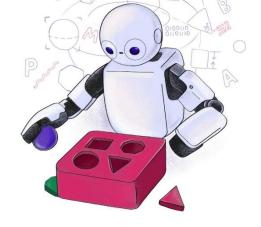
## T319 - Introdução ao Aprendizado de Máquina: *Regressão Linear (Parte III)*





Felipe Augusto Pereira de Figueiredo felipe.figueiredo@inatel.br

#### Recapitulando

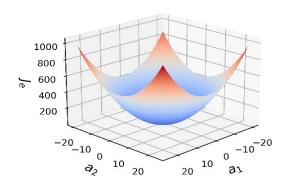
- Discutimos sobre o vetor gradiente.
- Aprendemos dois algoritmos que usam o vetor gradiente para a resolução de problemas de otimização.
  - Gradiente Ascendente para problemas de maximização.
  - Gradiente Descendente para problemas de minimização.
- Vimos as três versões do gradiente descendente e as comparamos.
  - Batelada
  - Estocástico
  - Mini-Batch
- Nesta parte, discutiremos o quão importante é o ajuste do passo de aprendizagem,  $\alpha$ .

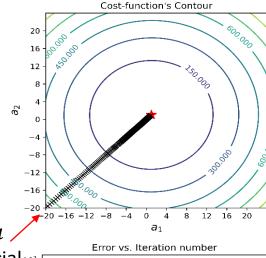
#### Escolha do Passo de Aprendizagem

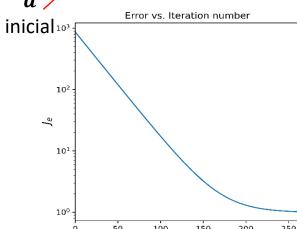
 Conforme nós vimos, enquanto a taxa e a direção de máximo declive da função de erro são determinadas pelo valor negativo do vetor gradiente da função, o passo de aprendizagem determina o quão grande a atualização dos pesos é feita naquela direção.

$$a \leftarrow a - \alpha \frac{\partial J_e(a)}{\partial a}$$

- Portanto, a escolha do passo de aprendizagem (hiperparâmetro) é muito importante:
  - Caso ele seja muito pequeno, a convergência do algoritmo será lenta.
  - Exemplo: com  $\alpha = 0.01$ , o algoritmo atinge o valor ótimo após mais de 250 épocas.
    - Passos muito curtos, fazem com que o algoritmo caminhe vagarosamente em direção ao mínimo global da função de erro.



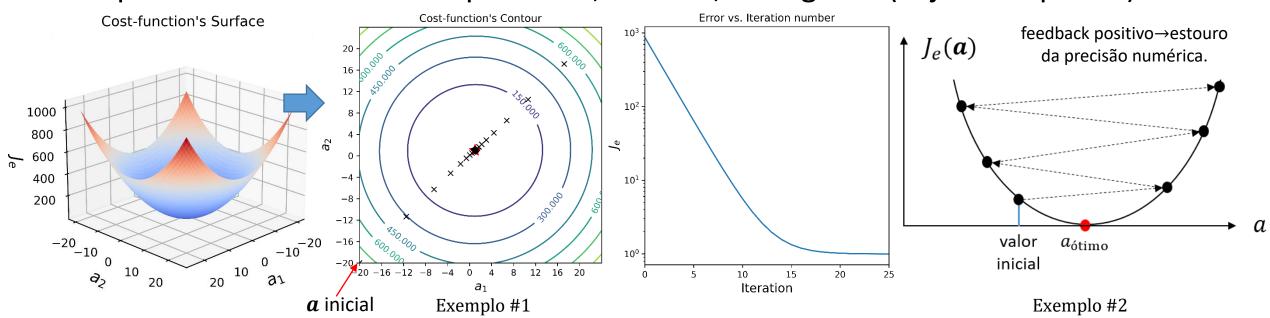




Iteration

#### Escolha do Passo de Aprendizagem

- Caso o passo de aprendizagem seja muito grande, o algoritmo pode nunca convergir.
- Se  $\alpha$  for grande, mas não tão grande assim, o algoritmo fica "pulando" ou "oscilando" de um lado para o outro da superfície de erro até que ele converge, por sorte (veja exemplo #1).
- Em outros casos, quado  $\alpha$  é muito grande, a cada iteração o algoritmo "pula" para um valor mais alto que antes, e assim, divergindo (veja exemplo #2).

