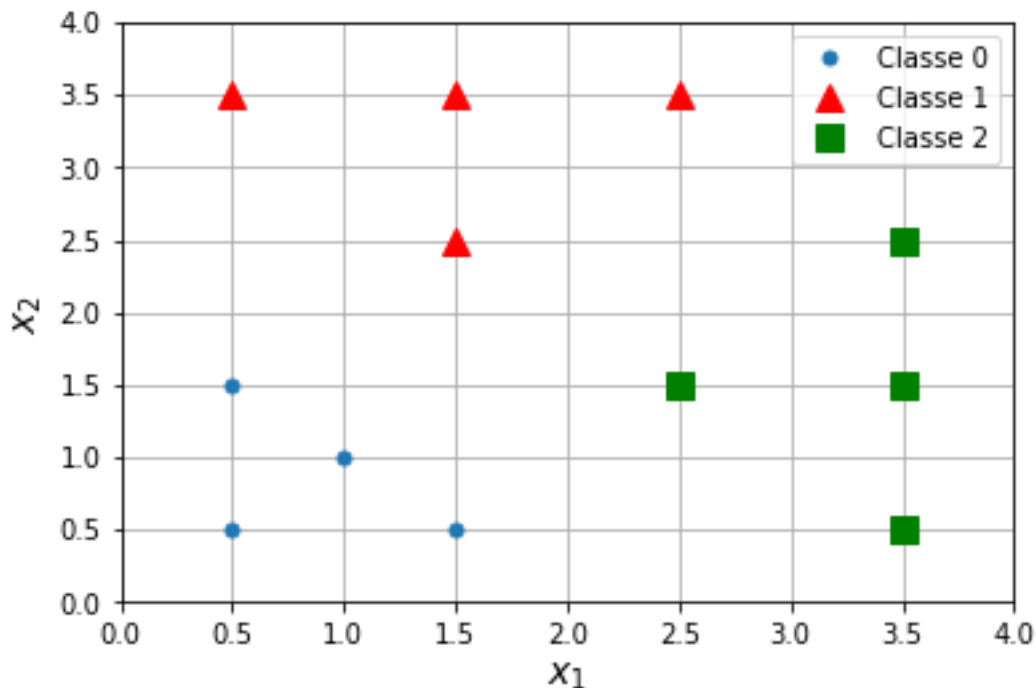


Laboratório #1

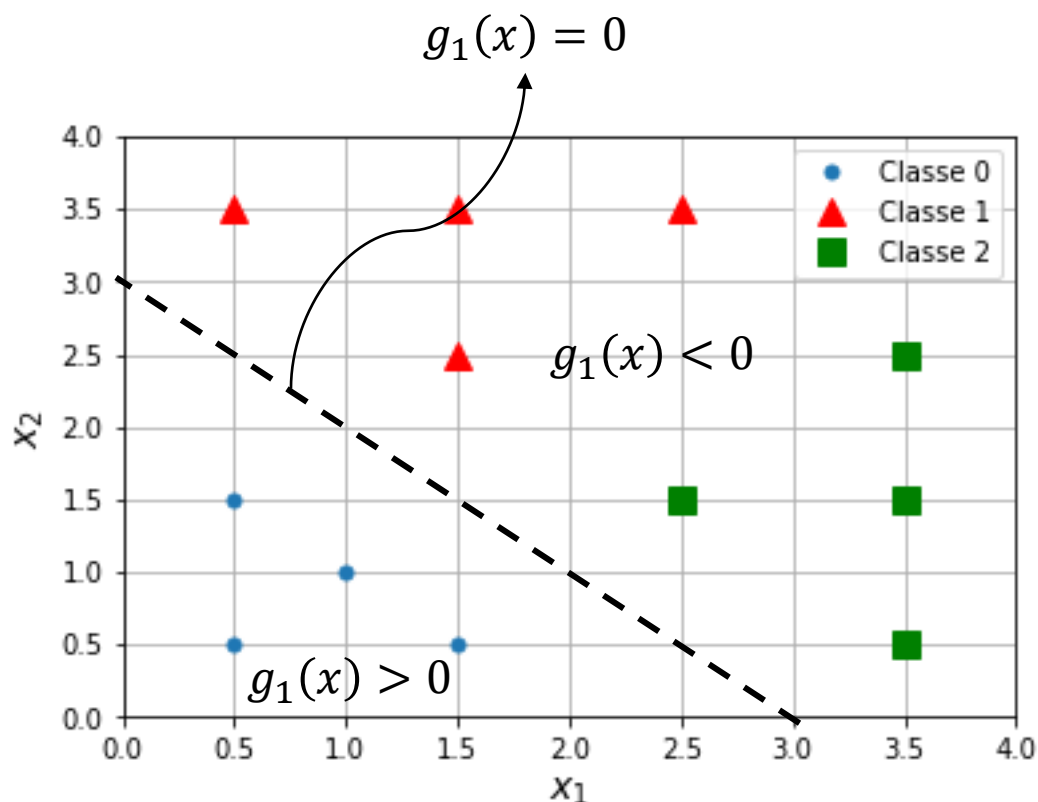
Exercício #2

Quantas funções discriminantes?



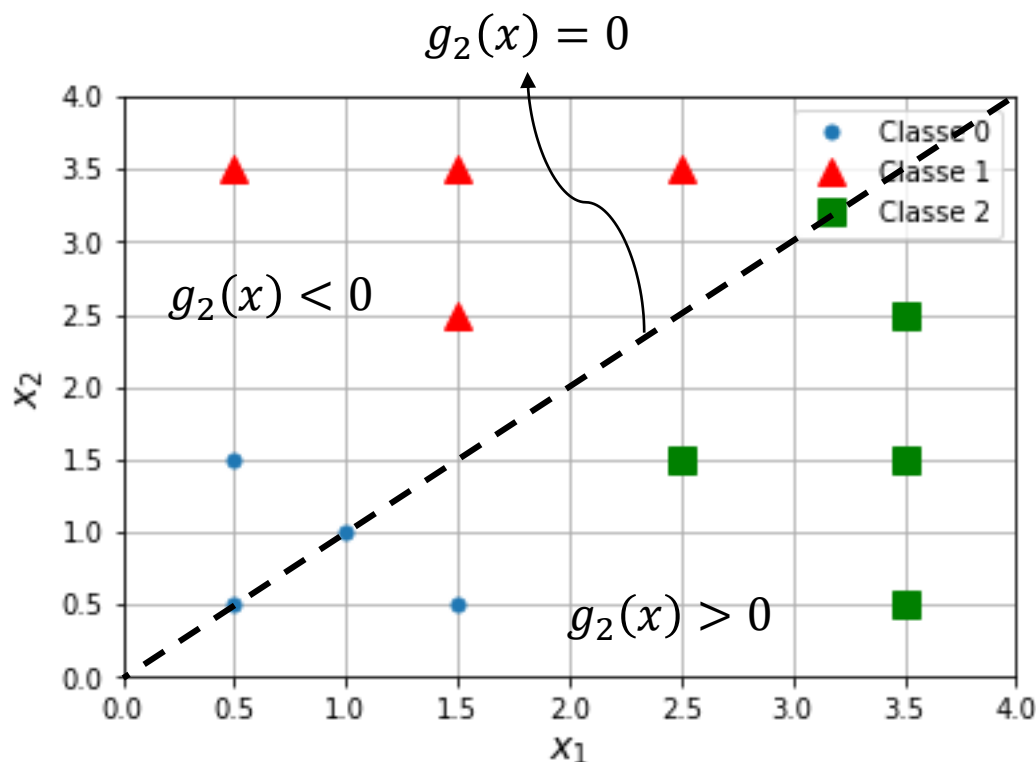
- Este é um problema com **múltiplas classes**, onde $Q = 3$.
- Como temos três classes, não faz sentido falarmos em classes positiva e negativa, apenas em seus índices: 0, 1 e 2.
- Quantas funções discriminantes são necessárias para separar as classes?
 - No mínimo duas funções, $g_1(x)$ e $g_2(x)$.
- Qual o formato mais simples?
 - Retas da forma:
$$g_i(x) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2, i = 1, 2.$$
- Agora vamos encontrar os pesos de cada uma das funções.

