5. 令 $G=(\Sigma,T,S,P)$ 是短语结构文法，并且有 $\Sigma=\{0,1,A,B,S\}$，$T=\{0,1\}$．产生式集合包含 $S\to 0A$，$S\to 1A$，$A\to 0B$，$B\to 1A$ 以及 $B\to 1$．

(1) 证明 10101 属于由 G 生成的语言．

(2) 证明 10110 不属于由 G 生成的语言．

(3) 由 G 生成的语言是什么？

(1) $S \Rightarrow 1A \Rightarrow 10B \Rightarrow 101A \Rightarrow 1010B \Rightarrow 10101$

(2) $S \Rightarrow 1A \Rightarrow 10B \Rightarrow 101A$，A无法以1开头，故 $10110 \notin L(G)$

(3) $\{0,1\}(01)^*(01)$

9. (1) 用例 20.2.6 中的文法 G_1 构造 $0^2 1^4$ 的派生．

(2) 用例 20.2.6 中的文法 G_2 构造 $0^2 1^4$ 的派生．

例 20.2.6 给出生成集合 $\{0^m 1^n \mid m,n\in\mathbb{N}\}$ 的一个短语结构文法．

解 下面构造生成这个集合的两个文法 G_1 和 G_2，这也说明不同的文法可能生成相同的语言．

文法 G_1 的字母表 $\Sigma=\{S,0,1\}$，终结符集 $T=\{0,1\}$，起始符为 S，产生式为 $S\to 0S$，$S\to S1$ 和 $S\to\lambda$．G_1 能生成所给集合，因为应用第一个产生式 m 次就在字符串的前面增加了 m 个 0，应用第二个产生式 n 次就在字符串的后面增加了 n 个 1．详细证明留给读者．

文法 G_2 的字母表 $\Sigma=\{S,A,0,1\}$，终结符集 $T=\{0,1\}$，起始符为 S，产生式为 $S\to 0S$，$S\to 1A$，$S\to 1$，$A\to 1A$，$A\to 1$ 和 $S\to\lambda$．该文法也能生成所给集合的详细证明留作练习． □

(1) $S \Rightarrow 0S \Rightarrow 0^2S \Rightarrow 0^2S1 \Rightarrow 0^2S1^2 \Rightarrow 0^2S1^3 \Rightarrow 0^2S1^4 \Rightarrow 0^21^4$

(2) $S \Rightarrow 0S \Rightarrow 0^2S \Rightarrow 0^21A \Rightarrow 0^21^2A \Rightarrow 0^21^3A \Rightarrow 0^21^4$

13. 求下列语言的短语结构文法：

(1) 包含比特串 0、1、11 的集合．

(2) 只包含 1 的比特串的集合．

(3) 以 0 开始，以 1 结束的比特串的集合．

(4) 由 0 后面跟偶数个 1 的比特串的集合．

$\Sigma=\{S,0,1\}$，$T=\{0,1\}$

(1) $S\to 0$，$S\to 1$，$S\to 11$

(2) $S\to 1$，$S\to 1S$

(3) $\Sigma=\{S,A,B,0,1\}$

$S\to 0A$，$A\to B1$，$B\to\lambda$，$B\to 0B$，$B\to 1B$

(4) $\Sigma=\{S,A,0,1\}$

$S\to 0A$，$A\to 11A$，$A\to\lambda$

19. 设 $\Sigma = \{S, A, B, a, b\}$, $T = \{a, b\}$. 当产生式集合 P 为下列集合时, 问文法 $G = (\Sigma, T, S, P)$ 是否为 0 型但不是 1 型文法? 是否为 1 型但不是 2 型文法? 或是否为 2 型但不是 3 型文法?

(1) $S \to aAB, A \to Bb, B \to \lambda$.

(2) $S \to aA, A \to a, A \to b$.

(3) $S \to ABa, AB \to a$.

(4) $S \to ABA, A \to aB, B \to ab$.

(5) $S \to bA, A \to B, B \to a$.

(6) $S \to aA, aA \to B, B \to aA, A \to b$.

