设 $x\in X$，为网 $N=(S,T;F)$ 任一元素，
$^{\cdot}x=\{y|(y,x)\in F\}$ 为 x 的前集（输入集），
$x^{\cdot}=\{y|(x,y)\in F\}$ 为 x 的后集（输出集），
$^{\cdot}x\cup x^{\cdot}$ 为 x 的外延

01 年考题

一、什么是 P/T 网系统中的外延？变迁 t 在标识 M 下的发生条件是什么？

$^{\cdot}t\cup t^{\cdot}$ 为 t 的外延.

t 在 M 下有发生权条件：$\forall s\in {}^{\cdot}t: M(s)\ge W(s,t) \wedge \forall s\in t^{\cdot}: M(s)+W(t,s)\le K(s)$，记 $M[t>$.

二、什么是 P/T 网系统中的 T_不变量，有何可能的解释？

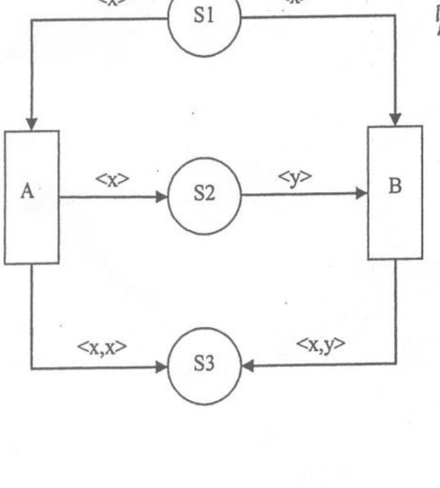
令 J 为 Σ 的 T-向量，则
① $C\cdot J=\theta_S$，则 J 为 Σ 的 T-不变量。$P_J=\{t\in T|J(t)\ne 0\}$ 为 J 的支撑集，
② 若 $J>\theta_T$ 则 J 为非负~.
③ 若不∃ J_1 使 $\theta_T<J_1<J$，则 J 为最小~.
④ P_J 为 T.
T-不变量是线性方程 $C\cdot Y=\theta_S$ 的解，当 θ_T 是方程唯一解时称 Σ 无~，否则 θ_T 也是 Σ 的~.

J 与 α 对应：J(t) 是 t 在 α 中的出现次数；
但 J 和 α 的这种对应关系不总是存在（
J(t) 可能为负），则经过 α 重新回到 M，
反之，若 α 使 M→M'，则由 α 生成的 J 一定
非负 T-不变量，即系统 Σ 的
T-不变量

三、什么是 C/E 系统，它和 EN_系统的关系。

见 02.2.

四、给出下面的谓词/变迁系统的状态、标识 M_0,M_1,M_2……以及可达标识树，其中 $M(S_1)=<1>+<2>$，$M(S_2)=M(S_3)=0$。



见 02 年 3.

五、什么是基本集合？什么是基本事实？用自然语言描述。

令 $P(E)$ 为 E 的幂集合. 则 $B_1=\{(a,b)\mid a,b\in P(E)\wedge \delta(a,b)=1\wedge a\cap b=\emptyset\}$ 称为 C/E 系统 $\Sigma=(B,E;F,C)$ 的基本集 B, 包含 直接条件：Σ 的条件集 B,

隐含条件：$B'-B$.

六、证明：$\delta(a\cup b,c\cup d)\le\delta(a,c)+\delta(b,d)+\delta(a\cap b,c\cap d)$

设 $p\in\Pi$ 为 Σ 的任一有限进程 则.

$|Occ(a\cup b,p)-Occ(c\cup d,p)|$

$=|Occ(a,p)+Occ(b,p)-[Occ(c,p)+Occ(d,p)]-Occ(a\cap b,p)+Occ(c\cap d),p)|.$

$=|[Occ(a,p)-Occ(c,p)]+[Occ(b,p)-Occ(d,p)]|$

$=|Occ(a,p)-Occ(c,p)|+|Occ(b,p)-Occ(d,p)|$

$=\delta(a,c)+\delta(b,d)\le\delta(a,c)+\delta(b,d)+\delta(a\cap b,c\cap d)$

又 ∵ p 是任意的.

