4. 将下列命题符号化，并指出各命题的真值.

(1) 2 与 5 都是素数.

(2) 不但 π 是无理数，而且自然对数的底 e 也是无理数.

(3) 虽然 2 是最小的素数，但 2 不是最小的自然数.

(4) 3 是偶素数.

(5) 4 既不是素数，也不是偶数.

(1) p：2是素数，q：5是素数

$p \wedge q$ 为真

(2) p：π是无理数，q：自然对数的底 e 是无理数

$p \wedge q$ 为真

(3) p：2是最小的素数，q：2是最小的自然数

$p \wedge \neg q$ 为真

(4) p：3是偶数，q：3是素数

$p \wedge q$ 为假

(5) p：4是素数，q：4是偶数

$\neg p \wedge \neg q$ 为假

8. 将下列命题符号化，并指出各命题的真值.

(1) 只要 $2<1$，就有 $3<2$.

(2) 若 $2<1$，则 $3 \geqslant 2$.

(3) 只有 $2<1$，才有 $3 \geqslant 2$.

(4) 除非 $2<1$，才有 $3 \geqslant 2$.

(5) 除非 $2<1$，否则 $3<2$.

(6) $2<1$ 仅当 $3<2$.

p：$2<1$，q：$3<2$

(1) $p \to q$ 为真

(2) $p \to \neg q$ 为真

(3) $\neg q \to p$ 为假

(4) $\neg q \to p$ 为假

(5) $\neg q \to p$ 为假

(6) $p \to q$ 为真

11. 将下列命题符号化,并给出各命题的真值.

(1) 若 $2+2=4$,则地球是静止不动的.

(2) 若 $2+2=4$,则地球是运动不止的.

(3) 若地球上没有树木,则人类不能生存.

(4) 若地球上没有水,则 $\sqrt{3}$ 是无理数.

(1) $p: 2+2=4$, q: 地球是静止不动的

$p \to q$ 为假

(2) $p \to \neg q$ 为真

(3) p: 地球上有树木, q: 人类能生存

$\neg p \to \neg q$ 为真

(4) p: 地球上有水, q: $\sqrt{3}$ 是无理数

$\neg p \to q$ 为真

16. 当 p, q 的真值为 0, r, s 的真值为 1 时,求下列公式的真值.

(1) $p \vee (q \wedge r)$.

(2) $(p \leftrightarrow r) \wedge (\neg q \vee s)$.

(3) $(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge q \wedge \neg r)$.

(4) $(\neg r \wedge s) \to (p \wedge \neg q)$.

(1) $p \vee (q \wedge r)$ 真值为 0

(2) $(p \leftrightarrow r) \wedge (\neg q \vee s)$ 真值为 0

(3) $(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge q \wedge \neg r)$ 真值为 0

(4) $(\neg r \wedge s) \to (p \wedge \neg q)$ 真值为 1

25. 已知 $(\neg(p \to q) \wedge q) \vee (\neg(\neg q \vee p) \wedge p)$ 是矛盾式,试判断公式 $\neg(p \to q) \wedge q$ 及 $\neg(\neg q \vee p) \wedge p$ 的类型.

$\neg(p \to q) \wedge q$ 及 $\neg(\neg q \vee p) \wedge p$ 都是矛盾式

30. 设 A, B 都是含命题变项 $p_1, p_2, \cdots, p_n$ 的公式,已知 $A \vee B$ 是重言式,能得出 A 与 B 都是重言式的结论吗?

不能. 设 p_1 是重言式, p_2 是矛盾式

$A = p_1 \vee p_2 \vee \cdots \vee p_n$, $B = p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n$

此时 A 是重言式, B 是矛盾式. $A \vee B$ 是重言式

3. 用等值演算法判断下列公式的类型，对不是重言式的可满足式，再用真值表法求出成真赋值.

(1) $\neg(p \wedge q \to q)$.

(2) $(p \to (p \vee q)) \vee (p \to r)$.

(3) $(p \vee q) \to (p \wedge r)$.

