

2024 秋“音乐与数学”第二次作业

(无需提交题面部分, 只提交答题纸)

一、选择题

1. 根据梅森定律, 决定弦振动频率的因素不包括下面哪一项?
 - A. 弦的长度;
 - B. 弦的张力;
 - C. 弦的振幅;
 - D. 弦的线密度.
2. 给定一根两端固定的均匀细弦. 当其受到的张力为 T_1 时弦发出 C_4 音. 将其张力调整到 T_2 时该弦发出 G_3 音. 假定纯四度音程的频率比为 $4:3$, 求比值 $T_2:T_1$
 - A. $3:4$;
 - B. $4:3$;
 - C. $9:16$;
 - D. $16:9$;
 - E. $2:\sqrt{3}$.
3. 以下关于音色的说法正确的是
 - A. 音色是声音的基本物理属性之一, 但是只有乐音才有音色, 噪音没有音色;
 - B. 任何声音都有自己的波形图, 并且可以通过傅里叶分析从波形图得到频谱图;
 - C. 鼓属于噪声乐器, 所以在听觉上任何鼓都没有确切的音高;
 - D. 只要吹管乐器的长度和材质确定, 其产生的泛音列也是确定的.
4. 某种弦乐器的各条弦长相等, 按纯律定弦. 已知一根细弦的线密度为 ρ , 当受到张力 T 时, 发出 C_4 音. 另一根细弦的线密度为 $2\rho/3$, 如果要使该弦发出 G_4 音, 假定纯五度音程的频率比为 $3:2$, 则该弦应受张力为:
 - A. $9T/4$;
 - B. $3T/2$;
 - C. $\sqrt{3}T/\sqrt{2}$;
 - D. $\sqrt{2}T/\sqrt{3}$;
 - E. $4T/9$.

5. 音乐家在演奏小提琴时, 手指按住弦上一点, 通过拉弓的方式, 使得从按弦点到琴马之间的一段琴弦振动发声. 通过按住不同的按弦点, 音乐家可以改变参与振动的弦长, 从而改变音高. 假设该小提琴的定弦与演奏均使用纯律. 已知按弦点位于 B 点时, 音高要比按弦点位于 A 点时高出纯五度, A、B 点距离为 x cm. 如果按弦点位于 C 点时, 音高要比按弦点位于 A 点时高出小三度, 则 C 点应距离 A 点 () cm.
- A. $2x/5$;
 B. $7x/15$;
 C. $x/2$;
 D. $8x/15$;
 E. $3x/5$.
6. 在上一题中, 如果按弦点位于 D 点时, 音高要比按弦点位于 A 点时高出纯八度, 则 D 点应距离 B 点 () cm.
- A. $2x/5$;
 B. $3x/4$;
 C. $x/2$;
 D. $2x/3$;
 E. $3x/5$.
7. 在演奏小提琴时, 如果音乐家仅仅用手指轻轻接触琴弦上一点, 也就是虚按琴弦而非实按, 可以仍然令整根琴弦参与振动, 不过虚按的手指会阻碍琴弦在虚按点的振动, 使得只有波节位于虚按处的那些振动模式才得以保留 (由于基频振动模式没有中间的波节, 所以必定不会被保留), 这便是“泛音”的演奏技巧. 例如, 某根琴弦上一点 A 到琴马的距离是整段琴弦长度的 $2/3$, 那么手指虚按 A 点奏出的“泛音”与实按 A 点时奏出的音高之间相差多少?
- A. 纯八度;
 B. 纯五度;
 C. 纯四度;
 D. 纯一度;
 E. 虚按 A 点无法产生泛音.
8. 在钢琴的演奏过程中, 由琴槌敲击钢琴内部的金属琴弦来发声. 为了保证钢琴的音色均匀稳定, 每个琴键其实对应数目不同的 1 至 4 根同音高的琴弦, 在按下琴键时, 琴槌同时敲击相应的一组琴弦, 令它们同时振动发声, 假设某台钢琴的 A_4 音有三根同音高琴弦, 按照音乐会音高校准. 如果其中一根琴弦因松动而音高偏离, 且按下 A_4 琴键时我们能够听到每秒 2 个拍音, 那么这根不准的琴弦的振动频率可能为 () .
- A. 439.5 Hz;
 B. 441 Hz 或 439 Hz;
 C. 438 Hz;