∴ 有 $\delta(a\cup b,c\cup d)\le\delta(a,c)+\delta(b,d)+\delta(a\cap b,c\cap d)$.

七、证明下面 P/T 系统为活系统(书中系统，P53 3-1(a))。

$(P,T;F;D,V,A_P,A_T,A_F;M_0)$.

①$(P,T;F)$为有向网.

②D为非空有限集:个体集.论域.

③V为D上的变量集.

④$A_P: P \to \Pi$ 其中Π是D上的可变谓词集.

⑤$A_T: T \to f_D$. f_D是D上的公式集.

⑥$A_F: F \to f_S$. f_S为D的符号集合.

⑦$M_0: P \to f_S$, 对n元谓词$p \in P$, $M_0(p)$是n元符号和.

02年考题

一、基本概念

1．谓词/变迁系统有哪几个要素？谓词/变迁系统发生权的条件是什么？

个体集 — 论域

库所 — 谓词. 用个体集或个体多元值集表示.

变迁 — 公式(静态谓词)

弧 — 多元组符号和. 同一弧多元组长度相同

标识 — M_0及M是个体集的一个分配.

变迁t在T在M有发生权的充分必要条件是. 存在M下可行替换$t(z_1 \leftarrow d_1, z_2 \leftarrow d_2, \dots z_i \leftarrow d_i)$, 其中$z_1, \dots z_i$是$t$有关的符号和及公式中的自由变量集$M$和$t$的迹的发生权记作$M[t(z_1 \leftarrow d_1, \dots z_i \leftarrow d_i)>$.

2．什么是 C/E 系统？与 EN_系统的关系如何？

C/E系统:

满足以下条件的基本网系统$(B,E;F,C)$:

①$(B,E;F)$为简单网有向.

②C是B上的一个完全情态集. C中的元称为Σ的情态

③$\forall b \in B$, $\exists c_1, c_2 \in C$ 使$b \in c_1$且$b \notin c_2$

④$\forall e \in E$, $\exists c_1, c_2 \in C$ 使 $c_1[e>c_2$.

关系:

①由①③知C/E系统是一个EN系统. 是EN的子集.

②由③④知$(B,E;F)$为纯网.

③两者图形表示一致.

④C的定义影响EN是否为C/E.

⑤含义不一致: 在由出现结构构造而来, 同一状态的不同现重叠.

EN定义了情态间的向前可达关系. C/E中每个标识都非初即可有未来也可有过去.

3．设$a,b,c \in E$是 C/E 系统$\Sigma=(B,E;F,c)$的事件集。证明：$\delta(a,b)+\delta(b,c) \ge \delta(a,c)$

$$|O_{cc}(a,p)-O_{cc}(c,p)| = |O_{cc}(a,p)-O_{cc}(b,p)+O_{cc}(b,p)-O_{cc}(c,p)|$$
$$\le |O_{cc}(a,p)-O_{cc}(b,p)| + |O_{cc}(b,p)-O_{cc}(c,p)|$$
$$= \delta(a,b)+\delta(b,c).$$

它们是同一概念. 区别在于它是否有标识. 而对任一标识都讨论其过去事.

4．用自然语言表示，什么是基本集合？什么是基本事实？

见01年5.

5．比较有色网与谓词/变迁网的特点。

①建网要求一致.

②库所: 个体间有标识区别(P_i/T). 由颜色区别token的个性

③变迁: 变迁对应公式. 能否发生取决于可行替换.

指背色$C(t)$. $X(t)$.

④弧: $AF(t,p)$或$AF(p,t)$ / 出现函数I_-, I_+直接操作颜色及分量.

⑤变迁守恒.

二、证明：设$c \in C$是 C/E 系统的一个情态，$b \in B_1 - B$，证明：b 在 c 下成真与否是唯一

的。

设$E_1=$ ·b，$E_2=b^{\cdot}$，由于b是条件，∴$E_1 \cap E_2=\Phi$.

