# 第3章 栈和队列

栈和队列是两种应用非常广泛的数据结构,它们都来自线性表数据结构,都是"操作受限"的线性表。 栈在计算机的实现有多种方式:

- ◆ 硬堆栈: 利用CPU中的某些寄存器组或类似的硬件或使用内存的特殊区域来实现。这类堆栈容量有限,但速度很快;
- ◆ 软堆栈: 这类堆栈主要在内存中实现。堆栈容量可以达到很大。在实现方式上,又有动态方式和静态方式两种。

本章将讨论栈和队列的基本概念、存储结构、基本操作以及这些操作的具体实现。

# 3.1 栈

# 3.1.1 栈的基本概念

#### 1 栈的概念

栈(Stack): 是限制在表的一端进行插入和删除操作的线性表。又称为后进先出LIFO (Last In First Out)或先进后出FILO (First In Last Out)线性表。

栈顶(Top):允许进行插入、删除操作的一端, 又称为表尾。用栈顶指针(top)来指示栈顶元素。

栈底(Bottom):是固定端,又称为表头。

空栈: 当表中没有元素时称为空栈。

设栈S= $(a_1, a_2, ...a_n)$ ,则 $a_1$ 称为栈底元素, $a_n$ 为栈顶元素,如图 3-1所示。

栈中元素按 $a_1$ , $a_2$ ,… $a_n$ 的次序 进栈,退栈的第一个元素应为栈顶元 素。即栈的修改是按后进先出的原则 bottom — 进行的。

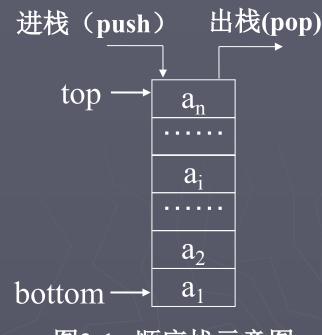


图3-1 顺序栈示意图

### 2 栈的抽象数据类型定义

#### **ADT Stack**{

数据对象:  $D = \{a_i | a_i \in ElemSet, i=1,2,...,n, n \geq 0\}$ 

数据关系:  $R = \{ \langle a_{i-1}, a_i \rangle | a_{i-1}, a_i \in D, i = 2,3,...,n \}$ 

基本操作:初始化、进栈、出栈、取栈顶元素等

#### } ADT Stack

# 3.1.2 栈的顺序存储表示

栈的顺序存储结构简称为顺序栈,和线性表相类似,用一维数组来存储栈。根据数组是否可以根据需要增大, 又可分为静态顺序栈和动态顺序栈。

- ◆ 静态顺序栈实现简单,但不能根据需要增大栈的 存储空间;
- ◆ 动态顺序栈可以根据需要增大栈的存储空间,但 实现稍为复杂。

## 3.1.2.1 栈的动态顺序存储表示

采用动态一维数组来存储栈。所谓动态,指的是栈 的大小可以根据需要增加。

- ◆ 用bottom表示栈底指针,栈底固定不变的;栈顶则随着进栈和退栈操作而变化。用top(称为栈顶指针)指示当前栈顶位置。
- ◆ 用top=bottom作为栈空的标记,每次top指向 栈顶数组中的下一个存储位置。
- ◆ 结点进栈: 首先将数据元素保存到栈顶(top所指的当前位置), 然后执行top加1, 使top指向栈顶的下一个存储位置;