(7) $S \to bA, A \to b, S \to \lambda$.

(8) $S \to AB, B \to aAb, aAb \to b$.

(9) $S \to aA, A \to bB, B \to b, B \to \lambda$.

(10) $S \to A, A \to B, B \to \lambda$.

(1) 否 否 是

(3) 是 否 否

(5) 否 是 否

(7) 否 否 否

(9) 否 是 否

25. 对于下列每个字符串, 用自顶向下的语法分析方法, 确定其是否属于例 20.4.2 中的文法生成的语言.

(1) *baba*

(2) *abab*

(3) *cbaba*

(4) *bbbcba*

例 20.4.2 确定词 *cbab* 是否在文法 $G = (\Sigma, T, S, P)$ 生成的语言中, 其中 $\Sigma = \{a, b, c, A, B, C, S\}$, $T = \{a, b, c\}$, S 为起始符, 产生式为 $P = \{S \to AB, A \to Ca, B \to Ba, B \to Cb, B \to b, C \to cb, C \to b\}$.

(1) $S \Rightarrow AB \Rightarrow CaBa \Rightarrow baba$ ✓

(2) $S \Rightarrow AB \Rightarrow CaB$ ✗

(3) $S \Rightarrow AB \Rightarrow CaBa \Rightarrow cbaba$ ✓

(4) $S \Rightarrow AB \Rightarrow CaB$ ✗

31. 对于包含如下内容的标识符, 给出其巴科斯-诺尔范式的产生式规则.

(1) 一个或多个小写字母.

(2) 至少 3 个但至多 6 个小写字母.

(3) 1–6 个大写或小写字母并以大写字母开头.

(4) 一个小写字母, 后跟一个数字或下划线, 后跟三四个字母数字字符(大小写字母和数字).

<字母> := a | b | ⋯ | x | y | z

<大写字母> := A | B | ⋯ | X | Y | Z

(1) <S> := <字母> | <S><字母>

(2) <S> := <字母><字母><字母> | <字母><字母><字母><字母> |

<字母><字母><字母><字母><字母> | <字母><字母><字母><字母><字母><字母>

5. 在例 21.2.2 所给的有限状态机中，对于下列每个输入字符串，试确定其输出.

(1) 0111.

(2) 11011011.

(3) 01010101010.

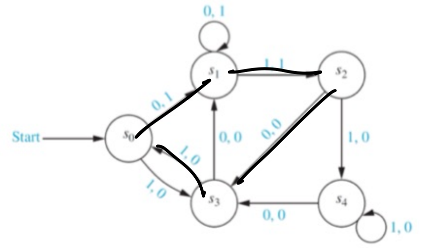


图 21.2.2: 有限状态机

表 21.2.2

状态	f 输入 0	f 输入 1	g 输出 0	g 输出 1
s_0	s_1	s_3	1	0
s_1	s_1	s_2	1	1
s_2	s_3	s_4	0	0
s_3	s_1	s_0	0	0
s_4	s_3	s_4	0	0

(1) 1100

(2) 00110000

(3) 11001100110

7. 试构造一个有限状态机作为下列饮料机的模型：饮料机接受 5 分、1 角和 25 分的硬币，一直到接受了 35 分钱币时才开始找回零钱，退出超过 35 分的所有钱币. 然后顾客就可以按某些按钮，得到一听可乐，或一瓶软饮料，或一瓶姜汁啤酒.

S_i 表示接收了 $5i$ 分，$i=0,1,\cdots,7$

输入，输出 x 表示 x 分，$x=5,10,25$，n 表示无输出

C, S, B 分别表示可乐、软饮料、啤酒.

