通量为________；若 $a = 10\mathrm{cm}$，则正立方体的总电荷为_________。

2．（3 分）如图所示，将电矩为 $\bar{p}$ 的电偶极子放在真空中，将一电荷为 q 的点电荷从 A 点沿半径为 R 的圆弧（圆心与电偶极子中心重合，R>>电偶极子正负电荷之间距离）移到 B 点，则此过程中电场力所作的功为________。



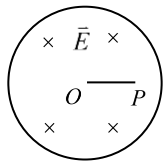
3.（3 分）如图所示，一半径为 a 的导体球 A，带正电荷 q；另有一内外半径分别为 b 和 c 的导体球壳 B，带正电荷 Q，现把球壳 B 罩在 A 球的外面使 A、B 同心，然后使得 A 球接地，则 A 球带电量为__________。



4.（3 分）有一根无限长直导线绝缘地紧贴在圆形线圈的直径上，则直导线与圆形线圈间的互感系数为____________。

5.（4 分）一半径为 a、电阻为 R 的单匝圆形线圈位于直角坐标系中的 xy 平面内，其圆心位于原点；平行于 z 轴有一磁感应强度为 $B_0 \mathrm{e}^{-\beta t}$ 的均匀磁场，其中 B_0、β为常数，t 为时间。假设忽略线圈自感，t 时刻线圈中的感应电流为___________；当磁场降为零时，通过线圈某一截面的电量为_________。

6.（4 分）如图所示为一圆柱体的横截面，圆柱体内有一均匀电场$\vec{E}$，其方向垂直纸面向内，$\vec{E}$的大小随时间 t 线性增加，P 为柱体内与轴线相距为 r 的一点，则 P 点的位移电流密度的方向为________________；P 点感生磁场的方向为______________。



7.（3 分）一个原子钟被放置在北极，而另一个同样的原子钟被放置在赤道。经过一年的时间后，它们的时间相差为________________s。（地球的半径为 6.38×10^6 m）

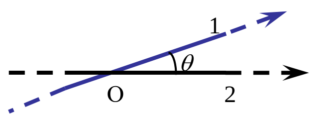
8.（3 分）波长λ= 632.8nm 的氦氖激光器所发红光沿 x 轴正向传播。已知它的光子 x 坐标的不确定量为 400km。则利用不确定关系式$\Delta p_x \Delta x \ge h$，谱线宽度$\Delta\lambda$=____________nm。

9.（3 分）质量为 m 的静止氢原子辐射波长为λ的光子后，氢原子的速度大小为_______。

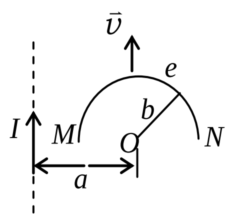
三、 计算题（共 46 分）

1.（10 分）半径为 R 的无限长圆柱形带电体，电荷体密度为ρ=Ar（r≤R），r 为距轴线距离，A 为常数。选距轴线距离为 L（L＞R）处为电势零点。试求圆柱体内外各点的电势。

2.（10 分）如图所示，两根相互绝缘的无限长直导线 1 和 2 绞接与 O 点，两根相互绝缘导线间的夹角为θ，并通有相同电流 I。试求单位长度的导线所受磁力对 O 点的力矩。



3. （10 分）载有电流强度为 I 的长直导线附近，放一导体半圆环 MeN 与长直导线共面，且端点 MN 的连线与长直导线垂直。半圆环的半径为 b，环心 O 与导线相距 a。设半圆环以速度 $\vec{\upsilon}$ 平行导线平移，试求：



（1）半圆环内感应电动势的大小和方向；

（2）MN 两端的电压 $U_M - U_N$ 。

4.（10 分）宽为 a 的一维无限深方势阱中的粒子的波函数在边界处为零，其定态为驻波。

（1）试根据德布罗意关系式和驻波条件，试求粒子最小动能公式（不考虑相对论效应）。

（2）若基态波函数为$\psi_1(x) = A\sin\dfrac{\pi}{a}x$，0<$x$<$a$，其中 A 为待定常数，试求粒子处于基态时，在 0<x<a/4 区间内发现粒子的概率。

5.（6 分）谐振子基态的定态波函数为$\varphi = Ae^{-ax^2}$，其中 A、a 为常数，设谐振子的固有频率为ν，试求谐振子的零点能。(已知一维的定态薛定谔方程为 $-\dfrac{\hbar^2}{2m}\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+U\varphi = E\varphi$，$m$、$E$ 分别是粒子的质量和能量，φ是粒子的定态波函数，U 是势能函数，对于一维的谐振子$U(x)=\dfrac{1}{2}m\omega^2x^2$，$\omega$为固有角频率。

2021-2022-1《大学物理 AII》期末考试题 A 卷参考答案及评分标准

2022 年 1 月 7 日考试

一、选择题（每题 3 分）

1. A　　**2**. B　　**3**. B　　**4**. B　　**5**. B　　6. C　　7. A　　8. C

二、填空题

9. $1.05\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{C}$，$9.29\times10^{-12}\mathrm{C}$　　4 分

