

浙江大学 2008 - 2009 学年秋、冬学期

《数学分析》课程期末考试试卷

开课学院： 理学院 ， 考试形式： 闭

考试时间： 年 月 日, 所需时间： 120 分钟

考生姓名： 学号： 专业：

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总 分
得分										
评卷人										

一. (1) 请用 ε - N 语言写出“函数列 $\{f_n\}$ ”在数集 D 上不一致收敛于 f 的定义.

(2) 判断下列函数列的一致收敛性.

1、 $\frac{x}{1+n^2x^2}$, $D \in (-\infty, +\infty)$

2、 $\frac{nx}{1+n^2x^2}$, $D \in (-1, 1)$

二. 证明：若幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 R ，证明幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} n a_n x^{n-1}$

在 $|x| > R$ 时发散.

三. 构造幂级数求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(2n-1)}$

四.证明函数 $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在点(0,0)处连续且偏

导数存在,但偏导数在(0,0)不连续,而 f 在原点(0,0)可微

五.设 $L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + z = 1 \end{cases}$. 从 o_z 轴正向充分大处俯视 L 为逆时针.求

$$I = \oint_L zydx - zdy - (x + y)dz$$

六.证明 $\iint_{x^2 + y^2 \leq 1} f(3x + 4y) dx dy = 2 \int_{-1}^1 \sqrt{1 - u^2} f(5u) du$.

七.已知 $f(3y, \varphi(2x - y))$, 求 f_x , f_{xy}

八.对 $f(x) = 1 + 3\cos 2x - 4\sin 5x$ 展开付利叶级数

九.求 $\iiint_V (x + y + z) dV$ 的值, 其中 $V = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 1\}$.