◆ 结点出栈: 首先执行top减1, 使top指向栈顶元素的存储位置, 然后将栈顶元素取出。

图3-2是一个动态栈的变化示意图。

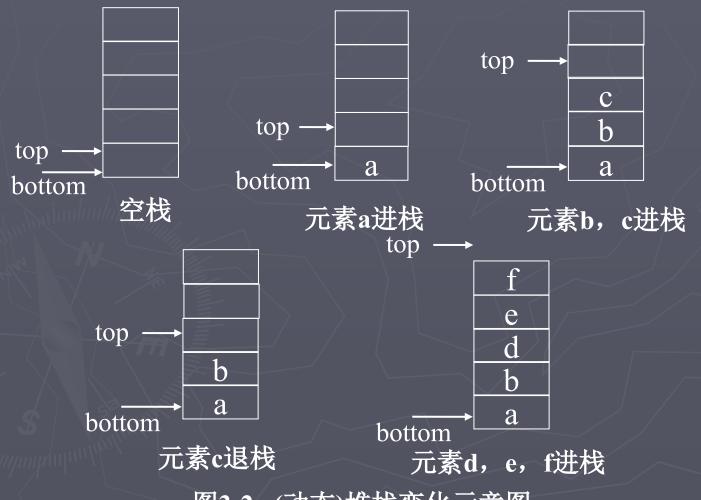


图3-2 (动态)堆栈变化示意图

#### 基本操作的实现

1 栈的类型定义

1 CaCtack

```
#define STACK_SIZE 100 /* 栈初始向量大小 */
#define STACKINCREMENT 10 /* 存储空间分配增
量 */
#typedef int ElemType;
typedef struct sqstack
 { ElemType *bottom;
                     /* 栈不存在时值为NULL
   ElemType *top;
                 ---/* 栈顶指针 */
   int stacksize; /* 当前已分配空间,以元素为单
```

### 2 栈的初始化

```
Status Init_Stack(void)
 { SqStack S;
   S.bottom=(ElemType *)malloc(STACK_SIZE
   *sizeof(ElemType));
   if (! S.bottom) return ERROR;
   S.top=S.bottom; /* 栈空时栈顶和栈底指针相同
   S. stacksize=STACK_SIZE;
   return OK;
```

# 3 压栈(元素进栈) Status push(SqStack S, ElemType e) { if (S.top-S.bottom>=S. stacksize-1) { S.bottom=(ElemType \*)realloc((S. STACKINCREMENT+STACK\_SIZE) \*sizeof(ElemType)); /\* 栈满,追加存储空间 if (! S.bottom) return ERROR; S.top=S.bottom+S. stacksize; S. stacksize+=STACKINCREMENT; \*S.top=e; S.top++; /\* 栈顶指针加1, e成为新的栈顶

# 4 弹栈(元素出栈) Status pop(SqStack S, ElemType \*e) /\*弹出栈顶元素\*/ { if (S.top== S.bottom) return ERROR; /\* 栈空,返回失败标志 \*/ S.top--; e=\*S. top; return OK;

## 3.1.2.2 栈的静态顺序存储表示

采用静态一维数组来存储栈。

栈底固定不变的,而栈顶则随着进栈和退栈操作变 化的,

- ◆ 栈底固定不变的;栈顶则随着进栈和退栈操作而变化,用一个整型变量top(称为栈顶指针)来指示当前栈顶位置。
- ◆ 用top=0表示栈空的初始状态,每次top指向栈 顶在数组中的存储位置。
- ◆ 结点进栈: 首先执行top加1, 使top指向新的栈顶位置, 然后将数据元素保存到栈顶(top所指的当前位置)。

◆ 结点出栈: 首先把top指向的栈顶元素取出,然 后执行top减1,使top指向新的栈顶位置。

若栈的数组有Maxsize个元素,则top=Maxsize-1时栈满。图3-3是一个大小为5的栈的变化示意图。

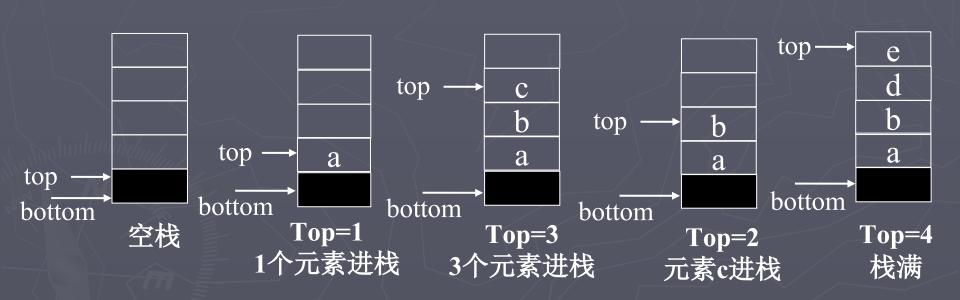


图3-3 静态堆栈变化示意图

#### 基本操作的实现

```
1 栈的类型定义
# define MAX_STACK_SIZE 100
                               /* 栈向量大小
*/
# typedef int ElemType;
typedef struct sqstack
 { ElemType
 stack_array[MAX_STACK_SIZE];
   int top;
 }SqStack;
```