1.047~1.050，$331a^{5/2}$；9.27~9.30 都对，答案有负号给一半分

10. $-\dfrac{qp}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$　　3 分

答案无负号给 2 分

11. $-\dfrac{abQ}{ab+bc-ac}$　或　$\dfrac{Q}{c(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}-\frac{1}{c})}$　　3 分

缺负号给 2 分

12.　0　　3 分

13. $\dfrac{\pi a^2\beta B_0}{R}\mathrm{e}^{-\beta t}$；$\dfrac{\pi a^2 B_0}{R}$　　4 分

答案多写负号不扣分

14. （垂直纸面）向里；（垂直 *OP* 连线）向下　　4 分

15. 约 3.8×10^{-5}s　　3 分

3.7~3.9 均可，答案多写负号不扣分

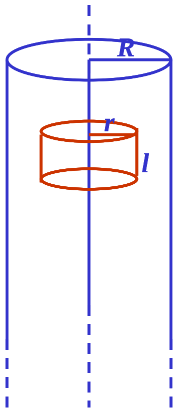
16. 1.00×10^{-9} nm　或　1.00×10^{-18} m　　3 分

17. $\dfrac{h}{m\lambda}$　　3 分

三、计算题

18.（10 分）半径为 R 的无限长圆柱形带电体，电荷体密度为ρ=Ar（r≤R），r 为距轴线距离，A 为常数。选距轴线距离为 L（L＞R）处为电势零点。试求圆柱体内外各点的电势。

解：内部场强，取半径为 $r<R$，高为 l 的同轴圆柱面为高斯面。

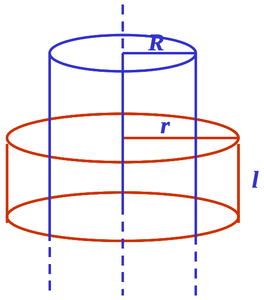


$$2\pi r l E = q/\varepsilon_0 \qquad 2\text{ 分}$$

$$q=\int_0^r Ar2\pi rl\mathrm{d}r=\frac{2}{3}\pi Alr^3$$

$$E=\frac{1}{3\varepsilon_0}Ar^2 \quad (r<R) \qquad 2\text{ 分}$$

外部场强，取半径为 $r>R$ ，长为 l 的同轴圆柱面为高斯面。



$$2\pi r l E = q/\varepsilon_0$$

$$q=\int_0^R Ar2\pi rl\mathrm{d}r=\frac{2}{3}\pi AlR^3$$

$$E=\frac{1}{3\varepsilon_0}AR^3/r \quad (r>R) \qquad 2\text{ 分}$$

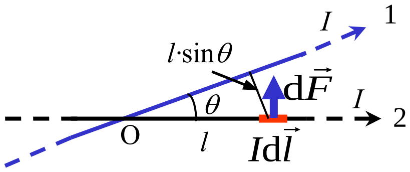
内部电势 $\varphi=\int_r^L E\mathrm{d}r$

$$=\int_r^R\frac{1}{3\varepsilon_0}Ar^2\mathrm{d}r+\int_R^L\frac{1}{3\varepsilon_0}A\frac{R^3}{r}\mathrm{d}r$$

$$=\frac{A}{3\varepsilon_0}\left(R^3-r^3\right)+\frac{AR^3}{3\varepsilon_0}\ln\frac{L}{R} \qquad 2\text{ 分}$$

外部电势 $\varphi=\int_r^L E\mathrm{d}r=\int_r^L\frac{AR^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r}\mathrm{d}r=\frac{AR^3}{3\varepsilon_0}\ln\frac{L}{r}$ 2 分

19. （10 分）如图所示，两根相互绝缘的无限长直导线 1 和 2 绞接与 O 点，两根相互绝缘导线间的夹角为θ，并通有相同电流 I。试求单位长度的导线所受磁力对 O 点的力矩。



解：在任一根导线上(如导线 2)取一线元 dl，该线元距 O 点为 l，导线 1 在该处的磁感应强度为

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi l\sin\theta}$$ 方向：⊗ 3 分

电流元 $I\cdot\mathrm{d}l$ 受到的磁力为

$$\vec{F}=I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$$

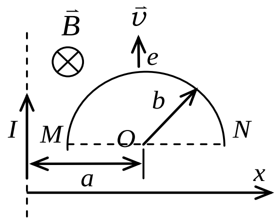
$$\mathrm{d}F=IB\cdot\mathrm{d}l=\frac{\mu_0 I^2\cdot\mathrm{d}l}{2\pi l\cdot\sin\theta}$$ 方向：垂直于导线 2 向上 3 分