若有$e \in E_1 \vee E_2$在c有发生权，则b在c的成真与否与事件的发生权一致：

若$e \in E_1$，则b为假.

若$e \in E_2$，则b为真.

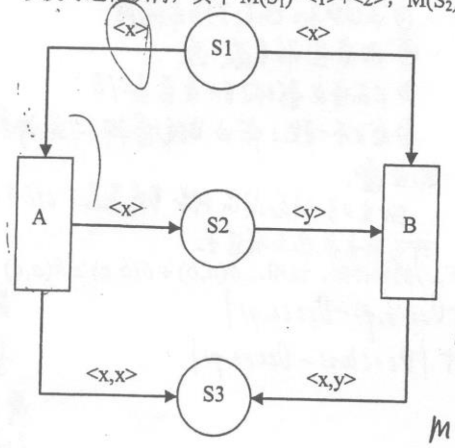
若有$e \in E_1 \vee E_2$在c均无发生权.

由C/E系统定义知，必有$c' \in C$，使e有发生权，且有从c到c'的进程.

① 若此进程中无$E_1 \vee E_2$中的事件发生，则b的成真与否在c和c'是一样的，而b在c'的值是唯一确定的，∴在c也唯一确定

② 若此进程中有$E_1 \vee E_2$中的事件发生，则对使$E_1 \vee E_2$中的事件发生的第一个情态重复上面的结论，b在c的值也是唯一确定的

三、给出下面的谓词/变迁系统的状态、标识M_0, M_1, M_2……以及可达标识树，其中$M(S_1)=<1>+<2>$，$M(S_2)=M(S_3)=0$。



标识	S_1	S_2	S_3	当前可行替换
M_0	{1, 2}			A(x←1)
M_1	{2}	{1}	{<1,1>}	B(x←2, y←1)
M_2	φ		{<1,1>, <2,1>}	

M_0（←{1, 2}）
↓ A(x←1)
M_1（←{2} {1} {<1,1>}）
↓ B(x←2, y←1)
M_2（←{<1,1>, <1,2>}.

S_1中的1和2是并行的，这里只写出x←1的发生情况.

五、建立两个工人轮流(u,v)操作三台机器(a,b,c)的谓词/变迁网模型。要求至少有备用、操作、等待和休息四个环节。工人轮流操作的顺序有以下两种(任选一种)：

1．先1个工人操作3台机器(一次一台)，然后另一个工人操作同样3台机器(一次一台)，完成一轮操作

2．每个工人都要操作3台机器(一次一台)，完成一轮操作。

05年考题

一、

$Ind(\mu) \wedge \mu \subseteq C \wedge C \cap \mu^{\cdot} = \emptyset$.

1．什么是ＥＮ系统中的独立事件集？事件集Ｍ一步并发的条件是什么？

设$M \subseteq E$为$(B,E;F)$的一个事件集合.
谓词$Ind(M)$定义为：$Ind(M) :\Leftrightarrow \forall e_1,e_2 \in M, e_1 \neq e_2 \Rightarrow (^{\cdot}e_1 \cup e_1^{\cdot}) \cap (^{\cdot}e_2 \cup e_2^{\cdot}) = \emptyset$. 若$Ind(M)$为真，则M为独立事件集.
若$M \subseteq B$为$(B,E;F)$的~~事件集~~. 则M中事件在C有一步发生权的条件是：$Ind(M) \wedge {^{\cdot}M} \subseteq C \wedge M^{\cdot} \cap C = \emptyset$, $C[M>$.

~~$Ind(\mu) \wedge {^{\cdot}\mu} \subseteq C \wedge \mu^{\cdot} = \emptyset$~~

2．线和切的定义？

线是一个资源在进程中的轨迹，它描述该资源在进程中的各种状态及这些状态间的先后顺序.
切是进程的一个断面，如同瞬间摄取的一张系统快照，代表的是不同资源及变化的"同时"或并发.