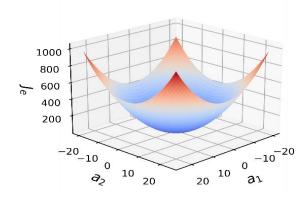


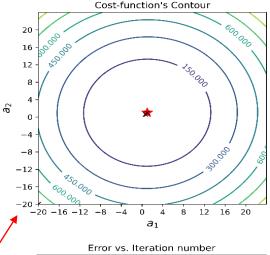
#### Escolha do Passo de Aprendizagem

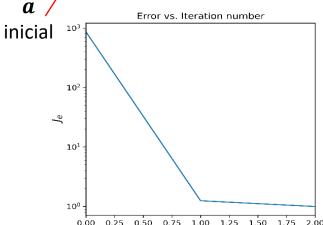
- Portanto, o valor do passo de aprendizagem deve ser explorado para se encontrar um valor ideal que acelere a descida do gradiente de forma estável (ou seja, acelere a convergência).
  - O exemplo ao lado, converge para o mínimo global em apenas 2 iterações.
- Portanto, a escolha do *passo de aprendizagem* pode ser bastante demorada.
- Uma regra empírica para exploração do passo de aprendizagem é usar a seguinte sequência (ajuste manual):

..., 0.001, 0.003, 0.01, 0.03, 0.1, 0.3, 1.0, ...