	输入 f 5	10	25	C	S	B	输出 g 5	10	25	C	S	B
S_0	S_1	S_2	S_5	S_0	S_0	S_0	n	n	n	n	n	n
S_1	S_2	S_3	S_6	S_1	S_1	S_1	n	n	n	n	n	n
S_2	S_3	S_4	S_7	S_2	S_2	S_2	n	n	n	n	n	n
S_3	S_4	S_5	S_7	S_3	S_3	S_3	n	n	5	n	n	n
S_4	S_5	S_6	S_7	S_4	S_4	S_4	n	n	10	n	n	n
S_5	S_6	S_7	S_7	S_5	S_5	S_5	n	n	15	n	n	n
S_6	S_7	S_7	S_7	S_6	S_6	S_6	n	5	20	n	n	n
S_7	S_7	S_7	S_7	S_0	S_0	S_0	5	10	25	C	S	B

15. 构造一个有限状态机来模拟有一定限制的电话交换系统，发送到网络的电话号码要求是以 0, 911 或 1 开头，后跟以 212, 800, 866, 877 和 888 开始的 10 位电话号码. 所有其他数字串都被系统锁定，并且用户会听到一个报错信息.

$$f(S_0, x) = \begin{cases} S_1, & x = \{0, 911, 1\}\{212, 800, 866, 877, 888\}y,\ y \text{ 为7位任意数字串} \\ S_2, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$g(S_0, x) = \begin{cases} n, & x = \{0, 911, 1\}\{212, 800, 866, 877, 888\}y,\ y \text{ 为7位任意数字串} \\ \text{报错信息}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

9. 确定下列集合是否包含字符串 11101.

(1) $\{0,1\}^*$. ✓

(2) $\{1\}^*\{0\}^*\{1\}^*$. ✓

(3) $\{11\}\{0\}^*\{01\}$. ✗

(4) $\{11\}^*\{01\}^*$. ✗

(5) $\{111\}^*\{01\}^*\{1\}$. ✗

(6) $\{11,0\}\{00,101\}$. ✓

13. 对于下列每个集合,确定其中的每个字符串是否都能由图 22.2.1 中的确定性的有限状态自动机所识别.

(1) $\{0\}^*$. ✓

(2) $\{0\}\{0\}^*$. ✓

(3) $\{1\}\{0\}^*$. ✗

(4) $\{01\}^*$. ✗

(5) $\{0\}^*\{1\}^*$. ✗

(6) $\{1\}\{0,1\}^*$. ✗

例 22.2.1 构造有限状态自动机 $M=(S,I,f,s_0,F)$ 的状态图,其中 $S=\{s_0,s_1,s_2,s_3\}$, $I=\{0,1\}$, $F=\{s_0,s_3\}$,转移函数 f 如表 22.2.1 所示.

解 所求的状态图如图 22.2.1 所示. 注意:输入 0 和 1 都将 s_2 变为 s_0,所以从 s_2 到 s_0 的边上同时有 0 和 1. □

表 22.2.1

状态	f	
	输入	
	0	1
s_0	s_0	s_1
s_1	s_0	s_2
s_2	s_0	s_0
s_3	s_2	s_1

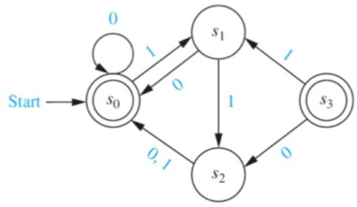
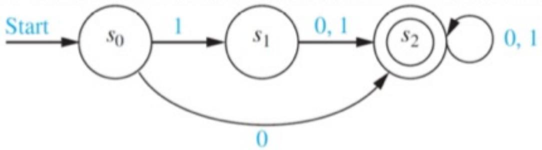


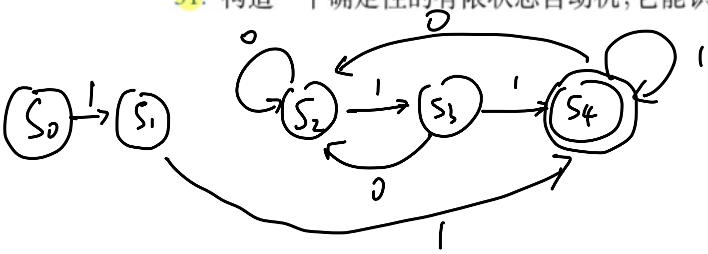
图 22.2.1: 一个有限自动状态自动机的状态图

17. 求下图所给的确定性的有限状态自动机所识别的语言.