3．设$a,b,c \in E$是 C/E 系统$\Sigma = (B,E;F,c)$的事件集。证明：$\delta(a,b)+\delta(b,c) \geq \delta(a,c)$。

在偏序关系下，
最大全序子集为线
最大无序子集为切

见02年3.
对切所代表的"同时"而言，民传递性.

~~$l \subseteq X, \forall x,y \in l, x<y \vee y<x$~~. $\forall x$不属于l $\exists y \in l: \neg(x<y \vee y<x)$
~~$\mu \subseteq X, \forall x,y \in \mu, \neg(x<y \vee y<x)$~~ $\forall x$不属于μ $\exists y \in \mu: (x<y \vee y<x)$.

4．S_不变量和 T_不变量？为什么不能保证 T_不变量中变迁一定能够发生？

S：I为Σ的一个S向量. C是Σ的关联矩阵. C^T为C的转置.
θ_T为分量全0的T向量. θ_S,
①若$C^T \cdot I = \theta_T$. 则称I为S-不变量；$P_I = \{s \in S \mid I(s) \neq 0\}$为I的支撑集.
②若$I > \theta_S$, I为非负~.
③不存在非负~ I_1 使$\theta_S < I_1 < I$成立. 则I为最小~.
④θ_S也为S-不变. 但θ_S为唯一. 则从之无~.
S不变的线性组合仍为~.

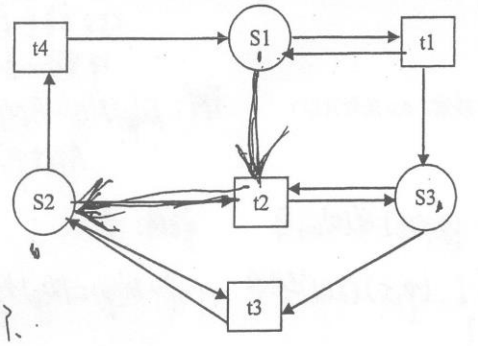
有时非负不变量对应着Σ的循环系统. 但并不所有非负T不变量都对应着循环系统. 这是因为方程组$C \cdot J = \theta_S$只计算变迁发生的数目，并不考虑变迁是否能发生.

6．比较有色网系统的谓词/变迁系统的特点？

见02年5

二、画出可达图和可达树，求其有界性和活性？$M_0 = (1,0,0)$

活性？

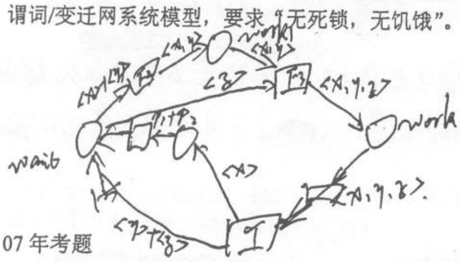


{1,0,0}
↓ t_1
{1,0,w}
↓ t_1 {1,0,w}
↓ t_4
↓ t_2 {0,1,w}
↓ t_3 {0,1,w}

四、设 $c \in C$ 是 C/E 系统的一个情态，$b \in B_1 - B$，证明：b 在 c 下成真与否是唯一的。

见02年2.

五、设有两个循环进程共享两台设备，每个进程有两个顺序的操作。第一个操作需要一台设备，完成后不释放设备；第二个操作需要两台设备，完成后同时释放两台设备，设计该系统谓词/变迁网系统模型，要求"无死锁，无饥饿"。



$D = \{p_1, p_2, q_1, q_2\}$

下标 $\{p_1, q_1\}$ $F^{-1}(p_1, q_2)$ True.

下标 $\{p_1, q_1, q_2\}$ $\{p_2, q_1, q_2\}$. True.

07 年考题

一、问答题

1．什么是基本集合？

见01年5.

$Ind(u) \wedge {}^{\cdot}u \subseteq c \wedge u^{\cdot} \cap c = \Phi$.

