

第五章

• 谓词/变迁系统的定义

定义 4.3 谓词/变迁网系统

九元组 $\Sigma = (P, T; F, D, V, A_P, A_T, A_F, M_0)$ 是 P_r/T 系统的条件是：

1. $(P, T; F)$ Σ 的基网
2. D 个体集 (D 上的运算集为 Ω)
3. V 为 D 上的变量集

4. $A_P: P \rightarrow \pi$ (可变谓词集) π 为 D 上的可变谓词集 $A_P(p)$ 是 n 元谓词
5. $A_T: T \rightarrow f_D$ (D 的公式集) $A_T(t)$ 是静态谓词加 Ω 上的运算符
6. $A_F: F \rightarrow f_S$ (D 的符号和集) $A_F(t, p)$ 或 $A_F(p, t)$ n 元符号和且 $A_T(t)$ 与 $A_F(t, p), A_F(p, t)$ 的自由变量相同
有向弧上的标记用符号和表示，为了便于判断变量替换是否可行。
7. $M_0: P \rightarrow f_S$ $M_0(p)$ 是 n 元符号和
作为系统状态的标识可以看成是为每个谓词指明其等同的个体子集。为了便于给出变迁规则，定义中用符号和来表示子集。

• 变迁规则

设 M 为 P_r/T 系统 Σ 的一个标识

- 变迁 $t \in T$ 在 M 有发生权的充分必要条件是：存在 M 下的可行替换 $t(z_1 \leftarrow d_1, z_2 \leftarrow d_2, \dots, z_l \leftarrow d_l)$ ，其中 $\{z_1, z_2, \dots\}$ ，为与 t 有关的符号和及公式中的自由变量集。 M 和 t 的这种发生权记作：

$$M[t(z_1 \leftarrow d_1, z_2 \leftarrow d_2, \dots, z_l \leftarrow d_l) >$$

- 若 $M[t(z_1 \leftarrow d_1, z_2 \leftarrow d_2, \dots, z_l \leftarrow d_l) >$ ，则 t 可按可行替换 $t(z_1 \leftarrow d_1, z_2 \leftarrow d_2, \dots, z_l \leftarrow d_l)$ 发生，其后继标识 M' 为：对所有 $p \in P$ ，

$$M'(p) = M(p) - A_F(p, t)(z_1 \leftarrow d_1, z_2 \leftarrow d_2, \dots, z_l \leftarrow d_l) + A_F(t, p)(z_1 \leftarrow d_1, z_2 \leftarrow d_2, \dots, z_l \leftarrow d_l)$$

• 有色网的定义

$\Sigma = (P, T; F, C, I_-, I_+, M_0)$ 称为有色网的充分必要条件

- $(P, T; F)$ 为有向网，称为 Σ 的基网
- $C: P \cup T \rightarrow N(D)$ ， $N(D)$ 为颜色集 D 之幂集合
- 对 $p \in P$ ， $C(p)$ 是库所 p 上所有可能的 token 色集合
- 对 $t \in T$ ， $C(t)$ 是变迁 t 上所有可能的出现色集合
- I_-, I_+ 分别是 PXT 上的负函数和正函数，使得对所有 $(p, t) \in PXT$
 - $I_-(p, t) \in [C(p)_{MS} \rightarrow C(t)_{MS}]_L$ ，且 $I_-(p, t) = 0$ 充分必要条件是 $(p, t) \notin F$
 - $I_+(p, t) \in [C(t)_{MS} \rightarrow C(p)_{MS}]_L$ ，且 $I_+(p, t) = 0$ 充分必要条件是 $(t, p) \notin F$
- $M_0: P \rightarrow D_{MS}$ ，称为 Σ 的初始标识，它必须满足条件 $\forall p \in P: M_0(p) \in C(p)_{MS}$
即 $M_0(p)$ 是 p 的 token 色集合上的多重集

• 有色网的变迁规则

设 X 为有色网 Σ 在标识 M 下的一步，则 X 发生后的后继标识 M' ，由下式给出：

$$\forall p \in P, M'(p) = M(p) + \sum_{t \in T} I_+(p, t)(X(t)) - \sum_{t \in T} I_-(p, t)(X(t))$$