(1) $\neg(\neg(p \wedge q) \vee q)$

$\Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge \neg q \Rightarrow p \wedge q \wedge \neg q$ 矛盾式

(2) $(\neg p \vee (p \vee q)) \vee (\neg p \vee r)$

$\Leftrightarrow 1 \vee (\neg p \vee r)$ 重言式

(3) $\neg(p \vee q) \vee (p \wedge r) \Rightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee p) \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$

$\Leftrightarrow (\neg q \vee p) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$ 可满足式

p	q	r	$\neg q \vee p$	$\neg p \vee r$	$\neg q \vee r$	$(p \vee q) \to (p \wedge r)$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1

成真赋值：$(p,q,r) = (0,0,0), (0,0,1), (1,0,1), (1,1,1)$

5. 求下列公式的主析取范式，并求成真赋值.

(1) $(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$.

(2) $(\neg p \to q) \wedge (q \wedge r)$.

(3) $(p \vee (q \wedge r)) \to (p \vee q \vee r)$.

(1) $(p \vee q) \to (\neg q \vee p)$

$\Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p)$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p)$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge (p \vee \neg p)) \vee (p \wedge (\neg q \vee q))$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge p) \vee (\neg q \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \vee q)$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$

$\Leftrightarrow m_0 \vee m_2 \vee m_3$

成真赋值 $(p,q) = (0,0), (1,0), (1,1)$

(2) $(\neg p \to q) \wedge (q \wedge r)$

$\Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (q \wedge r)$

$\Leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r)) \vee (q \wedge (q \wedge r))$

$\Leftrightarrow (p \wedge q \wedge r) \vee (q \wedge r \wedge (p \vee \neg p))$

$\Leftrightarrow (p \wedge q \wedge r) \vee (q \wedge r \wedge p) \vee (q \wedge r \wedge \neg p)$

$\Leftrightarrow (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$

$\Leftrightarrow m_7 \vee m_3$

成真赋值 $(p,q,r) = (1,1,1), (0,1,1)$

(3) $(p \vee (q \wedge r)) \to (p \vee q \vee r)$

$\Leftrightarrow \neg (p \vee (q \wedge r)) \vee (p \vee q \vee r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge (\neg (q \wedge r))) \vee p \vee q \vee r$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge (\neg q \vee \neg r)) \vee p \vee q \vee r$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee (p \wedge (\neg q \vee q) \wedge (\neg r \vee r))$
$\vee (q \wedge (\neg p \vee p) \wedge (\neg r \vee r)) \vee [r \wedge (\neg p \vee p) \wedge (\neg q \vee q))$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$
$\vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)$
$\vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$
$\vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$

$\Leftrightarrow m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7$

重言式，所有取值均为成真赋值

8. 求下列公式的主合取范式，再用主合取范式求主析取范式.

(1) $(p \wedge q) \to q$.

(2) $(p \leftrightarrow q) \to r$.

(3) $\neg(r \to p) \wedge p \wedge q$.

(1) $(p \wedge q) \rightarrow q$

$\Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee q$

$\Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \vee q$

$\Leftrightarrow 1$ (主合取范式)

$\Leftrightarrow m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3$ (主析取范式)

(2) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$

$\Leftrightarrow \neg(p \leftrightarrow q) \vee r$

$\Leftrightarrow \neg((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)) \vee r$

$\Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee p) \vee r$

$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p) \vee r$

$\Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (\neg q \vee q) \wedge (p \vee \neg p) \wedge (\neg q \vee \neg p)) \vee r$

$\Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee r$

$\Leftrightarrow (p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$

$\Leftrightarrow M_0 \wedge M_6$ (主合取范式)

$\Leftrightarrow m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_7$ (主析取范式)

(3) $\neg(r \rightarrow p) \wedge p \wedge q$

$\Leftrightarrow \neg(\neg r \vee p) \wedge p \wedge q$

$\Leftrightarrow r \wedge \neg p \wedge p \wedge q$

$\Leftrightarrow 0$

$\Leftrightarrow M_0 \wedge M_1 \wedge M_2 \wedge M_3 \wedge M_4 \wedge M_5 \wedge M_6 \wedge M_7$ (主合取范式)

$\Leftrightarrow 0$ (主析取范式)

13. 已知公式 A 含 3 个命题变项 p, q, r，并且它的成假赋值为 010，011，110，111，求 A 的主析取范式和主合取范式.

