

6. 设 $x = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 4, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}, \{2, 3, 4, 5\}\}$.

(1) X 与 B 是否构成 $2-(v, k, \lambda)$ 设计? 如果是, 确定 v, k, λ 的值, 并给出相交矩阵;

(2) X 与 B 是否构成 $3-(v, k, \lambda)$ 设计? 如果是, 确定 v, k, λ 的值;

(3) X 与 B 是否构成 Steiner 系统 $t-(v, k, 1)$? 如果是, 确定 v, k 和 t 的值.

(1) 是, $v=5, k=4, \lambda=3$

$$\text{相交矩阵} \begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

(2) 是, $v=5, k=4, \lambda=2$

(3) 是, $v=5, k=4, t=4$

9. 设 X, B 构成一个 Steiner 三元系统, 确定当 $v=9$ 时的 b 和 r .

$$b = \frac{9 \times (9-1)}{6} = 12$$

$$r = \frac{9-1}{2} = 4$$

12. 对下面给定的 n, k, d , 能否构成二进制的 (n, k, d) 纠错码? 如果能, 请给出这个码; 如果不能, 说明理由.

(1) $n=6, k=2, d=6$;

(2) $n=8, k=30, d=3$.

(1) 不能, $d > n-k+1$ 违反 Singleton 界

(2) 不能, $k=30 > n=8$ 违反 Singleton 界

15. 设 C 是二进制线性码, 对任意的 $x = x_1 x_2 \cdots x_n \in C$, 令 $x' = x_1 x_2 \cdots x_n x_{n+1}$, 其中 $x_1 + x_2 + \cdots + x_n + x_{n+1} = 0$. 证明 $C' = \{x' | x \in C\}$ 也是线性码.

① 封闭性 设 $u' = u_1 u_2 \cdots u_n u_{n+1}$, $v' = v_1 v_2 \cdots v_{n+1}$

$$2] u' + v' = (u_1 + v_1) (u_2 + v_2) \cdots (u_n + v_n)$$

$$1] w = u v = (u_1 + v_1) (u_2 + v_2) \cdots (u_n + v_n)$$

$$w' = (u_1 + v_1) (u_2 + v_2) \cdots (u_n + v_n) w_{n+1}$$

$$w_{n+1} + (u_1 + v_1) + (u_2 + v_2) + \cdots + (u_n + v_n) = 0$$

$$w_{n+1} = (u_1 + v_1) + (u_2 + v_2) + \cdots + (u_n + v_n)$$

$$= (u_1 + u_2 + \dots + u_n) + (v_1 + v_2 + \dots + v_n)$$

$$= u_{n+1} + v_{n+1}$$

$$\Rightarrow w' = u' + v' \in C'$$

② 全零向量 设 $0 = \underbrace{00 \dots 0}_{n \text{ 个}} \Rightarrow 0' = 00 \dots 00 \quad (0+0+\dots+0=0)$

$$\Rightarrow 0' \in C'$$

$\Rightarrow C'$ 是一个二进制线性码

18. 设二进制线性码 C 的生成矩阵

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

求关于 C 的 Slepian 译码表. 若接收到的字是 11111 和 01011, 则分别将它们译为哪个码字?

00000	0110	01011	11101
10000	0010	11011	01101
01000	1110	00011	10101
00100	1000	01111	11001
00010	1010	01001	11111
00001	1011	01010	11100
11000	0110	10011	01001

$$11111 \rightarrow 11101$$

$$01011 \rightarrow 01011$$