## 如何量化不可预知的未来

Nassim Taleb 在他的黑天鹅一书中说到,黑天鹅事件是不可预知的具有重大影响的事件。尽管黑天鹅事件不可预知,但是却他认为可以从历史(已知事件)中推测市场是否更易受到黑天鹅事件的影响。

事件(Situation)包括一般情况(Normal)和特殊情况(Abnormal)。一般情况即市场的一般情况,假设产量供给或需求各自服从各自公认的分布。特殊情况下产量供给和需求的分布皆和一般情况下产量供给和需求的分布不同。特殊情况可以是多个特殊情况的综合。N为一般情况下的产量供给的随机变量,A为特殊情况下的产量供给的随机变量,Pr为概率函数, $Pr_N$ 为发生一般情况的概率, $Pr_A$ 为发生特殊情况的概率,S为事件。

$$Pr_N + Pr_A = 1$$

假设市场参与者基于期望效用决策。则一个事件的效用为他的期望效用。v为收益函数,u为效用函数,V为期望效用。

$$\begin{cases} V(N) = E[u \circ v(N)] \\ V(A) = E[u \circ v(A)] \\ V(S) = Pr_N V(N) + Pr_A V(A) \end{cases}$$

假设进行期货交易后,一般情况和特殊情况的概率不变。设期货交易前的效用为 $V_{before}$ ,交易后的效用为 $V_{after}$ , $\Delta V = V_{after} - V_{before}$ 。则市场参与者当且仅当 $\Delta V(S) = Pr_N\Delta V(N) + Pr_A\Delta V(A) > 0$ 时,才进行期货交易。设i为参与者i,则:

$$\begin{cases} Pr_{N1}\Delta V_1(N) = -Pr_{A1}\Delta V_1(A), i = 1, 2, ..., n \\ \sum_{i=1}^n \Delta Pr_{Ai}\Delta V_i(A) = -\sum_{i=1}^n \Delta Pr_{Ni}\Delta V_i(N) \end{cases}$$

尽管进行期货交易不一定使特殊情况下的效用降低,但是上式表明了特殊情况下的效用的变化的可能范围。考虑两个极端情况,当市场参与者皆为风险厌恶者的时候(在一定条件的约束下), $\Delta V_{Ni} > 0$ , i = 1, 2, ... n,  $\sum_{i=1}^{n} \Delta Pr_{Ai} \Delta V_{i}(A)$ 可能非常小,这意味着期货交易后市场整体对于特殊情况十分敏感,在特殊情况下损失会很大;而当市场参与者皆为风险偏好者的时候(在一定条件的约束下),期货交易后市场整体对于特殊情况则变得不敏感,在特殊情况下收益会较大。

上面的讨论只是表明了一种可能性,实际上在市场的风险厌恶者和风险偏好者以及风险中性者的共同作用下, $\sum_{i=1}^n \Delta Pr_{Ai} \Delta V_i(A)$ 可能接近于 0,即期货交易前后,特殊情况的效用变化很小。

尽管上述讨论只是表明了一种可能性,但上述讨论中涉及的情况是不完全的,即上述讨论中的 $Pr_N + Pr_A \neq 1$ 。上述讨论的特殊情况实际上是预期的特殊情况(Expected abnormal)。除了预期的特殊情况,事件还应该包括非预期的特殊情况(Unexpected abnormal)。非预期的特殊情况和预期的特殊情况的区别在于非预期的特殊情况无法进行应对以改变其可能性,但可以进行应对以减少甚至消除非预期的特殊情况的影响(V(U))可以

改变, $Pr_U$ 不能改变)。U为非预期的特殊情况下的产量供给的随机变量, $Pr_U$ 为发生非预期的特殊情况的概率。

$$\begin{cases} Pr_N + Pr_A + Pr_U = 1\\ V(S) = Pr_N V(N) + Pr_A V(A) + Pr_U V(U) \end{cases}$$

为了考察最大的风险(讨论最坏的情况。对于好的情况,可以认为不需要应对),假设非预期的特殊情况是极端不好的情况,即特殊情况下的产量供给尽可能小。由于总是有非预期的情况,对于某一确定的交易品种,Pr(U)的值应该为大于 0 小于 1 的常数,且不受其他一般情况和预期的特殊情况的概率影响。设 $Pr_U = c$ ,则 $Pr_N + Pr_A = 1 - c$ 。u为常数, $Pr_A$ 和 $Pr_A$ 为两个总和为1 - c的变量。对于不同的交易品种,c的值可能不一样。

假设非预期的特殊情况下产量供给为 0,如果个人的非预期的特殊情况不能代表市场整体的非预期的特殊情况,则 $V_{before}(U) = -Cost($ 生产的成本,不受非预期的特殊情况影响), $V_{after}(U) = -u(n \times E[Price]) - Cost$ ,n为约定的交割数量,Price为一般情况下的价格的随机变量;如果个人的非预期的特殊情况可以代表市场整体的非预期的特殊情况,则 $V_{before}(U) = -Cost$ , $V_{after}(U) = u(-n \times P(0)) - Cost$ ,P为自变量为产量的价格函数。当需求曲线具有无穷大的弹性时,价格不随产量变动,P(0) = E[Price]。当需求函数具有零弹性时,P(0) > E[Price]。比如,没有期货交易前,某生产者的产量即使因为特殊情况变为零,该生产者的损失为已发生的成本;进行期货交易后,某生产者的产量如果因为特殊情况变为零,则该生产者的损失还包括履行合同带来的成本(从市场上购买约定的产量)。

在上述假设下, $\Delta V(U)$ 为负数,且随着市场参与度的提升(个人的非预期的特殊情况能够代表市场整体的非预期的特殊情况的程度), $\Delta V(U)$ 可能变得十分大(基于需求曲线的弹性)。可以认为非预期的特殊情况的效用变化为以c,n,u,P为自变量的函数。

$$Pr_U \Delta V(U) = f(c, n, u, P)$$

V(U)的值可以考察最坏的情况,决策者应该对此进行一定的应对,以使V(U)的值在可接受的范围之内。 $\Delta V(U)$ 可以考察一个决策(是否进行期货交易)对非预期的特殊情况的效用的影响,并基于此可以考察市场整体对非预期的特殊情况的敏感性。对于不同的交易品种设定不同的c(基于历史数据),市场参与者可以在决策中考虑非预期的特殊情况,以进行更稳健、更周全的决策。

上述讨论是不严谨的、初步的讨论,并且没有包括对于上述讨论结果的实际应用的讨论。

非预期的特殊情况并非完全不可预知。基于马克思主义的科学的可知论,非预期的特殊情况是在一定条件下的不可预知。对于某人的不可预知,另一个人可能可以预知。如果某市场参与者可以预知其他市场参与者不可预知的特殊情况,那么该市场参与者就可以从中获利,但是总有不可预知的特殊情况。