#### 2 栈的初始化

```
SqStack Init_Stack(void)
{ SqStack S;
S.bottom=S.top=0; return(S);
}
```

### 3 压栈(元素进栈)

Status push(SqStack S, ElemType e)

```
/* 使数据元素e进栈成为新的栈顶 */
{ if (S.top==MAX_STACK_SIZE-1)
   return ERROR; /* 栈满,返回错误标志 */
 S.top++; /* 栈顶指针加1 */
 S.stack_array[S.top]=e ; /* e成为新的栈顶
 return OK; /* 压栈成功 */
```

# 4 弹栈(元素出栈)

```
Status pop(SqStack S, ElemType *e)
  /*弹出栈顶元素*/
 { if ( S.top==0 )
     return ERROR; /* 栈空,返回错误标志
   *e=S.stack_array[S.top];
   S.top--;
   return OK;
```

当栈满时做进栈运算必定产生空间溢出,简称"上溢"。上溢是一种出错状态,应设法避免。

当栈空时做退栈运算也将产生溢出,简称"下溢"。 下溢则可能是正常现象,因为栈在使用时,其初态或终 态都是空栈,所以下溢常用来作为控制转移的条件。

# 3.1.3 栈的链式存储表示

### 1 栈的链式表示

栈的链式存储结构称为链栈,是运算受限的单链表。 其插入和删除操作只能在表头位置上进行。因此,链栈 没有必要像单链表那样附加头结点,栈顶指针top就是 链表的头指针。图3-4是栈的链式存储表示形式。

链栈的结点类型说明如下:
typedef struct Stack\_Node
{ ElemType data;
 struct Stack\_Node \*next;
} Stack\_Node;



#### 2 链栈基本操作的实现

```
(1) 栈的初始化
Stack_Node *Init_Link_Stack(void)
 { Stack_Node *top;
   top=(Stack_Node
   *)malloc(sizeof(Stack_Node));
   top->next=NULL;
   return(top);
```

```
(2) 压栈(元素进栈)
Status push(Stack_Node *top , ElemType e)
 { Stack_Node *p;
   p=(Stack_Node
   *)malloc(sizeof(Stack_Node));
   if (!p) return ERROR;
     /* 申请新结点失败,返回错误标志 */
   p->data=e;
   p->next=top->next;
   top->next=p; /* 钩链 */
   return OK;
```

```
(3) 弹栈(元素出栈)
Status pop(Stack_Node *top, ElemType *e)
 /* 将栈顶元素出栈 */
 { Stack_Node *p;
   ElemType e;
   if (top->next==NULL)
    return ERROR; /* 栈空,返回错误标志 */
   p=top->next;e=p->data; /* 取栈顶元素
   top->next=p->next; /* 修改栈顶指针 */
   free(p);
   return OK;
```

# 3.2 栈的应用

由于栈具有的"后进先出"的固有特性,因此,栈成为程序设计中常用的工具和数据结构。以下是几个栈应用的例子。

# 3.2.1 数制转换

十进制整数N向其它进制数d(二、八、十六)的转换是计算机实现计算的基本问题。

转换法则: 该转换法则对应于一个简单算法原理:

n=(n div d)\*d+n mod d

其中: div为整除运算, mod为求余运算

例如  $(1348)_{10}$ =  $(2504)_8$ , 其运算过程如下:

| n    | n div 8 | n mod 8 |
|------|---------|---------|
| 1348 | 168     | 4       |
| 168  | 21      | 0       |
| 21   | 2       | 5       |
| 2    | 0       | 2       |

```
采用静态顺序栈方式实现
void conversion(int n, int d)
 /*将十进制整数N转换为d(2或8)进制数*/
 { SqStack S; int k, *e;
   S=Init Stack();
   while (n>0) { k=n\%d; push(S,k); n=n/d; }
    /* 求出所有的余数,进栈 */
   while (S.top!=0) /* 栈不空时出栈, 输出 */
     \{ pop(S, e); \}
       printf("%1d", *e);
```

# 3.2.2 括号匹配问题

在文字处理软件或编译程序设计时,常常需要检查一个字符串或一个表达式中的括号是否相匹配?