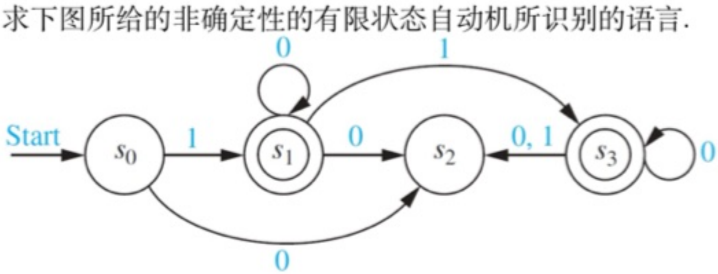


$(0(0\cup1)^*)\cup(1(0\cup1)(0\cup1)^*)$

31. 构造一个确定性的有限状态自动机,它能识别以 11 开始和结束的所有比特串构成的集合.

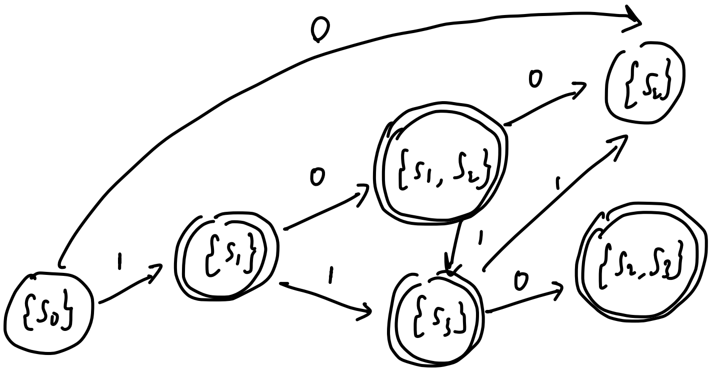


47. 求下图所给的非确定性的有限状态自动机所识别的语言.



$10^* \cup 10^*10^*$

54. 求一个确定性的有限状态自动机，它能与练习 47 中的非确定性的有限状态自动机识别相同的语言.



5. 用正则表达式表达下列集合.

(1) 包含字符串 0, 11, 010 的集合.

(2) 3 个 0 后面跟两个或两个以上 0 形成的字符串的集合.

(3) 字符串长度为奇数的集合.

(4) 只包含一个 1 的字符串的集合.

(5) 以 1 结束,并且并不包含 000 形成的字符串的集合.

(1) $((0\cup1)^*11(0\cup1)^*010(0\cup1)^*)\cup((0\cup1)^*010(0\cup1)^*11(0\cup1)^*)$