该力对 O 点的力矩为 $\vec{M}=\vec{l}\times\mathrm{d}\vec{F}$

任一段单位长度的导线所受磁力对 O 点的力矩为

$$M=\int\mathrm{d}M=\int_l^{l+1}\frac{\mu_0 I^2\mathrm{d}l}{2\pi\cdot\sin\theta}=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi\cdot\sin\theta}$$ 方向：⊙ 4 分

20.（10 分）载有电流强度为 I 的长直导线附近，放一导体半圆环 MeN 与长直导线共面，且端点 MN 的连线与长直导线垂直。半圆环的半径为 b，环心 O 与导线相距 a。设半圆环以速度 $\vec{v}$ 平行导线平移，试求：



（1）半圆环内感应电动势的大小和方向；

（2）MN 两端的电压 U_M-U_N 。

解：（1）为计算简单，可引入一条辅助线 MN，构成闭合回路 $MeNM$, 闭合回路总电动势

$$\varepsilon_{MeNM}=\varepsilon_{MeN}+\varepsilon_{NM}=0$$

$$\varepsilon_{MeN}=-\varepsilon_{NM}=\varepsilon_{MN}$$ 2 分

$$\varepsilon_{MN}=\int_{MN}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_{a-b}^{a+b}-v\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\mathrm{d}x=-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a-b}$$ 4 分

负号表示 ε_{MN} 的方向与 x 轴相反。

$$\varepsilon_{MeN}=-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a-b}$$ 方向 $N\to M$ 2 分

（2） $$U_M-U_N=-\varepsilon_{MN}=\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a-b}$$ 2 分

21. （10 分）宽为 a 的一维无限深方势阱中的粒子的波函数在边界处为零，其定态为驻波。（1）试根据德布罗意关系式和驻波条件，试求粒子最小动能公式（不考虑相对论效应）。

（2）若基态波函数为 $\psi_1(x)=A\sin\frac{\pi}{a}x$，0<$x$<$a$，其中 A 为待定常数，试求粒子处于基态时，在 0<x<a/4 区间内发现粒子的概率。

解：（1）设粒子被禁闭在长度为 a 的一维箱中运动形成驻波，根据驻波条件有

$$a=n\frac{\lambda_n}{2}\qquad (n=1.2.3\cdots)\qquad 2\text{ 分}$$

由德布罗意关系式可知 $p_n=\dfrac{h}{\lambda_n}$

所以定态动能为量子化的，量子化能级为

$$E=\frac{p^2}{2m}=\frac{(h/\lambda_n)^2}{2m}=\frac{h^2}{2m\lambda_n^2}=\frac{h^2}{2m(2a/n)^2}=\frac{n^2h^2}{8ma^2}\qquad 2\text{ 分}$$

最小动能公式为 $E_1=\dfrac{h^2}{8ma^2}$　　1 分

（2）基态波函数为 $\psi_1(x)=A\sin\dfrac{\pi}{a}x$

式中 A 为常数。由归一化条件

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\psi_1(x)|^2\mathrm{d}x=\int_0^a|\psi_1(x)|^2\mathrm{d}x=1\qquad 2\text{ 分}$$

容易求得归一化常数 A 为 $A=\sqrt{\dfrac{2}{a}}$　　1 分

在 0<x<a/4 区间内发现粒子的概率为

$$P=\int_0^{a/4}|\psi_1(x)|^2\mathrm{d}x=\int_0^{a/4}\frac{2}{a}\sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}-\frac{1}{2\pi}=0.091\qquad 2\text{ 分}$$

22. （6 分）谐振子基态的定态波函数为$\varphi = Ae^{-ax^2}$，其中 A、a 为常数，设谐振子的固有频率为ν，试求谐振子的零点能。（已知一维的定态薛定谔方程为 $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + U\varphi = E\varphi$，$m$、$E$ 分别是粒子的质量和能量，φ是粒子的定态波函数，U 是势能函数，对于一维的谐振子$U(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$，$\omega$为固有角频率。

解：将线性谐振子的势能函数代入定态薛定谔方程得

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - \frac{1}{2}m\omega^2 x^2)\varphi = 0 \qquad 2 分$$

将定态波函数代入得

$$-2aA(1-2ax^2)e^{-ax^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - \frac{1}{2}m\omega^2 x^2)Ae^{-ax^2} = 0$$

$$-2a(1-2ax^2) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - \frac{1}{2}m\omega^2 x^2) = 0$$

$$\frac{2m}{\hbar^2}E - 2a + x^2(4a^2 - \frac{1}{\hbar^2}m^2\omega^2) = 0 \qquad 1 分$$

若上式成立要求

$$\frac{2m}{\hbar^2}E - 2a = 0 \qquad ① \qquad 1 分$$

且 $4a^2 - \frac{1}{\hbar^2}m^2\omega^2 = 0$ ② 1 分

由②得 $a = \frac{m\omega}{2\hbar}$

代入①得谐振子的零点能： $E_0 = \frac{\hbar\omega}{2} = \frac{1}{2}h\nu$ 1 分