Encontrando os pesos $g_1(\mathbf{x})$



- Encontramos os pesos de $g_1(\mathbf{x})$ primeiro, pois ela separa a classe 0 perfeitamente das outras duas (1 e 2).
- A **função discriminante** que representa esta reta é definida como
$$g_1(\mathbf{x}) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$
- Temos 3 incógnitas e 3 equações:
 - $(x_1 = 0, x_2 = 3) \rightarrow 0 = a_0 + 3a_2 \therefore a_0 = -3a_2$
 - $(x_1 = 1, x_2 = 2) \rightarrow 0 = a_0 + a_1 + 2a_2 \therefore a_1 = -(a_0 + 2a_2)$
 - $(x_1 = 2, x_2 = 1) \rightarrow 0 = a_0 + 2a_1 + a_2 \therefore a_1 = -(a_0 + a_2)/2$
- Resolvendo o sistema, encontramos $a_0 = 3$, $a_1 = -1$, $a_2 = -1$, então
$$g_1(\mathbf{x}) = 3 - x_1 - x_2$$
- Substituindo alguns valores em $g_1(\mathbf{x})$, encontramos as regiões das duas classes que ela separa: classe 0 e a união das classes 1 e 2.

Encontrando os pesos $g_2(\mathbf{x})$



- Na sequência, encontramos os pesos de $g_2(\mathbf{x})$, que irá discriminar entre as classes 1 e 2, concluindo a classificação.
- A **função discriminante** que representa esta reta é definida como
$$g_2(\mathbf{x}) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$
- Novamente temos 3 incógnitas e 3 equações:
 - $(x_1 = 0, x_2 = 0) \rightarrow 0 = a_0$
 - $(x_1 = 1, x_2 = 1) \rightarrow 0 = a_0 + a_1 + a_2 \therefore a_1 = -a_2$
 - $(x_1 = 2, x_2 = 2) \rightarrow 0 = a_0 + 2a_1 + 2a_2 \therefore a_1 = -a_2$
- Resolvendo o sistema, encontramos $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_2 = -1$, então
$$g_2(\mathbf{x}) = x_1 - x_2$$

Trecho da função *predict*

Usamos $g_1(\mathbf{x})$ primeiro, pois ela separa exatamente a classe 0 das demais.

if($g_1(\mathbf{x}) \geq 0$):

 y_pred[i] = 0

Caso quando $g_1(\mathbf{x}) < 0$

else:

 if($g_2(\mathbf{x}) < 0$):