匹配思想:从左至右扫描一个字符串(或表达式),则 每个右括号将与最近遇到的那个左括号相匹配。则可以 在从左至右扫描过程中把所遇到的左括号存放到堆栈中。 每当遇到一个右括号时,就将它与栈顶的左括号(如果 存在)相匹配,同时从栈顶删除该左括号。

算法思想:设置一个栈,当读到左括号时,左括号进栈。当读到右括号时,则从栈中弹出一个元素,与读到的左括号进行匹配,若匹配成功,继续读入;否则匹配失败,返回FLASE。

#### 算法描述

```
#define TRUE 0
#define FLASE -1
SqStack S;
S=Init_Stack(); /*堆栈初始化*/
int Match_Brackets( )
 { char ch, x;
   scanf("%c", &ch);
    while (asc(ch)!=13)
```

```
{ if ((ch=='(')||(ch=='[')) push(S,
ch);
 else if (ch==']'
    \{ x = pop(S);
       if (x!='[')
           { printf("'['括号不匹配");
              return FLASE; } }
 else if (ch==')'
     \{ x = pop(S);
       if (x!='(')
          { printf("'('括号不匹配");
           return FLASE ;}
```

```
if (S.top!=0)
{ printf("括号数量不匹配!");
return FLASE;
}
else return TRUE;
```

# 3.2.2 栈与递归调用的实现

栈的另一个重要应用是在程序设计语言中实现递归 调用。

递归调用:一个函数(或过程)直接或间接地调用自己本身,简称递归(Recursive)。

递归是程序设计中的一个强有力的工具。因为递归 函数结构清晰,程序易读,正确性很容易得到证明。

为了使递归调用不至于无终止地进行下去,实际上有效的递归调用函数(或过程)应包括两部分: 递推规则(方法),终止条件。

例如: 求n!

为保证递归调用正确执行,系统设立一个"递归工作 栈",作为整个递归调用过程期间使用的数据存储区。

每一层递归包含的信息如:参数、局部变量、上一层的返回地址构成一个"工作记录"。每进入一层递归,就产生一个新的工作记录压入栈顶;每退出一层递归,就从栈顶弹出一个工作记录。

从被调函数返回调用函数的一般步骤:

- (1) 若栈为空,则执行正常返回。
- (2) 从栈顶弹出一个工作记录。
- (3) 将"工作记录"中的参数值、局部变量值赋给相应的变量;读取返回地址。
- (4) 将函数值赋给相应的变量。
- (5) 转移到返回地址。

# 3.3 队列

# 3.3.1 队列及其基本概念

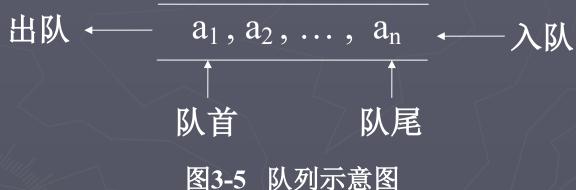
### 1 队列的基本概念

队列(Queue): 也是运算受限的线性表。是一种先进先出(First In First Out,简称FIFO)的线性表。只允许在表的一端进行插入,而在另一端进行删除。

队首(front):允许进行删除的一端称为队首。

队尾(rear):允许进行插入的一端称为队尾。

例如:排队购物。操作系统中的作业排队。先进入 队列的成员总是先离开队列。 队列中没有元素时称为空队列。在空队列中依次加入元素a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ..., a<sub>n</sub>之后,a<sub>1</sub>是队首元素,a<sub>n</sub>是队尾元素。显然退出队列的次序也只能是a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ..., a<sub>n</sub>,即队列的修改是依先进先出的原则进行的,如图3-5所示。



### 2 队列的抽象数据类型定义

**ADT Queue**{

数据对象: D ={  $a_i | a_i \in ElemSet, i=1, 2, ..., n, n >= 0$  }

数据关系:  $R = \{ \langle a_{i-1}, a_i \rangle \mid a_{i-1}, a_i \in D, i=2,3,...,n \}$  约定 $a_1$ 端为队首, $a_n$ 端为队尾。