(2) $00000\,0^*$

(3) $(0\cup1)(00\cup01\cup10\cup11)^*$

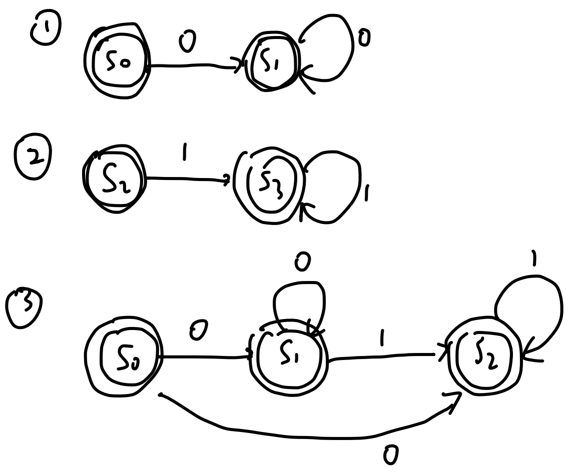
(4) $0^*1\,0^*$

(5) $(1\cup10\cup01)^*1$

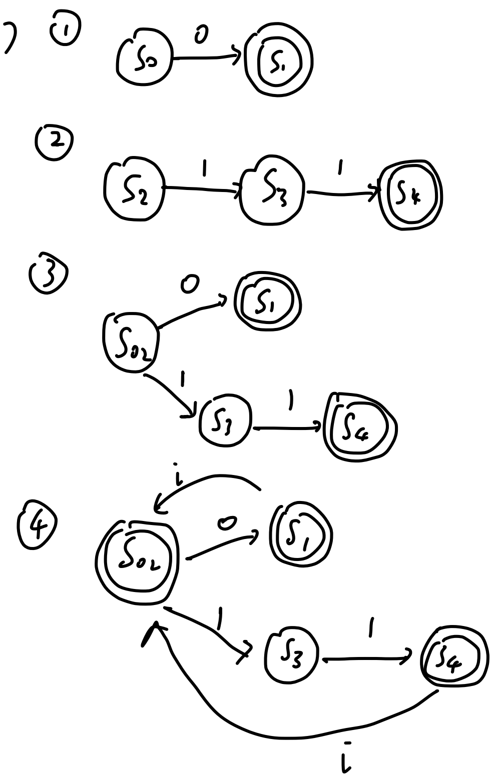
13. 用克林定理的证明中描述的构造方法,求识别下列集合的非确定性的有限状态自动机.

(1) $\mathbf{0}^*\mathbf{1}^*$.　　(2) $(\mathbf{0}\cup\mathbf{11})^*$.　　(3) $\mathbf{01}^*\cup\mathbf{00}^*\mathbf{1}$.

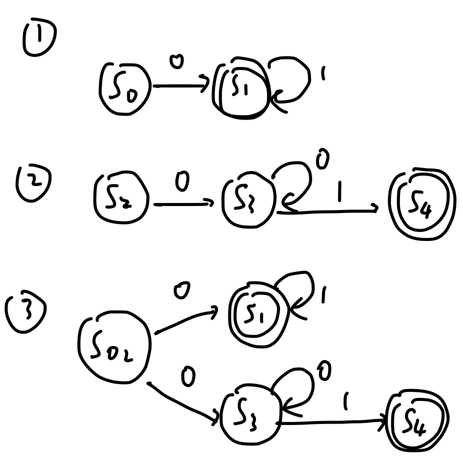
(1)



(2)



(3)



17. 构造正则文法 $G=(\Sigma,T,S,P)$，使之生成的语言是图23.3.6所给的有限状态自动机识别的语言.

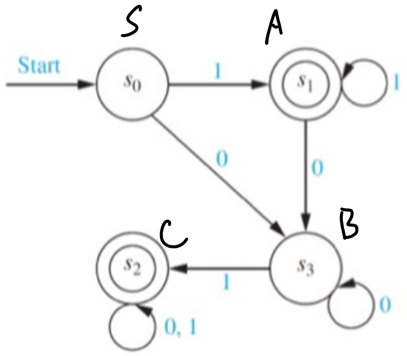


图 23.3.6

$11^* \cup 11^*00^*1(0\cup1)^* \cup 00^*1(0\cup1)^*$

$T=\{0,1\}$，$\Sigma=\{A,B,C,S\}$，

$P=\{S\to 1A,\ S\to 0B,\ S\to 1,\ A\to 1A,\ A\to 0B,$
$B\to 0B,\ B\to 1,\ B\to 1C,\ C\to 0C,\ C\to 1C,$
$A\to\lambda,\ C\to\lambda\}$

22. 用来证明某个集合不是正则的一个重要技术是**泵引理**. 泵引理表述为：如果 $M=(S,I,f,s_0,F)$ 是一个确定性的有限状态自动机，x 是 M 识别的语言 $L(M)$ 中的一个串，$l(x)\geqslant|S|$，那么存在 I^* 中的字符串 u,v 和 w，使得 $x=uvw$，$l(uv)\leqslant|S|$，$l(v)\geqslant 1$ 且 $uv^iw\in L(M)$，$i\in\mathbb{N}$. 证明泵引理. [提示：使用例23.3.2中的思想.]