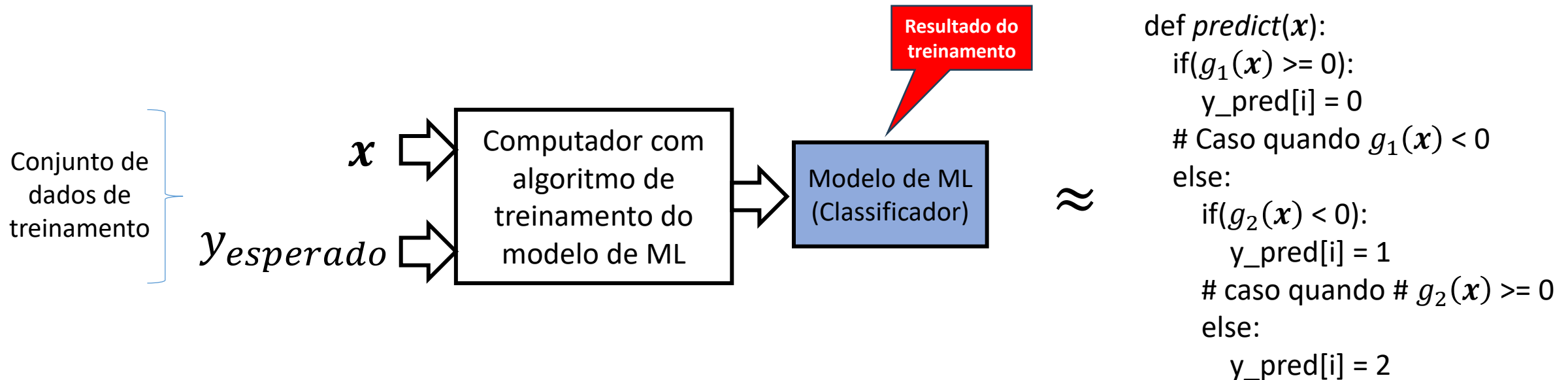
 y_pred[i] = 1

 # caso quando $g_2(\mathbf{x}) \geq 0$

 else:

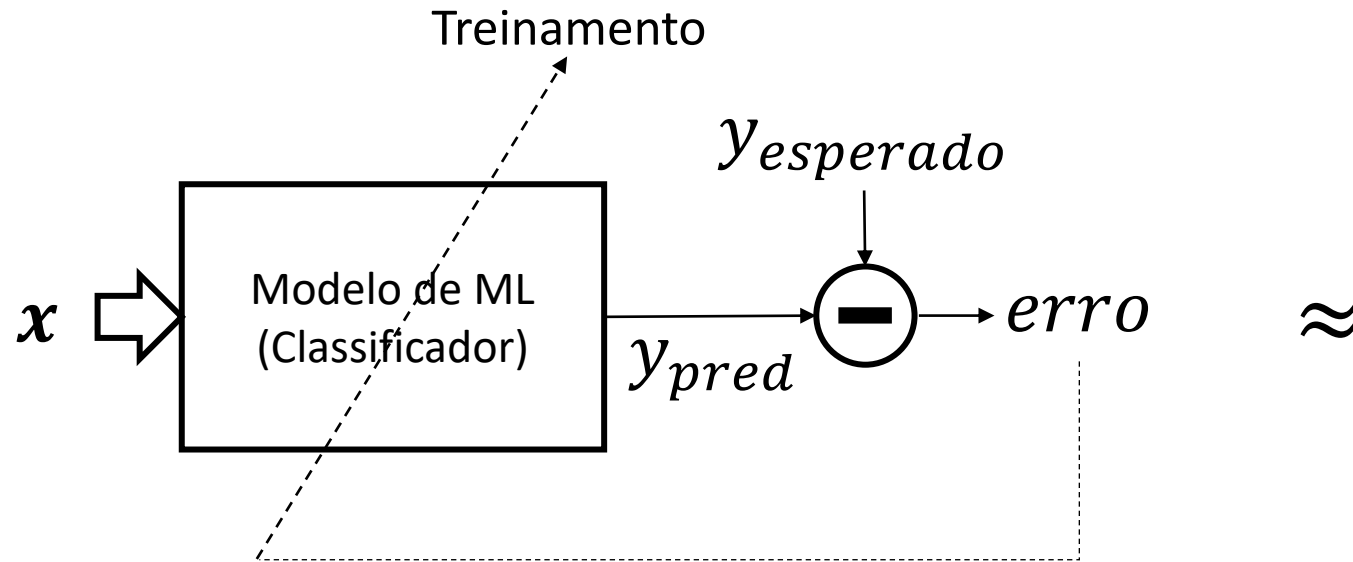
 y_pred[i] = 2

Paradigma do ML



- Fornecemos as **entradas** e as **respostas esperadas**, i.e., atributos e classes, ao computador e deixamos que ele **aprenda, através de treinamento**, um **modelo** que **mapeie as entradas nas respostas esperadas**.