2．E N 系统中事件 u 并发的条件是什么？P/T 系统中事件在 M 中并发的条件是什么？

e_1, e_2 在情态 c 并发的条件是：${}^{\cdot}e_1 \cap {}^{\cdot}e_2 = \Phi \wedge {}^{\cdot}e_1 \cup {}^{\cdot}e_2 \subseteq c$. → ?

$t_1, t_2 \in T$ 和 M，$\forall s \in S$，有 $W(s,t_1) + W(s,t_2) \le M(s) \le K(s) - W(t_1,s) - W(t_2,s)$.

二、就托肯个性和变迁发生条件和结果，比较 P/T 系统、有色网和谓词/变迁系统的特点。

P/T：~~个体间有~~不同个性的资源在不同库所，同一库所资源个性相同（全部相同）.

Pr/T：不同个性资源可在同一库所，同一库所资源不同.

有色网：不同个性资源在同一库所，同一库所资源可同样（部分相同）.

P/T：条件. $\forall s \in S: W(s,t) \le M(s) \le K(s) - W(t,s)$

结果：$M'(s) = M(s) - W(s,t) + W(t,s)$

Pr/T：若M下可发生替换 $t(z_1 \leftarrow d_1, \cdots z_k \leftarrow d_k)$ (z_i) 为包含 t 输入输出弧上的 A_t 中出现的所有变量.

三、用并发论阐述：a,b 并发，b,c 并发，a,c 是否并发？

所以：$M'(p) = M(p) - AF(p,t)(z_1 \leftarrow d \cdots) + AF(t,p)(z_1 \leftarrow d, \ldots)$.

$\forall t \in T$：依 $X(t)$ 在 $C(t)_{MS}$ 有

$\forall p \in P$：$\sum_{t \in T} I_-(p,t)(X(t)) \le M(p)$

有色网：$\forall p \in P$，$M'(p) = M(p) + \sum_{t \in T} I_+(p,t)X(t) - \sum_{t \in T} I_-(p,t)X(t)$.

四、证明：$\delta(a \cup b, c \cup d) \le \delta(a,c) + \delta(b,d) + \delta(a \cap b, c \cap d)$

对任意 $p \in P$ 为 S 的任一库所进行证明.

$|Occ(a \cup b, p) - Occ(c \cup d, p)|$

$= |Occ(a,p) + Occ(b,p) - Occ(a \cap b, p) - [Occ(c,p) + Occ(d,p) - Occ(c \cap d, p)]|$

$= |Occ(a,p) - Occ(c,p) + Occ(b,p) - Occ(d,p) + Occ(c \cap d, p) - Occ(a \cap b, p)|$

$\le |\quad| + |\quad| + |\quad| =$.

对 p 为任意成立.

之中有n个库所，其中包含的token总数都在任何可达标识下都不变。即初始标识下M0的token和 …。则这n个库所构成了S_一个不变量。

五、什么是S_不变量？简述它的计算方法。

令S_I为一库所子集，列向量 $I_I(s)=\begin{cases}1 & 若 s \in S_I \\ 0 & 否则\end{cases}$ 称为S_I的特征向量。

特征向量I_I为S_I的转置。

在标识M下S_I所含token总数为$I_I^T \cdot M$。

若S_I为S-不变量，则 $I_I^T \cdot M = I_I^T \cdot M_0$，即 $I_I^T(M_0+C \cdot X) = I_I^T \cdot M_0$