- D. 438 Hz 或 442 Hz;
- E. 439.5 Hz 或 440.5 Hz.
9. 一根两端固定的细琴弦, 如果用手指拨动它的正中央使其振动发声, 下面哪一振动模态在该声音的频谱中贡献最小?
- A. 基音;
- B. 第一泛音;
- C. 第二泛音;
- D. 第四泛音.
10. 以下关于律制的说法, 正确的是:
- A. 五度相生律存在毕达哥拉斯音差, 所以不能用于给音域超过一个八度的乐器定音;
- B. 纯律中自然音级之间所确定的自然音程中有两种不同距离的大二度, 但是大三度的距离都是一致的;
- C. 三分损益得出的律制没有理想的纯五度, 五度相生得出的律制没有理想的大三度;
- D. 十二平均律中的大三度不是理想大三度, 因此不能用十二平均律为多声部音乐定音.
11. 在三分损益律的生律中, 生律顺序是宫 \rightarrow 徵 \rightarrow 商 \rightarrow 羽 \rightarrow 角. 假设宫、商、角、徵、羽分别对应现代音乐语言中 C、D、E、G、A 这一五声音阶. 设宫与 C 的频率均为 1, 那么以下说法正确的是:
- A. 若 G 由五度相生律得出, 那么三分损益产生的“徵”比 G 稍高;
- B. 若 E 由纯律得出, 那么三分损益产生的“角”与 E 等高;
- C. 若 A 由十二平均律得出, 那么三分损益产生的“羽”比 A 稍低;
- D. 以上答案均不正确.
12. 在三分损益律的生律中, 生律顺序是宫 \rightarrow 徵 \rightarrow 商 \rightarrow 羽 \rightarrow 角. 假设宫、商、角、徵、羽分别对应现代音乐语言中 C、D、E、G、A 这一五声音阶. 设宫与 C 的频率均为 1, 那么由三分损益生律的“角”的频率与纯律中的“E”的频率之比为:
- A. 毕达哥拉斯音差;
- B. 谐调音差;
- C. 四分之一音差;
- D. 1 : 1;
- E. 以上答案均不正确.
13. 已知纯律中的纯五度约为 702 音分, 请选出下列说法中错误的一项
- A. 假设 C_4 的频率为 1, 则其上方的 G_4 , 在纯律中的频率要比在十二平均律中高;
- B. 在十二平均律中, 任两音级相差的音分数均为 100 的整数倍;
- C. 纯律中, C_4 上方 F_4 与 G_4 相差的音分数小于它们在平均律中相差的音分数;
- D. 纯律中纯五度的音分数通过 $1200 \log_2(3/2) \approx 702$ 计算得到.

14. 已知 $\log_2 \frac{3}{2}$ 的连分数表示为：

$$[0, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 5, \dots]$$

各次渐进序列为：

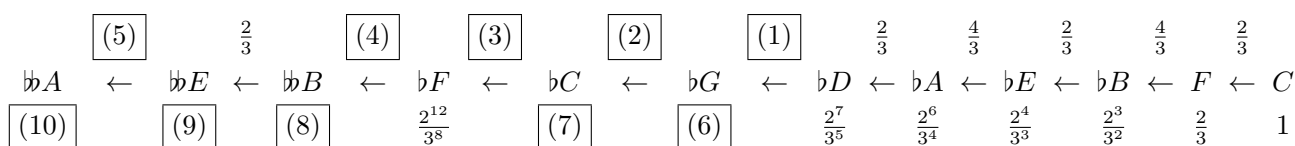
$$1, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{7}{12}, \frac{24}{41}, \frac{31}{53}, \dots$$

假设理想的纯五度频率比为 3 : 2，选出下列选项中错误的一项：

- A. 这一序列中各个分数的分母代表将纯八度进行 q -等分，能够得到尽量给出理想纯五度的平均律；
 - B. $\frac{7}{12}$ 的分子 7 表示，十二平均律下纯五度应为 7 个半音；
 - C. 渐进序列 $\frac{3}{5}$ 和 $\frac{7}{12}$ 两项表示，中国的五声音阶体系和西方的十二平均律均为合理的律制.；
 - D. 渐进序列中 $\frac{24}{41}$ 一项表示，如果音乐家希望创造更复杂的平均律，那么至少需要“四十一平均律”才能提供比十二平均律更好的纯五度.
15. 吹管类乐器通过空气柱振动发声，一般可以分开管乐器（两端开口）与闭管乐器（一端开口另一端封闭）. 演奏家通过控制口型和气流，可以自行决定吹出基音或者吹出泛音. 假设演奏家在长 L 的开管乐器上可以吹出的最低频的泛音 X ，在长度同为 L 的闭管乐器上可以吹出的最低频的泛音为 Y . 假设两乐器均为圆柱体，不计管口修正，试求 X 与 Y 的频率比为（ ）.
- A. 2 : 3;
 - B. 3 : 4;
 - C. 4 : 3;
 - D. 2 : 1;
 - E. 3 : 2.

二、补全图片

设音级 C 的频率为 1，以 2 : 3 为生律元素生成下方纯五度的 F ，其值等于 $\frac{2}{3}$. 再乘以 $\frac{2}{3}$ 得到 $\frac{4}{9} < \frac{1}{2}$ ，意味着超出了下方一个八度的范围，需要乘以 2，得到 bB 的数值 $\frac{8}{9}$. 依此方法继续做下去，填入正确的选项，完成下图.



