

# Physic

---

- 10% 每章节大卷子
  - 20% 两门 spoc 课程的成绩
  - 10% 考勤
  - 60% 期末考试：力学电磁学
- 

讨论：关于质量连续分布的质点系

$$\vec{r}_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i$$
$$\vec{r}_c = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$

这两个公式的推导都应用了微元法。第一个系统是离散的质量系统，也就是说每一个质量都是以线度为 0 的质点形式存在。这显然是一种理想化的情况。对于一般的系统，质量是连续分布的，将空间任意微分，取得的物体质量都是无穷小，即为下式中的  $dm$ 。

那么我们将这无穷小质量的物体也视作在位矢  $\vec{r}$  处的质点（虽然确切地说并不是），就可以套用上式的结论。将求和号改写为积分号，就推导出了下式。

---

## week 01

---

质点由静止开始作直线运动，初始加速度  $a_0$ ，以后加速度均匀增加，每经过  $r$  秒增加  $a_0$ ，求经过  $t$  秒后质点的速度和位移。

解：由题意

$$\frac{da}{dt} = \frac{a_0}{r}$$
$$a = a_0 + \int_0^t \frac{a_0}{r} d\tau = a_0 \left( 1 + \frac{t}{r} \right)$$
$$v = \int_0^t a d\tau = a_0 t \left( 1 + \frac{t}{2r} \right)$$
$$x = \int_0^t v d\tau = \frac{1}{2} a_0 t^2 + \frac{a_0}{6r} t^3$$

---

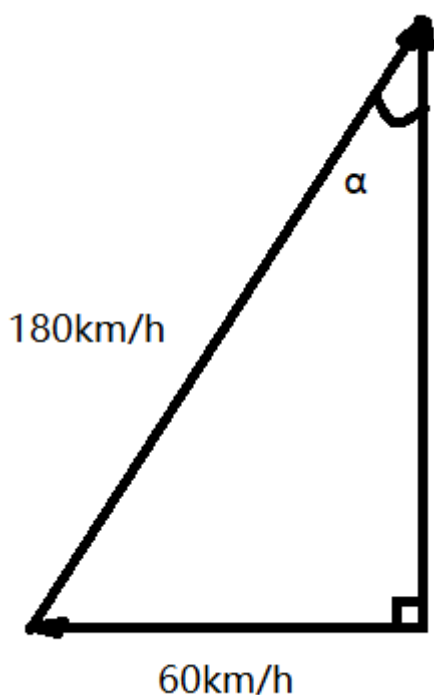
一飞机驾驶员想往正北方向航行，而风以  $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  的速都向西刮来，如果飞机的航速（在静止空气中的速率）为  $180 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ，试问驾驶员应取什么航向？飞机相对于地面的速率为多少？用矢量图说明。

航向和正北方向的夹角

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{60}{180} = 19.47^\circ$$

相对地面的速率

$$v = \sqrt{60^2 + 180^2} \approx 190 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



矢量图

---

## week 02

一个质点沿半径  $0.01\text{m}$  的圆周运动，其角位置  $\theta = 2 + 4t^3$  (SI)，求：

1. 在  $t = 2\text{s}$  时，它的速度、加速度的大小各为多少？
2. 当切向加速度的大小恰好是总加速度的一半时， $\theta$  值为多少？
3. 在什么时刻，切向加速度的大小恰好和法向加速度相等？

解：记  $R = 0.01\text{m}$ .

$$\begin{aligned}\theta &= 2 + 4t^3 \\ \frac{d\theta}{dt} &= 12t^2 \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} &= 24t \\ v &= R \frac{d\theta}{dt} = 0.12t^2 \\ a_n &= R \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 = 1.44t^4 \\ a_\tau &= R \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0.24t\end{aligned}$$

(1) 代入  $t = 2$ ,

$$\begin{aligned}v &= 0.48 \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \\ a_n &= 23.04 \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \\ a_\tau &= 0.48 \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \\ a &= \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \approx 23.045 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}a_\tau &= \frac{1}{2}a \Rightarrow a_n = \sqrt{3}a_\tau \\ 1.44t^4 &= \sqrt{3} \cdot 0.24t \\ t &= \sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}}{6}} = 0.66 \text{s}\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}a_\tau &= a_n \\ 1.44t^4 &= 0.24t \\ t &= \sqrt[3]{\frac{1}{6}} = 0.55 \text{s}\end{aligned}$$

一颗子弹在一定高度以水平初速度  $v_0$  射出，忽略空气阻力。取枪口为坐标原点，沿  $v_0$  方向为  $Ox$  轴，竖直方向为  $Oy$  轴，并取发射时刻为  $t = 0$ ，试求：

1. 子弹在任意时刻  $t$  的位置坐标及轨道方程。
2. 子弹在任意时刻  $t$  的速度，切向加速度和法向加速度。

解： (1)

$$\begin{aligned}x &= v_0 t \\ y &= \frac{1}{2}gt^2\end{aligned}$$

消去时间得到轨道方程

$$y = \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

(2)