基本操作:

Create(): 创建一个空队列;

EmptyQue(): 若队列为空,则返回true, 否则返回flase;

:/<del>}</del>:/-::

InsertQue(x): 向队尾插入元素x;

DeleteQue(x): 删除队首元素x;

} ADT Queue

# 3.3.2 队列的顺序表示和实现

利用一组连续的存储单元(一维数组) 依次存放从队首到队尾的各个元素,称为顺序队列。

```
对于队列,和顺序栈相类似,也有动态和静态之分。
本部分介绍的是静态顺序队列,其类型定义如下:
#define MAX QUEUE SIZE 100
typedef struct queue
 { ElemType Queue array[MAX QUEUE SIZE];
   int front;
   int rear;
 }SqQueue;
```

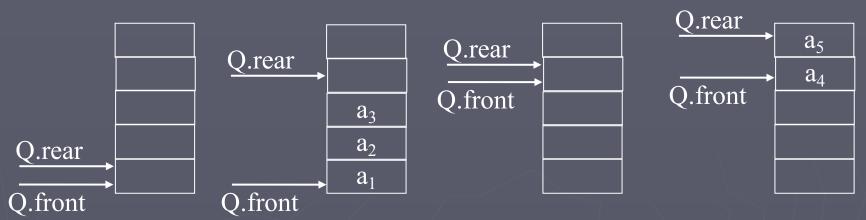
## 3.3.2.1 队列的顺序存储结构

设立一个队首指针front,一个队尾指针rear,分别指向队首和队尾元素。

- ◆ 初始化: front=rear=0。
- ◆ 入队:将新元素插入rear所指的位置,然后rear加1。
- ◆出队: 删去front所指的元素, 然后加1并返回被删元素。
  - ◆ 队列为空: front=rear。
- ◆ 队满: rear=MAX\_QUEUE\_SIZE-1或front=rear。

在非空队列里,队首指针始终指向队头元素,而队尾指针始终指向队尾元素的下一位置。

顺序队列中存在"假溢出"现象。因为在入队和出队操作中,头、尾指针只增加不减小,致使被删除元素的空间永远无法重新利用。因此,尽管队列中实际元素个数可能远远小于数组大小,但可能由于尾指针已超出向量空间的上界而不能做入队操作。该现象称为假溢出。如图3-6所示是数组大小为5的顺序队列中队首、队尾指针和队列中元素的变化情况。



- (a) 空队列
- (b) 入队3个元素 (c) 出队3个元素 图3-6 队列示意图
- (d) 入队2个元素

## 3.3.2.2 循环队列

为充分利用向量空间,克服上述"假溢出"现象的方法是:将为队列分配的向量空间看成为一个首尾相接的圆环,并称这种队列为循环队列(Circular Queue)。

在循环队列中进行出队、入队操作时,队首、队尾指针仍要加1,朝前移动。只不过当队首、队尾指针指向向量上界(MAX\_QUEUE\_SIZE-1)时,其加1操作的结果是指向向量的下界0。

这种循环意义下的加1操作可以描述为:

if (i+1==MAX\_QUEUE\_SIZE) i=0;

else i++;

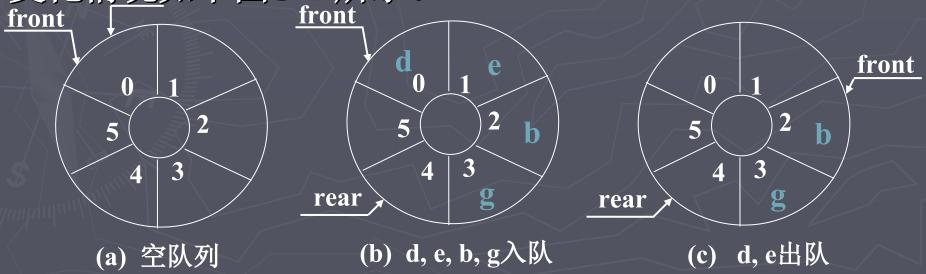
其中: i代表队首指针(front)或队尾指针(rear)

用模运算可简化为:

#### i=(i+1)%MAX\_QUEUE\_SIZE;

显然,为循环队列所分配的空间可以被充分利用 ,除非向量空间真的被队列元素全部占用,否则不会上 溢。因此,真正实用的顺序队列是循环队列。

例:设有循环队列QU[0,5],其初始状态是 front=rear=0,各种操作后队列的头、尾指针的状态变化情况如下图3-7所示。



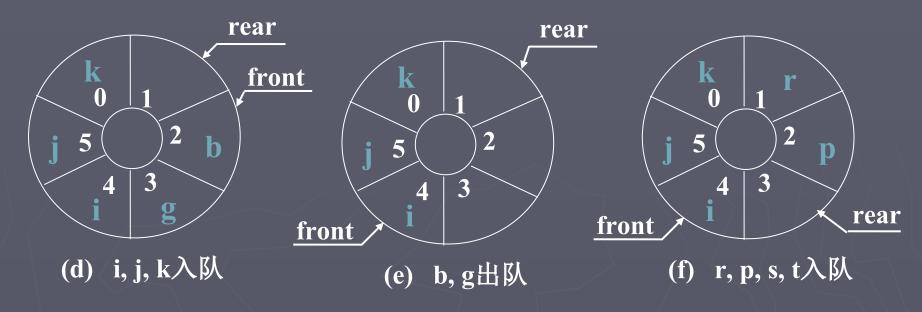


图3-7 循环队列操作及指针变化情况

入队时尾指针向前追赶头指针,出队时头指针向前追赶尾指针,故队空和队满时头尾指针均相等。因此,无法通过front=rear来判断队列"空"还是"满"。解决此问题的方法是:约定入队前,测试尾指针在循环意义下加1后是否等于头指针,若相等则认为队满。即:

◆ rear所指的单元始终为空。

- ◆ 循环队列为空: front=rear。
- ◆ 循环队列满: (rear+1)%MAX\_QUEUE\_SIZE = front。

## 循环队列的基本操作

```
1 循环队列的初始化
```

```
SqQueue Init_CirQueue(void)
{ SqQueue Q;
Q.front=Q.rear=0; return(Q);
```

#### 2 入队操作

```
Status Insert CirQueue(SqQueue Q, ElemType e)
 /* 将数据元素e插入到循环队列Q的队尾 */
 { if ((Q.rear+1)%MAX QUEUE SIZE== Q.front)
   return ERROR; /* 队满,返回错误标志 */
   Q.Queue array[Q.rear]=e; /* 元素e入队 */
   Q.rear=(Q.rear+1)% MAX QUEUE SIZE;
       /* 队尾指针向前移动 */
   return OK; /* 入队成功 */
```

### 3 出队操作

```
Status Delete CirQueue(SqQueue Q, ElemType *x)
  /* 将循环队列Q的队首元素出队 */
 { if (Q.front+1== Q.rear)
     return ERROR; /* 队空,返回错误标志 */
   *x=Q.Queue array[Q.front]; /* 取队首元素 */
   Q.front=(Q.front+1)% MAX QUEUE SIZE;
     /* 队首指针向前移动 */
   return OK;
```

# 3.3.3 队列的链式表示和实现

## 1 队列的链式存储表示

队列的链式存储结构简称为链队列,它是限制仅在表头进行删除操作和表尾进行插入操作的单链表。

需要两类不同的结点:数据元素结点,队列的队首 指针和队尾指针的结点,如图3-8所示。

数据元素结点类型定义:

typedef struct Qnode

{ ElemType data; struct Qnode \*next;

}QNode;

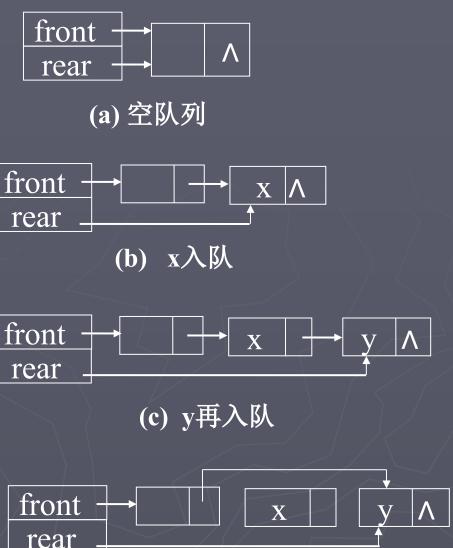


图3-8 链队列结点示意图

指针结点类型定义:
typedef struct link\_queue
{ QNode \*front, \*rear;
}Link\_Queue;

