

数值分析上机题目（第一次）

一、解非线性方程

1. 分别用牛顿法、简化牛顿法，牛顿下山法和割线法求解方程

$$f(x) = xe^x - 1 = 0$$

在 $x = 0.5$ 附近的根，迭代终止条件为 $|x_{k+1} - x_k| < 10^{-6}$ 。

2. 分别用牛顿法和割线法求解方程

$$\cos x - xe^x = 0$$

的最小正根，取初值 $x_0 = 0$ ，当 $|x_{k+1} - x_k| < 10^{-6}$ 时，迭代终止。

3. 求下列方程的实根

$$(1) \quad x^2 - 3x + 2 - e^x = 0$$

$$(2) \quad x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0$$

要求：

①设计一种简单迭代法，要使得迭代序列收敛，计算到 $|x_{k+1} - x_k| < 10^{-8}$ 时终止；

②用牛顿迭代法，同样计算到 $|x_{k+1} - x_k| < 10^{-8}$ 时终止；

输出迭代初始值及各次迭代值和迭代次数 k ，比较两种方法的优劣。

二、解方程组

1. 分别用高斯消去法，列主元高斯消去法和 LU 分解法求解下列方程组（二选一）

$$(1) \quad \begin{cases} 4x + 5.3y - 5.6z - 3m - 3.4n = 100.16 \\ 5x - 2.1y + 3.2z + 4m - 8n = -75.72 \\ 2x - 4y - 7.2z - 5m - 2.4n = 98.2 \\ 5x - 3y - 8z + 2.3m + 3n = 57.1 \\ 4.2x - 3y - 2n = 3.72 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 9 \\ 4x_1 + 9x_2 + 6x_3 + 15x_4 = 23 \\ 2x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 18x_4 = 22 \\ 6x_1 + 15x_2 + 18x_3 + 40x_4 = 47 \end{cases}$$

2. 给定线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 55 \\ -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 66 \\ -3x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 63 \\ -4x_1 - 5x_2 - 6x_3 + 7x_4 + 8x_5 = 36 \\ -5x_1 - 6x_2 - 7x_3 - 8x_4 + 9x_5 = -25 \end{cases}$$

以 $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\| < 10^{-5}$ 作为迭代终止标准，分别利用雅可比迭代法、高斯-赛德尔迭代法以及 SOR 方法求解该方程组。

3. 给定 n 阶线性方程组 $AX = b$ ，其中

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & & & \\ 8 & 6 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 8 & 6 & 1 \\ & & & 8 & 6 \end{bmatrix}_{n \times n}, \quad b = \begin{bmatrix} 7 \\ 15 \\ \vdots \\ 15 \\ 14 \end{bmatrix}$$

编制两种直接方法（高斯消去法，列主元高斯消去法，直接三角分解法、列主元三角分解法等）的通用程序，对 $n = 40, 120$ 给出计算结果，并对所用的几种算法进行比较。

4. 给定 n 阶线性方程组 $AX = b$ ，其中

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -1 & & & \\ -1 & 8 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 8 & -1 \\ & & & -1 & 8 \end{bmatrix}_{10 \times 10},$$

$$b = [7 \quad 5 \quad -13 \quad 2 \quad 6 \quad -12 \quad 14 \quad -4 \quad 5 \quad -5]^T$$

编制两种迭代算法（Jacobi 迭代法、Gauss-Seidel 迭代法、SOR 方法等）的通用程序，求解上述方程组，并比较计算结果。

上机要求

（1）在上述两类题目（一、解非线性方程；二、解方程组）中，每类至少选择一道题目进行编程求解；

（2）第 13 周提交上机报告；

（3）有抄袭行为者，分数为零分；

（4）编程软件要求 C，C++ 等（不允许使用 MATLAB）。