$I_I^T \cdot C \cdot X = 0$

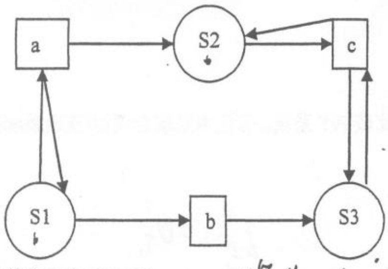
由于X可为任意非负整数列向量，

$\therefore C^T \cdot I_I = 0_T$

S-不变量的特征向量I_I为方程组 $C^T X = 0_T$ 的解，

也就是整数解为S-不变量。

六、画出它的可达树和可达图，并分析其有界性，并指出a,b,c的活性。



其中 M0={1,1,0}

计算M_y的分量：

A：$M'(s) = M_x(s) - W(s,t) + W(t,s) = (1,1,1,0)$

B：∵从x到y(y≠1)有另(3,?)使 $M_z < M' \wedge M_z(s) < M'(s)$，即 $(1,0,1,0) < (1, …$

$\therefore M1 = (1,w,0)$

{1,1,0}

a　b

{1,w,0}　{0,1,1}

a　b　c

{1,w,0}　{0,w,1}　{0,1,1}

c

{0,w,1}

计算$M_y=2$的分量：

A：$M'(s) = M_x = x(s) - W \cdots$

B：∵从x到节点y(y=2)无z使 $M_z < M' \wedge M_z(s) < M'(s)$

有限步均达出，∴T(Σ)有限。

w出现在T(Σ)中，则Σ无界。

w不出现，则Σ有界，Σ的界k界为T(Σ)节点标记中含最大…

有末端节点，任意变迁都不活。七项则每个节点下都含七为标记的…构成基本图，VEET…

2008 年考题

一. 基本概念

1. 有三个条件 a，b，c，假设 a 与 b 同时发生，b 与 c 同时发生，a 与 c 是否一定同时发生？

$x \ co\ y \Leftrightarrow x,y \in X \wedge \neg(x<y) \wedge \neg(y<x)$。

X为出现网中全体元素集合。

非平凡，自反，对称。

并发关系不传递关系。若有则是一个等价关系，从而X分为若干等价类，且这些等价类又由(X,<)确定了顺序，若出现网是一个信号路下的痕迹，X变为一条线，并发只有从发生传递的，系统进程一路只有一个信号。

2. EN 系统中事件集 u 在丛 $c \subseteq B$ 并发的条件是什么？库所/变迁系统（P/T 系统）中两个变迁在状态 M 下并发的条件是什么？

见 …

[c] 是从之间的当价类、[c] 与选哪个情态为代表无关. [c1]中c1与其他情态无关. 即[c1]时 c1为唯一的起情态

3. 设 $c_1, c_2 \subseteq B$ 为有向网(B，E；F)的两个丛，由 c_1, c_2 构成的两个基本网系统（B，E；F，c1）和（B，E；F，c2），则它们的完全情态集[c1]和[c2]有什么关系。

只有 $[c_1]=[c_2]$ 或 $[c_1]\cap[c_2]=\Phi$.

即完全情态集是丛上的当价类.

只需证 $[c_1]\cap[c_2]\neq\Phi$ 则 $[c_1]=[c_2]$.

若 $[c_1]\cap[c_2]\neq\Phi$ 则取 $c_0\in[c_1]\cap[c_2]$.

$\forall c\in[c_1] \Rightarrow c\in[c_2] \Rightarrow [c_1]\subseteq[c_2]$

$\forall c\in[c_2] \Rightarrow c\in[c_1] \Rightarrow [c_2]\subseteq[c_1]$.

二. 从资源的个性和变迁的发生条件和结果，比较 P/T 系统、有色网系统合谓词/变迁系统得特点。

S不变量代表着系统中若干资源的流动范围.

$M\in[M_0>$.

若SI为S-不变量

$I_I^T\cdot C=0_T^T$

$C^T\cdot I_I=0_T$.

三. 什么是 S_不变量？简述其计算方法。

令SI为一库所子集. 列向量

$I_I(s_i)=\begin{cases}1 & 若\ s_i\in SI;\\ 0 & 否则.\end{cases}$

称SI的特征向量.

$I_I^T\cdot M=I_I^T\cdot M_0$.

即 $I_I^T(M_0+CX)=I_I^T\cdot M_0$.

得到 $I_I^T\cdot CX=0$

X为任意变迁序列列向量.