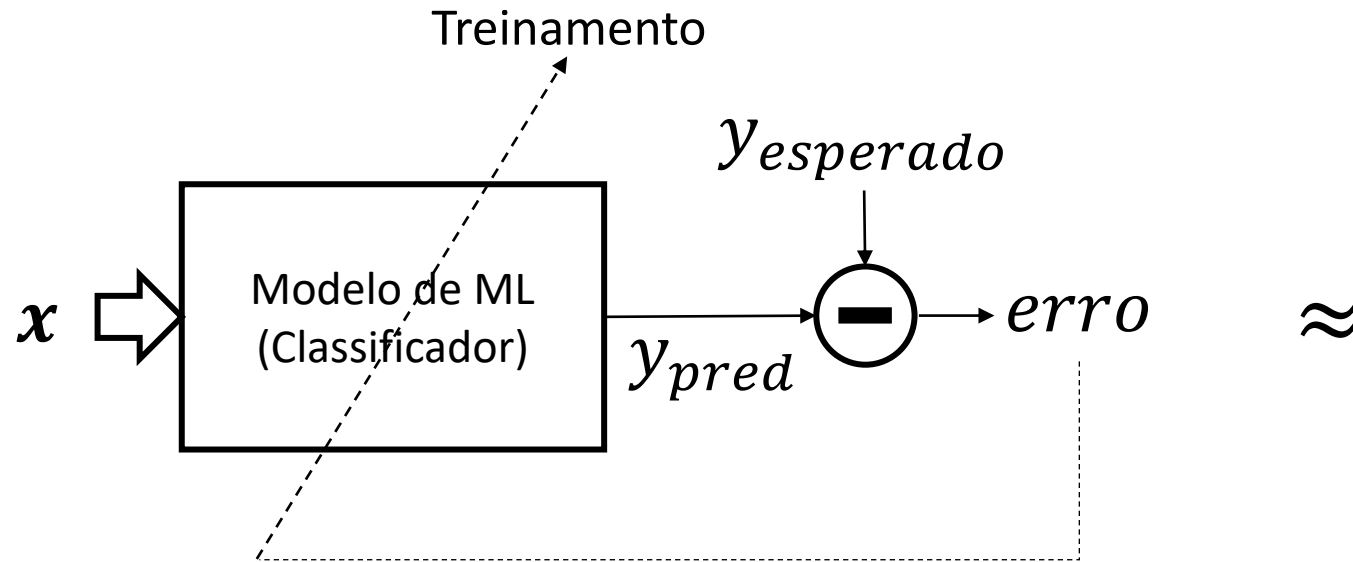
Objetivo do curso



```
def predict(x):  
    if( $g_1(x) \geq 0$ ):  
        y_pred[i] = 0  
    # Caso quando  $g_1(x) < 0$   
    else:  
        if( $g_2(x) < 0$ ):  
            y_pred[i] = 1  
        # caso quando #  $g_2(x) \geq 0$   
        else:  
            y_pred[i] = 2
```

Treinar modelos de ML que aprendam, **sem serem explicitamente programados**, a classificar as entradas, x , em suas respectivas classes.

Objetivo do curso



```
def predict(x):  
    if( $g_1(x) \geq 0$ ):  
        y_pred[i] = 0  
    # Caso quando  $g_1(x) < 0$   
    else:  
        if( $g_2(x) < 0$ ):  
            y_pred[i] = 1  
        # caso quando #  $g_2(x) \geq 0$   
        else:  
            y_pred[i] = 2
```

Ou seja, o objetivo é **encontrar funções discriminantes** (i.e., equação e seus respectivos pesos) que **minimizem** o **erro de classificação**.