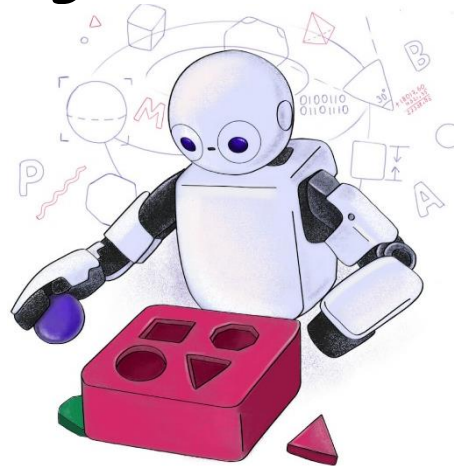


T319 - Introdução ao Aprendizado de Máquina:

Variações do formato da superfície de erro



Recapitulando

- Vimos anteriormente como plotar a superfície de erro através da variação dos valores dos pesos e anotando os respectivos erros.
- No exemplo que vimos, a superfície tinha o formato de tigela, com as linhas da superfície de contorno sendo círculos.
- Isso indica que o erro varia igualmente para variações de todos os pesos.
- Agora veremos que ***nem toda superfície de erro tem formato de tigela***, em alguns casos, elas têm o formato de **vale**.

Variações do formato da superfície de erro

- ***Nem toda superfície de erro tem formato de tigela***, em alguns casos, elas têm o formato de **vale** (se assemelham a um V ou U).
- Porém, ***independente do formato todas continuam sendo convexas***.
- Ou seja, continuam tendo apenas ***um ponto de mínimo***.
- Para demonstrar isso vamos supor a seguinte ***função observável***

$$y_{\text{noisy}}(n) = y(n) + w(n),$$

onde a ***função objetivo*** é dada por

$$y(n) = a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n).$$

Variações do formato da superfície de erro

- Agora, suponhamos que nós quiséssemos aproximar a **função objetivo** com a seguinte **função hipótese**

$$h(\mathbf{x}(n), \hat{\mathbf{a}}) = \hat{y}(n) = \hat{a}_1 x_1(n) + \hat{a}_2 x_2(n).$$

- Substituindo a **função hipótese** na **função de erro**, nós temos

$$J_e(\mathbf{a}) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [y_{\text{noisy}}(n) - (\hat{a}_1 x_1(n) + \hat{a}_2 x_2(n))]^2.$$

- Observando a função de erro, o que você acha que ocorreria caso o intervalo de variação de x_1 fosse muito maior do que o de x_2 ? (ou o de x_2 ser muito maior do que o de x_1 ?)
 - Por exemplo, se $1000 \leq x_1 \leq 2000$ e $0 \leq x_2 \leq 1$.

Variações do formato da superfície de erro

- Caso $x_1(n) \gg x_2(n), \forall n$, então $x_1(n)$ terá uma ***influência maior no erro resultante***, o que pode ser expresso de forma aproximada como

$$J_e(\mathbf{a}) \approx \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [y_{\text{noisy}}(n) - \hat{a}_1 x_1(n)]^2.$$

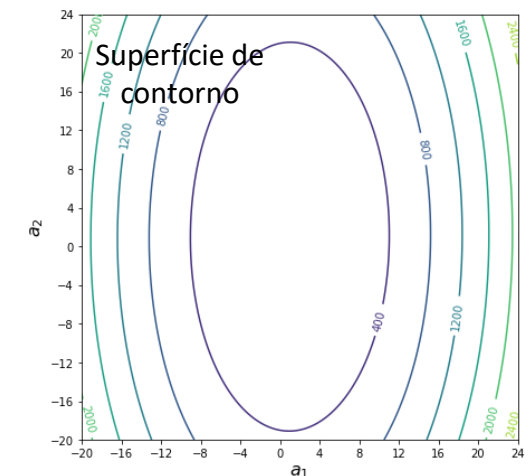
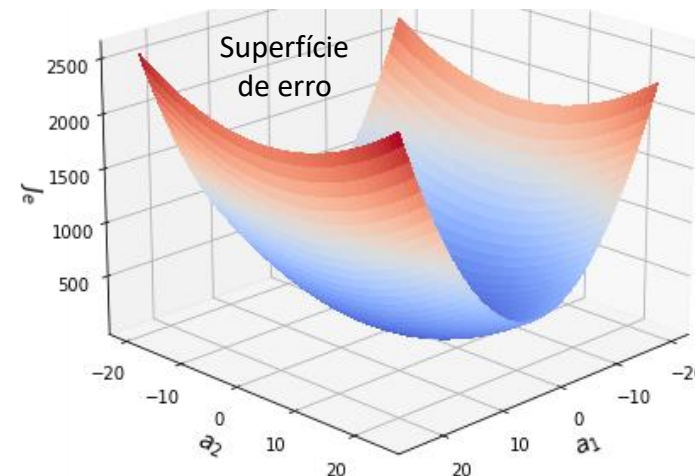
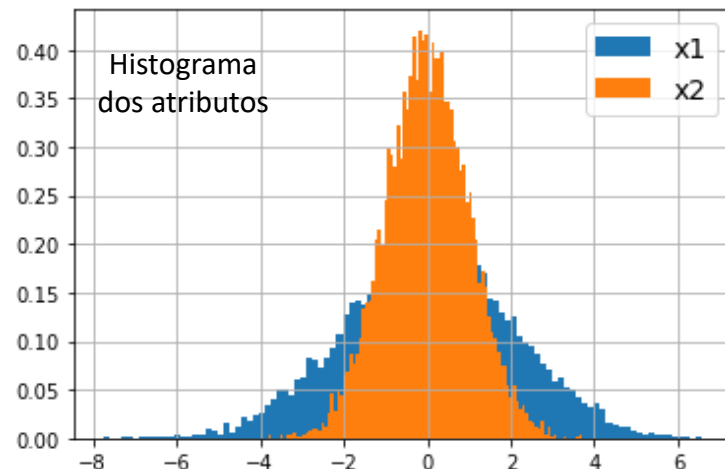
- Portanto, o erro entre y_{noisy} e $h(\mathbf{x}(n))$ será ***dominado pelo atributo*** $x_1(n)$ e, portanto, pequenas variações de \hat{a}_1 farão com que o erro varie rapidamente.
- Algo similar ocorre se $x_2(n) \gg x_1(n)$, nesse caso, o erro será ***dominado pelo atributo*** $x_2(n)$ e, portanto, pequenas variações de \hat{a}_2 farão com que o erro varie rapidamente.
- Vamos ver como fica o formato da superfície para estes casos.