$A \Leftrightarrow M_2 \wedge M_3 \wedge M_6 \wedge M_7$ (主合取范式)

$\Leftrightarrow m_0 \vee m_1 \vee m_4 \vee m_5$ (主析取范式)

15. 用主析取范式判断下列公式是否等值.

(1) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ 与 $q \rightarrow (p \rightarrow r)$.

(2) $\neg(p \wedge q)$ 与 $\neg(p \vee q)$.

(1) $(p\to q)\to r$

$\Leftrightarrow \neg(\neg p\vee q)\vee r$

$\Leftrightarrow (p\wedge\neg q)\vee r$

$\Leftrightarrow (p\wedge\neg q\wedge r)\vee(p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(p\wedge q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)$
$\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)$

$\Leftrightarrow m_5\vee m_4\vee m_7\vee m_3\vee m_1$

$q\to(p\to r)$

$\Leftrightarrow \neg q\vee(\neg p\vee r)$

$\Leftrightarrow (\neg p\wedge q\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)$
$\vee(p\wedge\neg q\wedge r)\vee(p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(p\wedge q\wedge r)$

$\Leftrightarrow m_3\vee m_1\vee m_2\vee m_0\vee m_5\vee m_4\vee m_7$

不等值

(2) $\neg(p\wedge q)$

$\Leftrightarrow \neg p\vee\neg q$

$\Leftrightarrow (\neg p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q)$

$\Leftrightarrow m_0\vee m_1\vee m_2$

$\neg(p\vee q)$

$\Leftrightarrow \neg p\wedge\neg q$

$\Leftrightarrow m_0$

不等值

6. 判断下面推理是否正确. 先将简单命题符号化,再写出前提、结论、推理的形式结构(以蕴涵式的形式给出)和判断过程(至少给出两种判断方法).

(1) 若今天是星期一,则明天是星期三. 今天是星期一. 所以明天是星期三.

(2) 若今天是星期一,则明天是星期二. 明天是星期二. 所以今天是星期一.

(3) 若今天是星期一,则明天是星期三. 明天不是星期三. 所以今天不是星期一.

(4) 若今天是星期一,则明天是星期二. 今天不是星期一. 所以明天不是星期二.

(5) 若今天是星期一,则明天是星期二或星期三. 今天是星期一. 所以明天是星期二.

(6) 今天是星期一当且仅当明天是星期三. 今天不是星期一. 所以明天不是星期三.

p：今天是星期一，q：明天是星期二，r：明天是星期三

(1) 前提：$p \to r$，p

结论：r

推理的形式结构：$(p \to r) \land p \to r$

正确：① 等值演算

$$((p \to r) \land p) \to r \Leftrightarrow \neg((p \to r) \land p) \lor r$$
$$\Leftrightarrow \neg((\neg p \lor r) \land p) \lor r$$
$$\Leftrightarrow \neg(\neg p \lor r) \lor \neg p \lor r$$
$$\Leftrightarrow (p \land \neg r) \lor \neg p \lor r$$
$$\Leftrightarrow (p \lor \neg p \lor r) \land (\neg r \lor \neg p \lor r)$$
$$\Leftrightarrow 1 \land 1 \Leftrightarrow 1$$

② 真值表

p	r	$(p \to r) \land p$	r	$((p \to r) \land p) \to r$
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

(3) 前提：$p \to r$，$\neg r$

结论：$\neg p$

推理的形式结构：$((p \to r) \land \neg r) \to \neg p$

正确：① 等值演算

$$((p \to r) \land \neg r) \to \neg p \Leftrightarrow \neg((p \to r) \land \neg r) \lor \neg p$$
$$\Leftrightarrow (\neg(\neg p \lor r) \lor r) \lor \neg p$$
$$\Leftrightarrow (p \land \neg r) \lor r \lor \neg p$$
$$\Leftrightarrow (p \lor r \lor \neg p) \land (\neg r \lor r \lor \neg p)$$
$$\Leftrightarrow 1 \land 1 \Leftrightarrow 1$$

② 真值表

p	r	$(p \to r) \land \neg r$	$\neg p$	$((p \to r) \land \neg r) \to \neg p$
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
1	0	0	0	1
1	1	0	0	1