## 2 链队运算及指针变化

链队的操作实际上是单链表的操作,只不过是删除在表头进行,插入在表尾进行。插入、删除时分别修改不同的指针。链队运算及指针变化如图**3-9**所示。



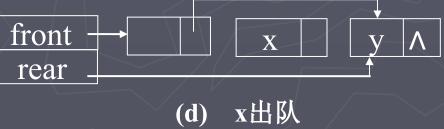


图3-9 队列操作及指针变化

## 3 链队列的基本操作

(1) 链队列的初始化

```
LinkQueue *Init LinkQueue(void)
  { LinkQueue *Q; QNode *p;
    p=(QNode *)malloc(sizeof(QNode));/* 开辟头结点 */
    p->next=NULL;
    Q=(LinkQueue *)malloc(sizeof(LinkQueue));
        /* 开辟链队的指针结点 */
    Q.front=Q.rear=p;
    return(Q);
```

#### (2) 链队列的入队操作

在已知队列的队尾插入一个元素e,即修改队尾指针(Q.rear)。

```
Status Insert CirQueue(LinkQueue *Q, ElemType e)
    /* 将数据元素e插入到链队列Q的队尾 */
 { p=(QNode *)malloc(sizeof(QNode));
   if (!p) return ERROR;
     /* 申请新结点失败,返回错误标志 */
   p->data=e; p->next=NULL; /* 形成新结点 */
   Q.rear->next=p; Q.rear=p; /* 新结点插入到队尾 */
   return OK;
```

#### (3) 链队列的出队操作

```
Status Delete LinkQueue(LinkQueue *Q, ElemType *x)
  { QNode *p;
   if (Q.front==Q.rear) return ERROR; /* 队空 */
   p=Q.front->next; /* 取队首结点 */
   *x=p->data;
   Q.front->next=p->next; /* 修改队首指针 */
   if (p==Q.rear) Q.rear=Q.front;
        /* 当队列只有一个结点时应防止丢失队尾指针 */
     free(p);
   return OK;
```

```
(4) 链队列的撤消
void Destroy LinkQueue(LinkQueue *Q)
 /* 将链队列Q的队首元素出队 */
 { while (Q.front!=NULL)
     { Q.rear=Q.front->next;
         /* 令尾指针指向队列的第一个结点 */
       free(Q.front); /* 每次释放一个结点 */
        /* 第一次是头结点,以后是元素结点 */
       Q.ront=Q.rear;
```

# 习题三

- 1 设有一个栈,元素进栈的次序为a, b, c。问经过栈操作后可以得到哪些输出序列?
  - 2 循环队列的优点是什么?如何判断它的空和满?
- 3 设有一个静态顺序队列,向量大小为MAX,判断队列为空的条件是什么?队列满的条件是什么?
- 4 设有一个静态循环队列,向量大小为MAX,判断队列为空的条件是什么?队列满的条件是什么?
- 5 利用栈的基本操作,写一个返回栈S中结点个数的算法int StackSize(SeqStack S),并说明S为何不作为指针参数的算法?

- 6 一个双向栈S是在同一向量空间内实现的两个栈, 它们的栈底分别设在向量空间的两端。试为此双向栈设 计初始化InitStack(S),入栈Push(S,i,x),出栈 Pop(S,i,x)算法,其中i为0或1,用以表示栈号。
- 7 设Q[0,6]是一个静态顺序队列,初始状态为 front=rear=0,请画出做完下列操作后队列的头尾指针的状态变化情况,若不能入对,请指出其元素,并说明理由。

a, b, c, d入队 a, b, c出队 i, j, k, l, m入队 d, i出队 n, o, p, q, r入队 8 假设Q[0,5]是一个循环队列,初始状态为 front=rear=0,请画出做完下列操作后队列的头尾指针的状态变化情况,若不能入对,请指出其元素,并说明理由。

d, e, b, g, h入队 d, e出队 i, j, k, l, m入队 b出队 n, o, p, q, r入队