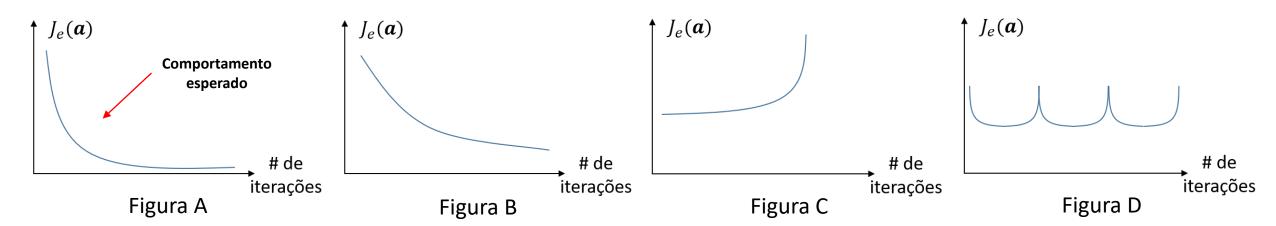




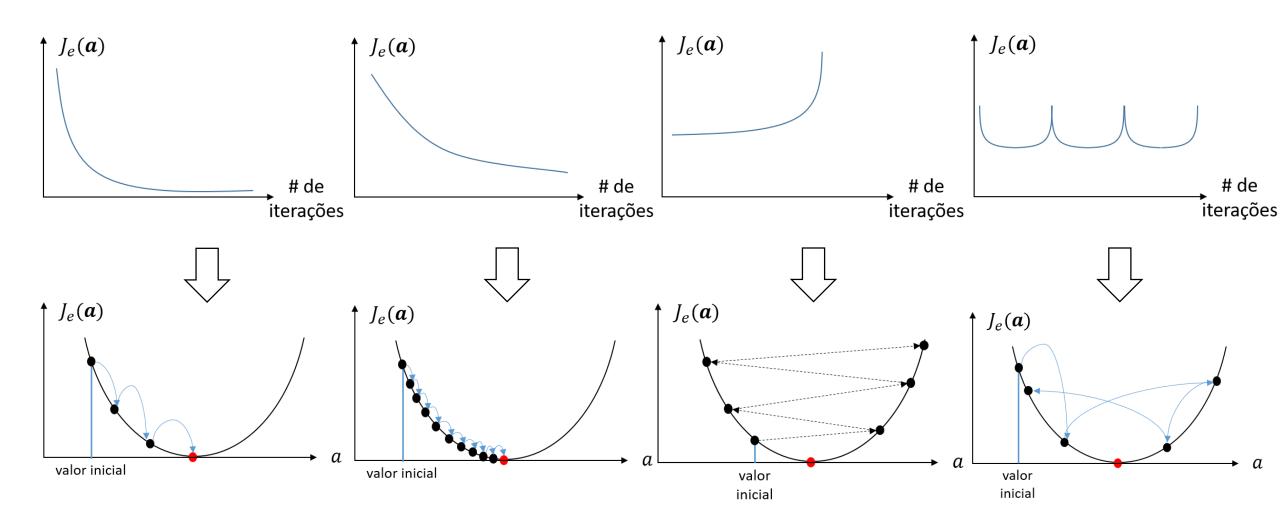


#### Como depurar o algoritmo do GD?

- Uma maneira de se *depurar* o algoritmo do *gradiente descendente,* principalmente quando não é possível se plotar o gráfico da superfície de contorno, é plotar o gráfico do erro (EQM) em função do número de iterações.
  - Figura A ⇒ Passo ideal: convegência rápida
    - o *Erro diminui rapidamente nas primeiras épocas* e depois diminui quase que a uma *taxa constante*, pois os pesos não são mais praticamente atualizados (mínimo da função foi atingido).
    - Convergência pode ser declarada, por exemplo, quando o erro entre duas iterações subsequentes for menor do que um limiar pré-definido (e.g., 1e-3).
  - Figura B ⇒ Passo pequeno demais: convergência lenta.
  - Figuras C e D ⇒ Passo grande demais: divergência (C) e oscilação (D).



#### Como depurar o algoritmo do GD?



#### Como configurar o passo de aprendizagem?

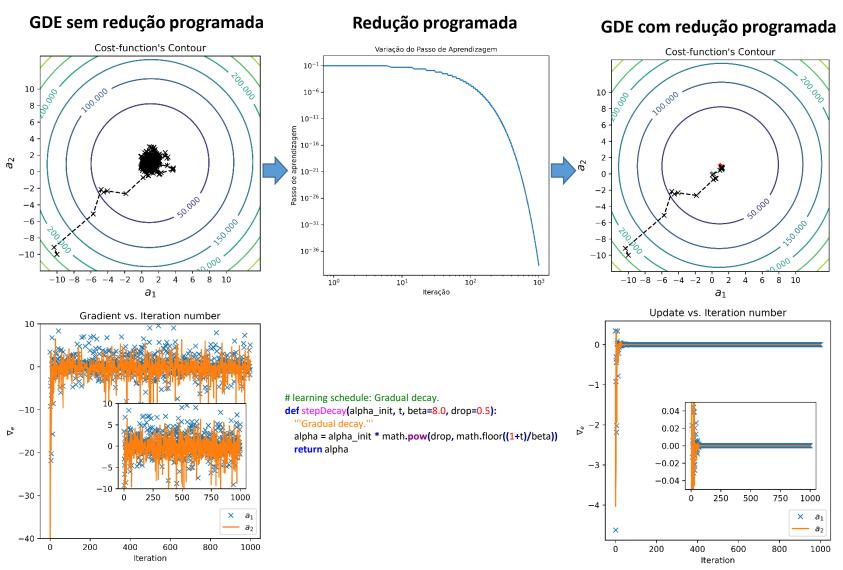
Além do *ajuste manual* (escolha de  $\alpha$  por tentativa e erro), podemos também usar as seguintes abordagens para configurar  $\alpha$ :

- Redução programada: redução de  $\alpha$  ao longo do processo de treinamento, ou seja, ao longo das iterações, de forma a garantir a convergência.
- Termo momentum: adiciona a *média do histórico de atualizações* à equação de atualização dos pesos, tornando as atualizações menos ruidosas, e, consequentemente, acelerando a convergência do algoritmo.
- As duas últimas abordagens são usadas com GDE e mini-batch para garantir a convergência.
- Variação adaptativa:  $\alpha$  é adaptativamente ajustado de acordo com a inclinação da superfície, além disso, usa passos diferentes para cada peso do modelo, os atualizando de forma independente de acordo com a inclinação na direção destes pesos.
  - Vantagem: na maioria dos casos, não é necessário se ajustar manualmente nenhum *hiperparâmetro* como no caso dos esquemas de redução programada.