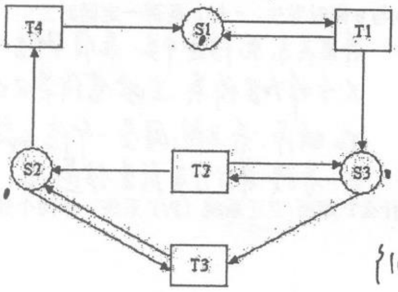
仅当满足以上条件时为S不变量.

四. 设 $c\in C$ 是 C/E 系统 Σ 的任一情态，隐含条件 $b\in B_1-B$，证明：b 在 c 下成真与否是唯一的。

若网中有几个库所包含的token总个数在任何可达标识下都是常数. 即M0下的已知. 那么这几个库所就是一个S-不变量.

五. 画出下面库所/变迁网的可达树和可达图，并分析该网的有界性和活性。

初始标识 M0={1，0，0}，即库所 s1 有一个托肯，其他为空。



$\{1,0,0\}$

$\downarrow t_1$

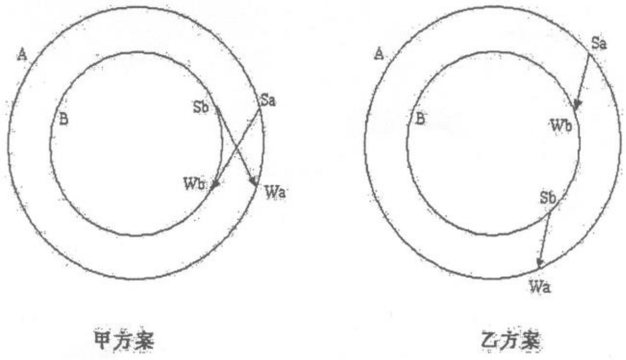
$\{1,0,w\}$

t_1: $\{1,0,w\}$.　t_2: $\{1,w,w\}$

t_3: $\{1,w,w\}$　t_4: $\{w,w,w\}$

t_1　t_2　t_3　t_4.

六. 信号 A 和信号 B 各自进行信号分裂（Sa 和 Sb）和等待（Wa 和 Wb）以期达到运行圈数上的一致。下面是甲、乙两种设计方案，试给出它们的 Petri 网同步模型，根据网民模型分析甲、乙两种方案的正确性。



甲方案　　　　乙方案

信号传递总是基本网系统. 信号重叠就是冲撞.

Sa, Sb 可并发, 任一可连续发生两次. Sa 或 Sb 连续发生两次就出现冲撞.

例1. 发生序列: S1

序列S token: 1, 1-1, 1-1-1=-1.

发生序列 S2 → W

S1和S2而发生次数差为2.

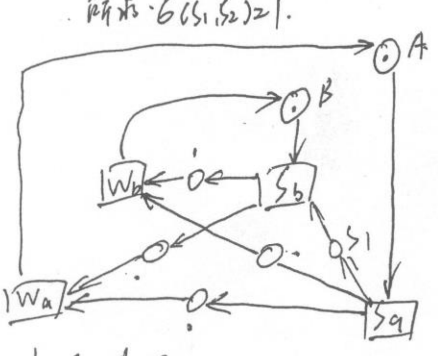
在所有序列中, 最大差值为2. 会有信号重叠.

∴ $б(S1, S2)=2$.

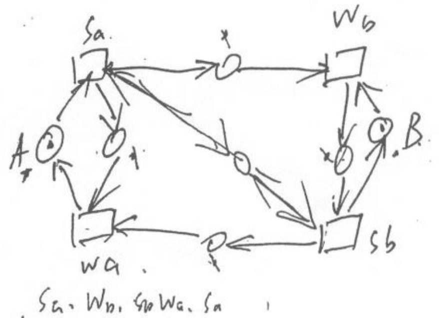
事实上 S1, S2 并发,

例2. S1 S2 交错发生 (会聚, 并行同步).

所求 $б(S1,S2)=1$.



1 0 1 . 0



Sa. Wb. Sb Wa. Sa

1 0 0 1 0