填入 (1)-(5) 的备选选项：

A. $\frac{2}{3}$; B. $\frac{4}{3}$.

(1) _____, (2) _____, (3) _____, (4) _____, (5) _____.

填入 (6)-(10) 的备选选项:

A. $\frac{2^8}{3^6}$; B. $\frac{2^9}{3^6}$; C. $\frac{2^{10}}{3^7}$; D. $\frac{2^{11}}{3^7}$; E. $\frac{2^{13}}{3^9}$; F. $\frac{2^{14}}{3^9}$; G. $\frac{2^{15}}{3^{10}}$; H. $\frac{2^{16}}{3^{10}}$; I. $\frac{2^{17}}{3^{11}}$;

(6) _____, (7) _____, (8) _____, (9) _____, (10) _____.

三、计算题

- 假定音名 C 的频率为 1. 借助下图及上题中的图片, 分别求出 C 上方的 $\sharp C$ 和 $\flat D$ 的频率, 以及 $\sharp C : \flat D$ 的频率比. 随后依相同办法, 讨论 C 上方的下述音级对:

$(\sharp D, \flat E), (\sharp F, \flat G), (\sharp G, \flat A), (\sharp A, \flat B).$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 \frac{3}{2} & \frac{3}{4} & \frac{3}{2} & \frac{3}{4} & \frac{3}{2} & \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & \frac{3}{2} & \frac{3}{4} & \frac{3}{2} & \frac{3}{4} \\
 C \rightarrow G \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow \sharp F \rightarrow \sharp C \rightarrow \sharp G \rightarrow \sharp D \rightarrow \sharp A \rightarrow F \\
 1 & \frac{3}{2} & \frac{3^2}{2^3} & \frac{3^3}{2^4} & \frac{3^4}{2^6} & \frac{3^5}{2^7} & \frac{3^6}{2^9} & \frac{3^7}{2^{11}} & \frac{3^8}{2^{12}} & \frac{3^9}{2^{14}} & \frac{3^{10}}{2^{15}} & \frac{3^{11}}{2^{17}}
 \end{array}$$

- 假定音级 C 的频率为 1:
 - 五度相生律中, C 上方的 $\sharp F$ 和 $\flat G$ 的频率的几何平均值是多少?
 - 求十二平均律中相等的音级 $\sharp F = \flat G$ 的频率.
- (本题可使用计算器) 毕达哥拉斯音差 ($\frac{3^{12}}{2^{19}}$) 的音分值是多少 (结果保留两位小数)?
- (本题可使用计算器) 纯律虽然主和弦均为理想的大三和弦, 但也有明显的缺点, 其中之一即为五度音程 $D - A$ 的不协和. 这一音程的频率比为 $\frac{80}{54}$, 其对应的音分值多少 (结果保留两位小数)?
- (本题可使用计算器) 贝多芬的《第九交响曲》中第四乐章, 有一个片段女高音声部的演唱家需要连续演唱 12 小节的 A_5 长音. 已知贝多芬时代的 A_4 频率约为 426Hz, 而现在 A_4 的频率为 440Hz. 请问现在的 A_5 比贝多芬时代的 A_5 高多少赫兹? 高多少音分 (结果保留两位小数)?
- (本题可使用计算器) 在一架按照十二平均律调好音的钢琴上, 设 C_3 键的基频为 f , 则其第一泛音的频率为 $2f$, 恰等于 C_4 键的基频. 对于 $k = 2, 3, \dots, 11$, 求此钢琴上基频与 C_3 键的第 k 个泛音最接近的键的音名. 在高音谱表上用全音符标出这些音级.

2024 秋 “音乐与数学” 第二次作业答题纸

(请打印此页作答)

学号：_____ 姓名：_____ 院系：_____

一、选择题

1. _____, 2. _____, 3. _____, 4. _____, 5. _____,
6. _____, 7. _____, 8. _____, 9. _____, 10. _____.
11. _____, 12. _____, 13. _____, 14. _____, 15. _____.

二、补全图片

- (1) _____, (2) _____, (3) _____, (4) _____, (5) _____.
- (6) _____, (7) _____, (8) _____, (9) _____, (10) _____.

三、计算题

1. $(\sharp C, \flat D)$ _____, _____, _____;
- $(\sharp D, \flat E)$ _____, _____, _____; $(\sharp F, \flat G)$ _____, _____, _____;
- $(\sharp G, \flat A)$ _____, _____, _____; $(\sharp A, \flat B)$ _____, _____, _____.
2. _____, _____. 3. _____ 音分. 4. _____ 音分.
5. 现在的 A_5 比贝多芬时代的 A_5 高 _____ Hz, _____ 音分.
- 6.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
音名	C_4										