(5) 前提： $p\to(q\vee r)$, p

结论： q

推理的形式结构：$((p\to(q\vee r))\vee p)\to q$

错误：① 主析取范式法

$$
\begin{aligned}
(p\to(q\vee r)\vee p)\to q &\Leftrightarrow \neg(p\to(q\vee r))\vee q\\
&\Leftrightarrow \neg(\neg p\vee q\vee r)\vee q\\
&\Leftrightarrow (p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee q\\
&\Leftrightarrow (p\vee q)\wedge(\neg r\vee q)\\
&\Leftrightarrow (p\wedge\neg r)\vee(p\wedge q)\vee(q\wedge\neg r)\vee q\\
&\Leftrightarrow (p\wedge q\wedge\neg r)\vee(p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee\\
&\quad (p\wedge q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee\\
&\quad (\neg p\wedge q\wedge r)\\
&\Leftrightarrow m_6\vee m_4\vee m_7\vee m_2\vee m_3
\end{aligned}
$$

不是重言式

② 真值表

p	q	r	$(p\to(q\vee r))\vee p$	q	$(p\to(q\vee r))\vee p\to q$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

不是重言式

9. 用 3 种方法(真值表法、等值演算法、主析取范式法)证明下面推理是正确的.

若 a 是奇数,则 a 不能被 2 整除. 若 a 是偶数,则 a 能被 2 整除. 因此,若 a 是偶数,则 a 不是奇数.

p: a 是奇数， q: a 是偶数， r: a 能被 2 整除

前提： $p\to\neg r$, $q\to r$

结论： $q\to\neg p$

推理的形式结构：$((p\to\neg r)\wedge(q\to r))\to(q\to\neg p)$

① 真值表

p	q	r	$(p\to\neg r)\wedge(q\to r)$	$q\to\neg p$	$((p\to\neg r)\wedge(q\to r))\to(q\to\neg p)$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

② 等值演算

$((p\to\neg r)\wedge(q\to r))\to(q\to\neg p)$

$\Leftrightarrow \neg((p\to\neg r)\wedge(q\to r))\vee(\neg q\vee\neg p)$

$\Leftrightarrow \neg(\neg p\vee\neg r)\vee\neg(\neg q\vee r)\vee(\neg q\vee\neg p)$

$\Leftrightarrow (p\wedge r)\vee(q\wedge\neg r)\vee\neg q\vee\neg p \quad (*)$

$\Leftrightarrow ((p\wedge r)\vee\neg p)\vee((q\wedge\neg r)\vee\neg q)$

$\Leftrightarrow (r\vee\neg p)\vee(\neg r\vee\neg q)$

$\Leftrightarrow r\vee\neg r\vee\neg p\vee\neg q$

$\Leftrightarrow 1$

③ 主析取范式

由 $(*)$ 式 $\Leftrightarrow (p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee$
$(p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)$
$\vee(p\wedge\neg q\wedge\neg r)$

$\Leftrightarrow m_0\vee m_1\vee m_2\vee m_3\vee m_4\vee m_5\vee m_6\vee m_7$ 重言式

故推理是正确的.

12. 补充下面推理证明中没有写出的推理规则.

前提：$p \to (q \to r), q \to (r \to s)$.

结论：$(p \wedge q) \to s$.

证明：

① $p \wedge q$	附加前提引入
② p	①化简
③ q	①化简
④ $p \to (q \to r)$	前提引入
⑤ $q \to r$	②④假言推理
⑥ r	③⑤假言推理
⑦ $q \to (r \to s)$	前提引入
⑧ $r \to s$	③⑦假言推理
⑨ s	⑥⑧假言推理

14. 在自然推理系统 P 中构造下面推理的证明.

(1) 前提：$p \to (q \to r), p, q$.

结论：$r \vee s$.

(2) 前提：$p \to q, \neg(q \wedge r), r$.

结论：$\neg p$.

(3) 前提：$p \to q$.

结论：$p \to (p \wedge q)$.

(4) 前提：$q \to p, q \leftrightarrow s, s \leftrightarrow t, t \wedge r$.

结论：$p \wedge q$.