第六章 条件/事件系统

• 完全情态集的定义

基本网系统 $(B, E; F, C_{in})$ 的完全情态集是满足下列条件的最小集合 $[C_{in}]$

- $c_{in} \in [C_{in}]$
- 若 $c_1 \in [C_{in}]$, $c_2 \subseteq B$, 且有 $u \subseteq E$, 使得 $c_1[u > c_2$ 或者 $c_2 < u]c_1$, 则 $c_2 \in [C_{in}]$

• 情态集

EN -系统 $N = (B, E; F, c_{in})$ 的情态集 C_N 是满足下列条件的最小集合

$c_{in} \in C_N$

若 $c \in C_N$, $u \subseteq E$, $c' \subseteq B$ 且 $c[u > c']$, 则 $c' \in C_N$

• 完全可达关系是丛上的等价类

$(B, E; F, c_{in})$ 是 EN 系统, 设 $c_1, c_2 \subseteq B$, 则 $[c_1] = [c_2]$ 或者 $[c_1] \cap [c_2] = \emptyset$

• C/E系统的定义

定义6.3 C/E系统

四元组 $\Sigma = (B, E; F, C)$ 为C/E系统 iff

1. $(B, E; F)$ 是简单网 — 基网
2. C 是从上的一个完全情态集, C 中的丛称为 Σ 的情态
3. $\forall b \in B, \exists c_1, c_2 \in C: b \in c_1 \wedge b \in \overline{c_2}$
4. $\forall e \in E, \exists c_1, c_2 \in C: c_1[e > c_2$

• 如何理解C/E系统没有初始标识

• 外延公理

二、公理和基本现象

C/E定义 满足 外延公理

↓
系统结构→发生权,
后继情态, 情态间
完全可达关系

→完全情态集C及可达关系r

→事件的结构
(事件与条件的关系)

设 B —条件集 E —事件集 关系 $r \subseteq 2^B \times E \times 2^B$

C —基于 r 的完全可达类

↓
 B 的幂集 (B 的
所有子集所成的
集合)

外延公理

对于任何 B, E, r, C 的 $(B, E; r, C)$, 必 \exists 函数
 pre 及 $\text{post}: E \rightarrow 2^B$ ($e = \text{pre}(e)$ 及 $e = \text{post}(e)$)

满足:

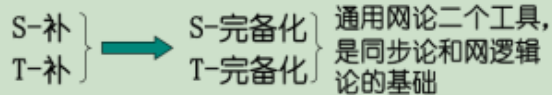
1. $\forall e \in E: (e \cup e') \neq \emptyset \wedge (e \cap e') = \emptyset$ 每个事件都有外延——非孤立
2. $\forall e_1, e_2 \in E: (e_1 = e_2 \wedge e_1' = e_2' \Rightarrow e_1 = e_2)$ 不同事件外延不同——可以区分
3. $\forall (c_1, e, c_2) \in r: c_1 - c_2 = e \wedge c_2 - c_1 = e'$ 事件的发生只影响外延
4. $\forall c \in C, \forall e \in E: (e \subseteq c \wedge e' \cap c = \emptyset \Rightarrow \exists c' \in C: (c, e, c') \in r)$ 向前延之
5. $\forall c \in C, \forall e \in E: (e \cap c = \emptyset \wedge e' \subseteq c \Rightarrow \exists c' \in C: (c', e, c) \in r)$ 向后发生权也与外延之外的条件无关

• S-完备 T-完备

三、完备化

S-补可以消除冲撞

假定无冲撞系统（正反向）



完备化概念

$(B, E; F)$ 为 C/E 基网

$B_1, B_2 \subseteq B$

构造 \rightarrow 找 $e \in E, 'e = B_1 \wedge e' = B_2$

添加所有 e , 对 $(B, E; F)$ T-完备化

$E_1, E_2 \subseteq E$

构造 \rightarrow 找 $b \in B, 'b = E_1 \wedge b' = E_2$

添加所有 b , 对 $(B, E; F)$ S-完备化

定义6.4 完备化

$(S, T; F)$ — 简单网

$\forall T_1, T_2 \subseteq T, (T_1, T_2) \neq (\emptyset, \emptyset), \exists$ 唯一 $s \in S$:

$'s = T_1 \wedge s' = T_2$

称 $(S, T; F)$ — S-完备的

$\forall S_1, S_2 \subseteq S, (S_1, S_2) \neq (\emptyset, \emptyset), \exists$ 唯一 $t \in T$:

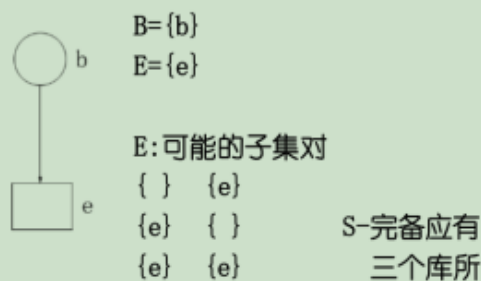
$'t = S_1 \wedge t' = S_2$

称 $(S, T; F)$ — T-完备的

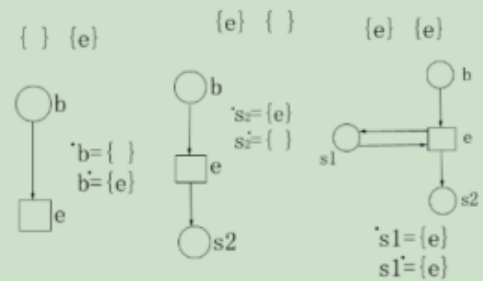
说明

- C/E 的基网 $(B, E; F)$ 的完备网, 不一定对应 C/E 系统, 所以用 $(S, T; F)$ 而非 $(B, E; F)$
- $(B, E; F)$ 构造最小 S-完备网 $(S, T; F')$ — S-完备化操作
- $(B, E; F)$ 构造最小 T-完备网 $(S, T; F')$ — T-完备化操作

例子



三个库所



第七章 同步论

• 同步距离的定义

令 $E_1, E_2 \subseteq E$ 为 C/E 系统 $\Sigma = (B, E; F, C)$ 的任意两个非空事件子集, 则 E_1 和 E_2 的同步距离 $\sigma(E_1, E_2)$ 由下面公式给出

若有最大值 $\sigma(E_1, E_2) = \max_{p \in \pi} \{Occ(E_1, p) - Occ(E_2, p)\}$

若无最大值 $\sigma(E_1, E_2) = \infty$

p 为进程

• 同步距离的性质

定理7.1 同步距离性质

C/E系统中, $a, b, c, d \subseteq E$ 为事件集, 则

1. $\sigma(a, b) \geq 0$
2. $\sigma(a, b) = 0 \Leftrightarrow a = b$
3. $\sigma(a, b) = \sigma(b, a)$
4. $\sigma(a, b) + \sigma(b, c) \geq \sigma(a, c)$
5. $\sigma(a, b) = \sigma(a - b, b - a)$
6. $\sigma(a \cup b, c \cup d) \leq \sigma(a, c) + \sigma(b, d) + \sigma(a \cap b, c \cap d)$

- 同步距离与系统行为

二、同步距离与系统行为

$E_1, E_2 \subseteq E$

$\sigma(E_1, E_2) = \infty \Rightarrow E_1$ 中事件可以比 E_2 中事件多 (或少) 发生任意次 \Rightarrow 异步

$\sigma(E_1, E_2) < \infty \Rightarrow E_1$ 中事件最多比 E_2 中事件多 (或少) 发生 $\sigma(E_1, E_2)$ 次

由同步距离性质, 我们已知

$\sigma(E_1, E_2) = 0 \Rightarrow E_1 = E_2$

$\sigma(E_1, E_2) = 1 \Rightarrow E_1, E_2$ 中事件只能交替发生。同步距离为1的两组事件对应着系统中的一个条件, 这些条件对研究系统性质有重要意义。

- 基本集合 B_1 和条件集 B 的关系

定义7.2 基本集合

C/E系统 Σ

$$B_1 \triangleq \{(a, b) \mid a, b \in 2^E \wedge \sigma(a, b) = 1 \wedge a \cap b = \emptyset\}$$