速度大小

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

速度方向 (与  $Ox$  轴夹角)

$$\alpha = \arctan \frac{gt}{v_0}$$

切向加速度

$$a_\tau = g \sin \alpha = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}$$

方向和速度方向相同

法向加速度

$$a_n = g \cos \alpha = \frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}$$

方向和速度方向垂直, 和  $-Ox$  方向夹角为

$$\frac{\pi}{2} - \alpha = \arctan \frac{v_0}{gt}$$

---

## week 03

一条轻绳跨过轻滑轮 (滑轮和轴之间的摩擦力可以忽略), 在绳的一段挂质量为  $m_1$  的物体, 另一端有质量为  $m_2$  的环。当环以相对于绳为恒定的加速度  $a_2$  向下滑动时, 物体和环分别相对于地面的加速度是多少? 环和绳之间的摩擦力是多少?

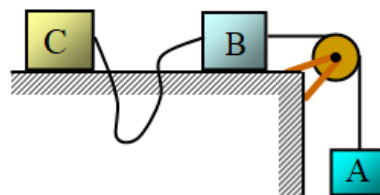
解: 设环和绳之间的摩擦力为  $f$ , 物体和环相对于地面的加速度分别是  $a_{10}, a_{20}$ .

$$\begin{aligned} m_2 a_{20} &= m_2 g - f \\ m_1 a_{10} &= m_1 g - f \\ a_2 &= a_{10} + a_{20} \end{aligned}$$

解得

$$\begin{cases} a_{10} = \frac{m_2 a_2 + (m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} \\ a_{20} = \frac{m_1 a_2 - (m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} \\ f = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (2g - a_2) \end{cases}$$

三个物体 A、B、C，每个质量都是  $M$ ，B、C 靠在一起，放在光滑水平桌面上，两者间连有一段长为  $0.4\text{m}$  的细绳，原先放松着。B 的另一侧用一跨过桌边的定滑轮的细绳与 A 相连(如 T2-3-12 图)。滑轮和绳子的质量及轮轴上的摩擦不计，绳子不可伸长。问：



(1) A、B 起动后，经多长时间 C 也开始运动？

(2) C 开始运动时速度的大小是多少？(取  $g = 10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ )

解：（1）在 AB 开始运动到 C 开始运动的这段时间，记两者的加速度为  $a$ ，记  $l = 0.4\text{m}$

$$\begin{aligned} m_A g &= (m_A + m_B) a \\ l &= \frac{1}{2} a t^2 \\ \Rightarrow t &= \sqrt{\frac{2l(m_A + m_B)}{m_A g}} = 0.4\text{s} \end{aligned}$$

（2）设 C 开始运动前 AB 的速度为  $v_1$ ，要求的速度为  $v_2$ 。动量守恒：

$$\begin{aligned} 2Mv_1 &= 3Mv_2 \\ v_1 &= at \\ \Rightarrow v_2 &= \frac{2}{3} \sqrt{gl} = \frac{4}{3} \text{m/s} \end{aligned}$$

## week 04

一颗子弹在枪筒里前进时所受的合力大小为  $F = 400 - \frac{4 \times 10^5}{3} t (\text{SI})$ ，子弹从枪口射出的速度为  $300 \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。假设子弹离开枪口时合力刚好为零，求：

1. 子弹走完枪筒全长所用的时间；
2. 子弹在枪筒中所受的冲量；
3. 子弹的质量。

解：（1）离开枪口时合力为零

$$\begin{aligned} 400 - \frac{4 \times 10^5}{3} t &= 0 \\ t &= 3 \times 10^{-3} \text{s} \end{aligned}$$

（2）

$$\begin{aligned} I &= \int_0^t F d\tau \\ &= \int_0^{3 \times 10^{-3}} \left( 400 - \frac{4 \times 10^5}{3} \tau \right) d\tau \\ &= 0.6 \text{N}\cdot\text{s} \end{aligned}$$

(3)

$$m = \frac{I}{v} = 2 \times 10^{-3} \text{kg}$$

一质量均匀分布的柔软轻绳索竖直地悬挂着，绳子的下端刚好接触水平桌面。如果无初速度地释放绳索的上端，绳索将落在桌面上。证明：在绳索下落的过程中，任意时刻作用于桌面的压力，等于已经落到桌面上的绳索所受重力的三倍。

证明：绳索在下落过程中，其内部不存在张力，各质量元自由下落，加速度为  $g$ 。记  $t$  时刻落到桌面上的绳索长度为  $x$

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{2}gt^2 \\v &= gt \\P &= \lambda(L - x)v \\\frac{dP}{dt} &= \lambda Lg - F \\F &= \lambda gL - \frac{dP}{dt} \\&= 3\lambda gx\end{aligned}$$

Q.E.D