(5) 前提：$p \to r, q \to s, p \wedge q$.

结论：$r \wedge s$.

(6) 前提：$\neg p \vee r, \neg q \vee s, p \wedge q$.

结论：$t \to (r \wedge s)$.

(1)

① $p \to (q \to r)$	前提引入
② p	前提引入
③ $q \to r$	①②假言推理
④ q	前提引入
⑤ r	③④假言推理
⑥ $r \vee s$	⑤附加

(3)

① $p \to q$	前提引入
② p	附加前提引入
③ q	①②假言推理
④ $p \wedge q$	②③合取引入

(5)

① $p \to r$	前提引入
② $p \wedge q$	前提引入
③ p	②化简
④ r	①③假言推理
⑤ q	②化简
⑥ $q \to s$	前提引入
⑦ s	⑤⑥假言推理
⑧ $r \wedge s$	④⑦合取引入

17. 在自然推理系统 P 中构造下面推理的证明.

只要 A 曾到过受害者房间并且 11 点以前没离开，A 就是谋杀嫌犯. A 曾到过受害者房间. 如果 A 在 11 点以前离开，看门人就会看见他. 看门人没有看见他. 所以 A 是谋杀嫌犯.

p：A曾到过受害者房间，q：A在11点前离开，r：A是谋杀嫌犯

s：看门人看见A

前提：$(p \wedge \neg q) \to r$，$q \to s$，$\neg s$，p

结论：r

证明：① $q \to s$ 前提引入

② $\neg s$ 前提引入

③ $\neg q$ ①②拒取

④ p 前提引入

⑤ $p \wedge \neg q$ ③④合取引入

⑥ $(p \wedge \neg q) \to r$ 前提引入

⑦ r ⑤⑥假言推理

2. 在一阶逻辑中，分别在 (a)，(b) 时将下列命题符号化，并讨论各命题的真值.

(1) 凡整数都能被 2 整除.

(2) 有的整数能被 2 整除.

其中：

(a) 个体域为整数集.

(b) 个体域为实数集.

$F(x)$ 表示 x 能被 2 整除，$N(x)$ 表示 x 是整数

(1) (a) $\forall x F(x)$，真值为 1

(b) $\forall x\,(N(x) \to F(x))$，真值为 1

(2) (a) $\exists x F(x)$，真值为 1

(b) $\exists x\,(N(x) \wedge F(x))$，真值为 1

4. 在一阶逻辑中将下列命题符号化.

(1) 没有不能表示成分数的有理数.

(2) 在北京卖菜的人不全是外地人.

(3) 乌鸦都是黑色的.

(4) 有的人天天锻炼身体.

(1) $R(x)$ 表示 x 为有理数，$F(x)$ 表示 x 能表示成分数

$\neg \exists x\,(R(x) \wedge \neg F(x))$

(2) $F(x)$ 表示 x 是外地人，$G(x)$ 表示 x 是在北京卖菜的人

$\exists x\,(\neg F(x) \wedge G(x))$

(3) $B(x)$ 表示 x 是黑色的，$A(x)$ 表示 x 是乌鸦

$\forall x\,(A(x) \to B(x))$

(4) $F(x)$ 表示 x 是人，$G(x)$ 表示 x 天天锻炼身体

$\exists x\,(F(x) \wedge G(x))$

6. 将下列命题符号化,个体域为实数集合 $\mathbb{R}$,并指出各命题的真值.

(1) 对所有的 x,都存在 y 使得 $x \cdot y = 0$.

(2) 存在 x,使得对所有 y 都有 $x \cdot y = 0$.

(3) 对所有的 x,都存在 y 使得 $y = x + 1$.

(4) 对所有的 x 和 y,都有 $x \cdot y = y \cdot x$.

(5) 对于任意的 x,存在 y 使得 $x^2 + y^2 < 0$.

(1) $\forall x \exists y (x \cdot y = 0)$, 真

(2) $\exists x \forall y (x \cdot y = 0)$, 真

(3) $\forall x \exists y (y = x + 1)$, 真

(4) $\forall x \forall y (x \cdot y = y \cdot x)$, 真

(5) $\forall x \exists y (x^2 + y^2 < 0)$, 假