Variações do formato da superfície de erro

- **Primeiro caso:** x_1 tem intervalo de variação maior do que x_2 .
- Portanto, a **influência** da variação de \hat{a}_1 no **erro** é maior.
- Ou seja, o erro varia mais rapidamente com variações de \hat{a}_1 , resultando em uma superfície com formato de **vale**.
 - A superfície tem inclinação maior no sentido do peso \hat{a}_1 .
- O erro varia bem mais lentamente com variações de \hat{a}_2 .
 - A inclinação da superfície é bem menor no sentido de \hat{a}_2 .
- A abertura do vale está no sentido de \hat{a}_1 .

Atributos

$x_1 = 2 * \text{randn}(N, 1)$
 $x_2 = \text{randn}(N, 1)$



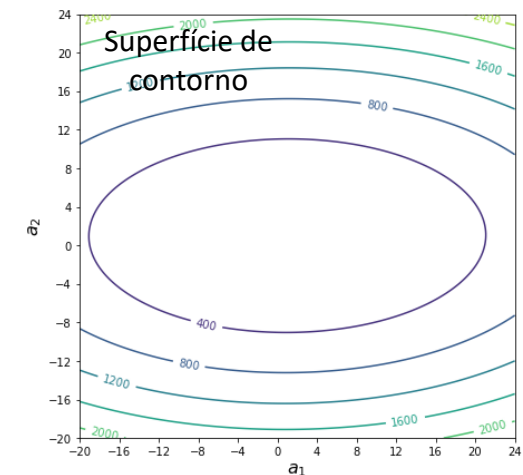
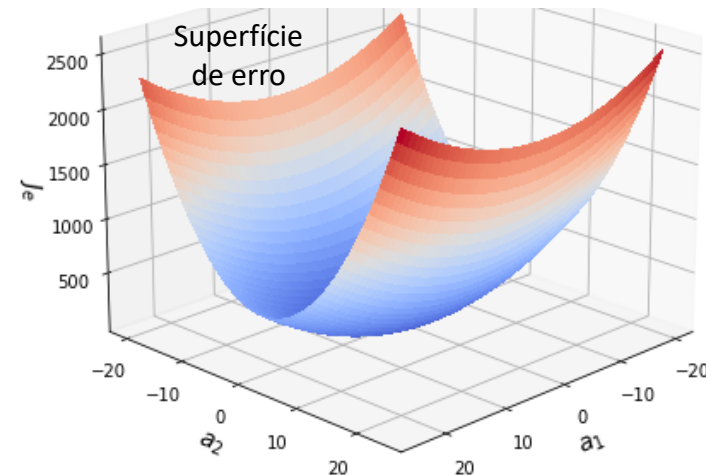
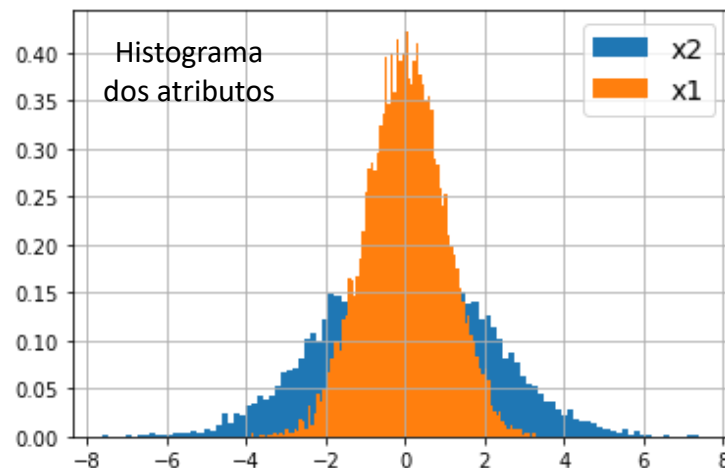
Variações do formato da superfície de erro

- **Segundo caso:** x_2 tem intervalo de variação maior do que x_1 .
- Então, a influência da variação de \hat{a}_2 no erro é maior, resultando em uma superfície com formato de **vale**.
 - A superfície tem inclinação maior no sentido do peso \hat{a}_2 .
- O erro varia bem mais lentamente com variações de \hat{a}_1 .
 - A inclinação da superfície é bem menor no sentido de \hat{a}_1 .
- A abertura do vale está no sentido de \hat{a}_2 .