称为 Σ 的基本集合

(a, b) 可以视为一个库所 s ($s \cdot a = a, s \cdot b = b$)

$\therefore B_1$ 是一个库所集合

我们说 $B \subseteq B_1$, 即 B 中每个条件 $\in B_1$

证明: 对于任意 $b \in B$

$b \cap b = \emptyset$ (C/E系统基网为纯网)

$\sigma(b, b) = 1$ (因为C/E系统中, 条件 b 都有机会成真(1)成假(0))

所以, $b \in B_1$

反过来, 若 $B_1 - B$ 非空, 即 B 是 B_1 的真子集
则 $B_1 - B$ 的 b 元素可以看成是一个条件, 称为隐含条件

于是

$B_1 - B$ 中的 b 元素 $\left\{ \begin{array}{l} \sigma(b, b) = 1, \text{表明} \\ b \text{至多可以获得} \\ \text{一个托肯} \\ (\text{有托肯, 无托肯}) \end{array} \right\} \rightarrow \text{符合C/E的条件要求(有机会成真/成假)}$

$$B_1 = \begin{cases} B & \text{—— 直接条件} \\ B_1 - B & \text{—— 隐含条件} \end{cases}$$

定理7.5

设 $c \in C$ 为 Σ 的任一情态, $b \in B_1 - B$ 为 Σ 隐含给出的条件, 则 b 在情态 c 下是否成真是唯一确定的。

证明:

设 $E_1 = \cdot b, E_2 = b$, 由于 b 是条件, 所以 $E_1 \cap E_2 = \emptyset$

若存在 $e \in E_1 \cup E_2$ 在 c 有发生权, 那么, b 在 c 的成真与否与事件的发生权一致:

若 $e \in E_1$, 则 b 为假

若 $e \in E_2$, 则 b 为真

• 若任给 $e \in E_1 \cup E_2$ 在 c 均无发生权。

由C/E系统定义知, 必有 $c' \in C$, 使 e 有发生权, 并且有从 c 到 c' 的进程。

➢ 若此进程中没有 $E_1 \cup E_2$ 中的事件发生, 那么 b 的成真与否在 c 和 c' 是一样的, 而 b 在 c' 的值是唯一确定的, 所以在 c 也唯一确定。

➢ 若此进程中有 $E_1 \cup E_2$ 中的事件发生, 则对使 $E_1 \cup E_2$ 中的事件发生的第一个情态重复上面的分析, b 在 c 的值也是唯一确定。

- 计算同步距离的方法

第八章 同步论

并发的定义：

设 X 为出现网中包含所有元素的集合，元素之间的因果关系及由因果关系产生的顺序用“ $<$ ”

严格偏序集 $(X, <)$ ：

$$(<\subseteq X \times X) \wedge (<\cap Id = \Phi) \wedge (<^2 \subseteq <)$$

对严格偏序集可以定义无序关系。并发关系就是出现网元素之间由 $<$ 产生的无序关系。

定义 $x \text{ co } y \Leftrightarrow x, y \in X \wedge \neg(x < y) \wedge \neg(y < x)$
即： $\text{co} = \overline{< \cup >}$

并发关系是否有传递性？若有就是一个等价关系，从而把 X 分解为等价类，等价类内的元素并发，等价类由 $(X, >)$ 确定了完全的顺序。如果出现网是一个信号留下的轨迹， X 退化为一串线，并发才可能是传递的。系统进程一般不会只有一个信号，几个信号也不会互不相关，因此，一般而言，并发是不传递的。

令 $Co(x) = \{y \mid (x, y) \in \text{co}\}$ ，若 x 不等于 y ，但是 $Co(x) = Co(y)$ ，那么，对关系并发而言， x 和 y 虽然不同确是无法区分的。我们把 x 和 y 的这种关系记为 $\tilde{\text{co}}$

$x \tilde{\text{co}} y \Leftrightarrow Co(x) = Co(y)$ 称为 co 的传递核。
在研究并发时我们不关心不能用并发关系区分的元素。即要求 $x \tilde{\text{co}} y \rightarrow x = y$ 。