23. 使用练习22中的泵引理证明：集合 $\{0^{2n}1^n \mid n\in\mathbb{N}\}$ 不是正则的.

集合 $\{0^{2n}1^n \mid n\in Z\}$ 是正则的 $\Leftrightarrow$ $\exists\ M=(S,I,f,s_0,F)$ 识别它

$$\left.\begin{array}{l} x=0^{2n}1^n\in L(M)\\ l(x)=3n\geqslant|S| \end{array}\right\}\Rightarrow \exists\ u,v,w\in(0\cup1)^*$$
s.t. $x=uvw$，$l(uv)\leqslant|S|$，$l(v)\geqslant1$
$uv^iw\in L(M)$，$i\in\mathbb{N}$

令 $v=0^a1^b$，则 $u=0^{2n-a}$，$w=1^{n-b}$，$i\geqslant2$

$\Rightarrow uv^iw=0^{2n-a}(0^a1^b)^i1^{n-b}\notin L(M)$

故原集合不是正则的

3. 对于由五元组 $(s_0,0,s_0,0,R)$, $(s_0,1,s_1,0,R)$, (s_0,B,s_2,B,R), $(s_1,0,s_1,0,R)$, $(s_1,1,s_0,1,R)$ 和 (s_1,B,s_2,B,R) 描述的图灵机,当给定

(1) 11 作为输入时,它能做什么?

(2) 一个任意的比特串作为输入时,它能做什么?

	S_0	S_1	S_0	S_2			
B	0	1	B	B	B	B	

(1) 输出01

	S_0	S_1	S_0				
B	0	1	0	B	B	B	

(2) 遇0向右，第1个1 → S_1，遇0向右，第1个1 → S_0
↓
0

把第奇数个1改写为0

9. 构造一个纸带符号为 0、1 和 B 的图灵机,对于给定的输入比特串,它将纸带上除最左边的 1 以外的所有 1 替换为 0,而其余符号保持不变.

$(S_0, 0, S_0, 0, R)$

$(S_0, 1, S_1, 1, R)$

$(S_1, 0, S_1, 0, R)$

$(S_1, 1, S_1, 0, R)$

(S_0, B, S_2, B, R)

(S_1, B, S_2, B, R)

17. 构造识别集合 $\{0^n1^n2^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ 的图灵机.

(S_0, B, S_5, B, R)

(S_0, Y, S_0, X, R)

(S_0, Z, S_0, Z, R)

(S_0, X, S_0, X, R)

$(S_0, 0, S_1, X, R)$

$(S_1, 0, S_1, 0, R)$

(S_1, Y, S_0, X, R)

$(S_1, 1, S_2, Y, R)$

$(S_2, 1, S_2, 1, R)$

(S_2, Z, S_2, Z, R)

$(S_2, 2, S_3, Z, R)$

$(S_3, 2, S_3, 2, R)$

(S_3, B, S_4, B, L)

$(S_4, 0, S_4, 0, L)$

$(S_4, 1, S_4, 1, L)$

$(S_4, 2, S_4, 2, L)$

(S_4, X, S_4, X, L)

(S_4, Y, S_4, Y, L)

(S_4, Z, S_4, Z, L)

(S_4, B, S_0, B, R)

23. 构造一个图灵机,它计算下列函数:$f(n) = 3n$,其中 $n \in \mathbb{N}$.

(n<<1)+n

$(s_0, 1, s_1, 1, R)$ $(s_2, B, s_3, 1, R)$

(s_0, B, s_f, B, R) $(s_3, 1, s_3, 1, R)$

$(s_1, 1, s_1, 1, R)$ $(s_3, B, s_4, 1, L)$

$(s_1, B, s_2, 1, L)$ $(s_4, 1, s_4, 1, L)$

$(s_2, 1, s_2, 1, L)$ (s_4, B, s_0, B, R)

29. 下列哪些问题是判定问题?

(1) 比 n 小的最小素数是多少?

(2) 图 G 是否是二分图?

(3) 给定字符串的集合,是否有有限状态自动机能识别该集合?

(1) 是 (2) 是 (3) 是