Atributos

$x_1 = \text{randn}(N, 1)$

$x_2 = 2 * \text{randn}(N, 1)$



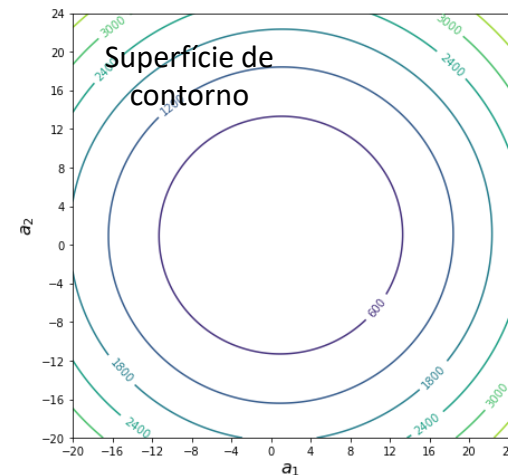
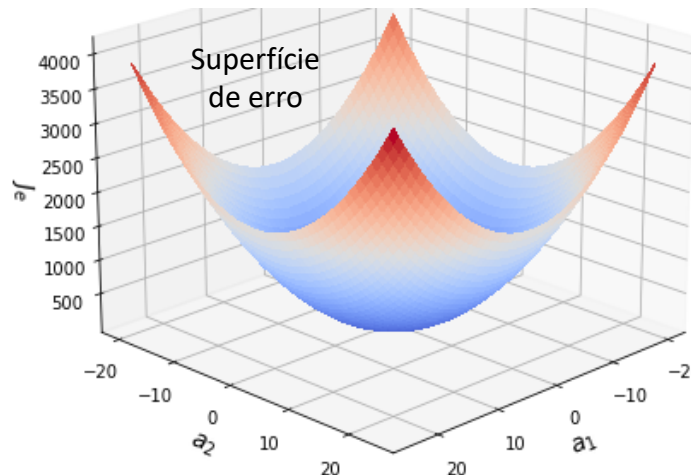
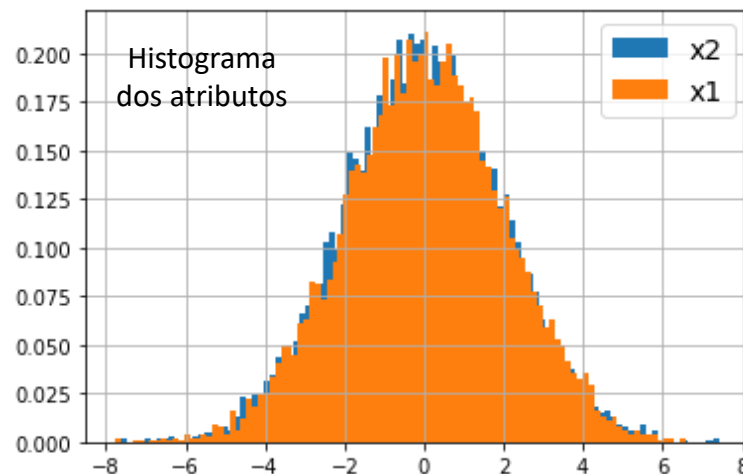
Variações do formato da superfície de erro

- **Terceiro caso:** x_1 e x_2 têm intervalos semelhantes.
- Portanto, a variação tanto de \hat{a}_1 quanto de \hat{a}_2 tem influência semelhante na variação do erro, resultando em uma superfície com formato de **tigela**.
- O erro varia de forma similar com variações de \hat{a}_1 ou \hat{a}_2 .
 - A superfície tem inclinação semelhante em ambas as direções.

Atributos

$$x_1 = 2 * \text{randn}(N, 1)$$

$$x_2 = 2 * \text{randn}(N, 1)$$



Variações do formato da superfície de erro

- Nós veremos em breve que superfícies com formato de vale têm uma influência negativa na convergência do algoritmo de otimização iterativo que iremos utilizar.
- Essas superfícies fazem com que a convergência seja lenta, levando muito tempo para que encontremos o melhor modelo.
- A convergência se torna lenta devido à inclinação da superfície ser diferente nas direções dos pesos.
- Em uma das direções a inclinação é grande, mas em outra ela é praticamente nula.
- Veremos também que o melhor formato para a superfície de erro é o de uma tigela, pois sua inclinação é grande e similar em todas as direções, fazendo com que a convergência seja rápida.

Obrigado!