#### Redução Programada do Passo de Aprendizagem

- Os três tipos mais comuns para a *redução programada* de  $\alpha$  são:
  - **Decaimento gradual**: também conhecido como *decaimento por etapas* ou *por degraus*. Reduz a taxa de aprendizagem inicial,  $\alpha_0$ , de um fator,  $\tau$ , a cada número pré-definido de iterações,  $\beta$ . Um valor típico para reduzir a taxa de aprendizado é de  $\tau=0.5$  a cada  $\beta$  de iterações.
  - Decaimento exponencial: é expresso pela equação  $\alpha = \alpha_0 e^{-kt}$ , onde  $\alpha_0$  e k são hiperparâmetros e t é o número da iteração corrente.
  - **Decaimento temporal**: é expresso pela equação  $\alpha = {\alpha_0 \choose (1+kt)}$  onde  $\alpha_0$  e k são hiperparâmetros e t é o número da iteração corrente.
- Na prática, o *decaimento gradual* é o mais utilizado entre os 3, pois seus *hiperparâmetros* (a taxa de decaimento,  $\tau$ , e o intervalo para redução,  $\beta$ ) são mais interpretáveis do que o hiperparâmetro k, que dita a taxa de decaimento do passo de aprendizagem.
- Mas percebam que ainda temos que encontrar os hiperparâmetros.

#### Exemplo: GDE com Redução Programada de lpha



- Exemplo usando GDE com *decaimento gradual*.
- O caminho com decaimento gradudal também não é regular para o ponto de mínimo.
- Apresenta algumas mudanças de direção ao longo do caminho.
- Porém, a oscilação em torno do mínimo é bastante reduzida devido à diminuição gradual de α.
- Conseguimos visualizar melhor o efeito da redução de  $\alpha$  nas figuras que mostram o gradiente.
- **Conclusão**: um passo de aprendizagem que diminui ao longo das iterações permite que o algoritmo se estabilize próximo ao ponto de mínimo global.

#### Tarefas

- Quiz: "T319 Quiz Regressão: Parte III" que se encontra no MS Teams.
- Exercício Prático: Laboratório #4.
  - Pode ser acessado através do link acima (Google Colab) ou no GitHub.
  - Vídeo explicando o laboratório: Arquivos -> Material de Aula -> Laboratório #4
  - Se atentem aos prazos de entrega.
  - Instruções para resolução e entrega dos laboratórios.
  - Laboratórios podem ser resolvidos em grupo, mas as entregas devem ser individuais.

### Obrigado!





#### When someone asks why you never stops talking about machine learning





IF IF IF IF IF IF IF WE!

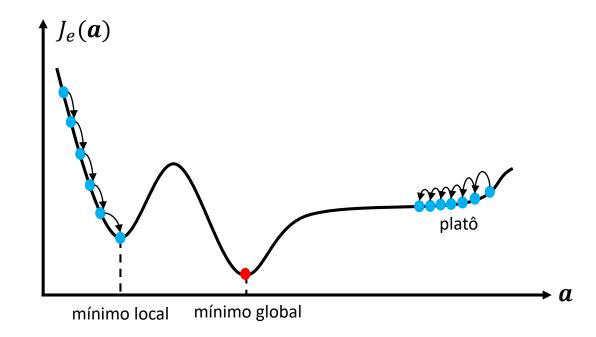
Albert Einstein: Insanity Is Doing the Same Thing Over and Over Again and Expecting Different Results

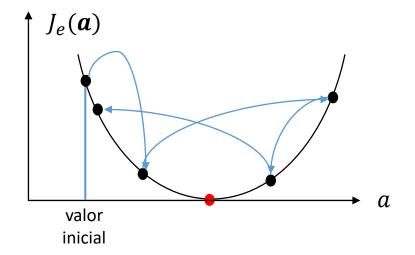
Machine learning:

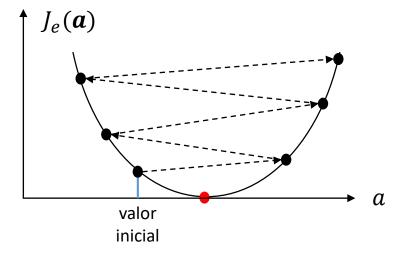


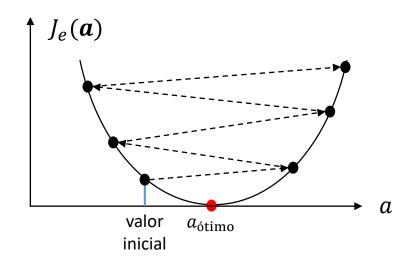


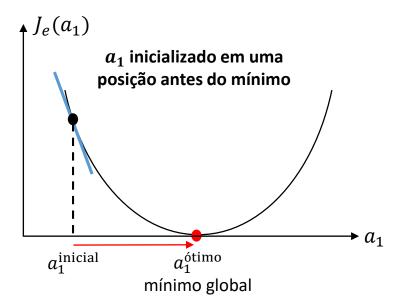
#### **FIGURAS**



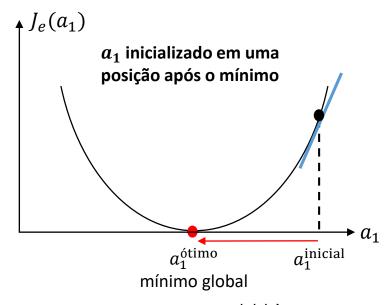




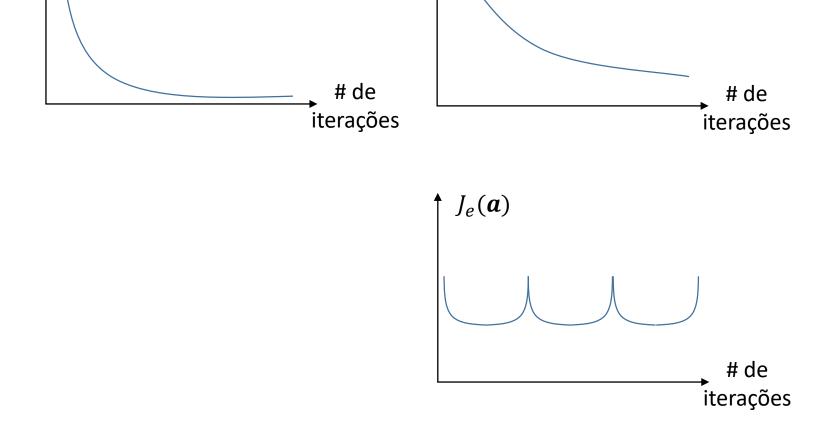




gradiente negativo:  $a_1=a_1^{
m inicial}+\alpha \nabla J_e(a_1)$   $a_1$  aumenta e se aproxima do mínimo

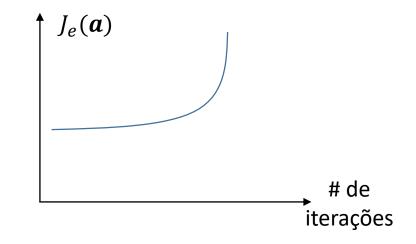


gradiente positivo:  $a_1=a_1^{
m inicial}-\alpha \nabla J_e(a_1)$   $a_1$  diminiu e se aproxima do mínimo

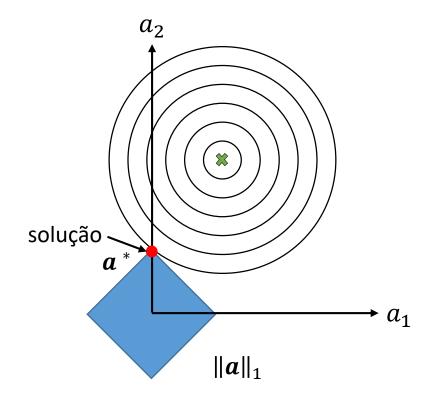


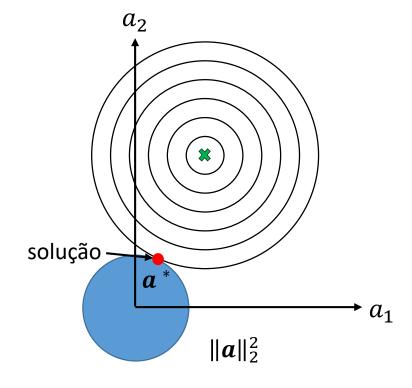
 $J_e(a)$ 

 $J_e(\boldsymbol{a})$ 









# Gradiente Descendente a<sub>2</sub> Estocástico a<sub>1</sub>

