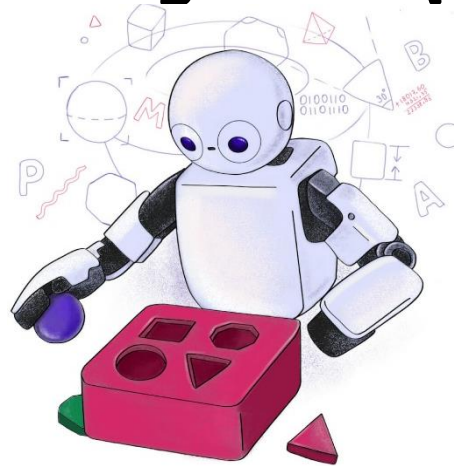


# T320 - Introdução ao Aprendizado de Máquina II: *Classificação (Parte I)*



**Inatel**

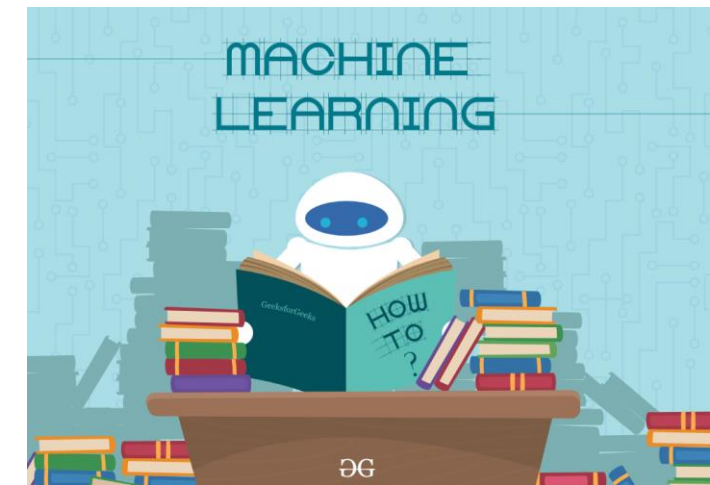
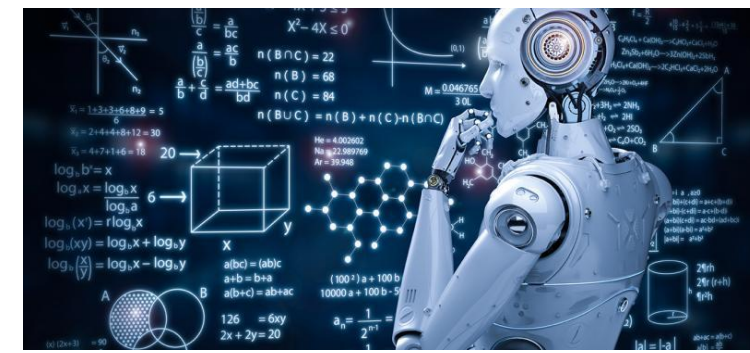
Felipe Augusto Pereira de Figueiredo  
felipe.figueiredo@inatel.br

# A disciplina

- Continuação de ***T319 - Introdução ao Aprendizado de Máquina I.***
- ***Curso introdutório*** onde veremos os conceitos básicos de funcionamento dos seguintes algoritmos de ***machine learning*** (ML):
  - Classificadores
    - Regressão Logística
    - Regressão Softmax
  - Redes Neurais
  - Clustering
    - k-Means
- O curso terá sempre uma parte ***expositiva*** e outra ***prática*** para fixação dos conceitos introduzidos.
  - Quizzes e exercícios envolvendo os conceitos discutidos.

# Objetivo do curso

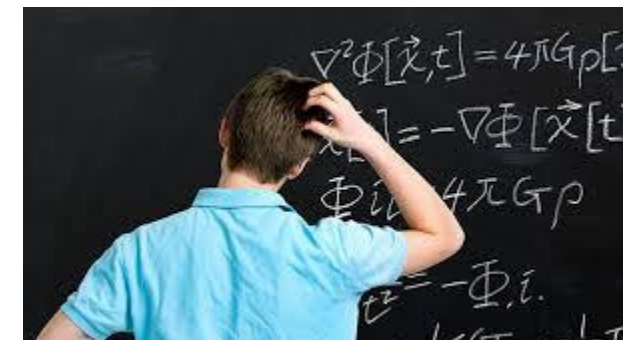
- O objetivo principal do curso é apresentar
  - os ***conceitos fundamentais*** da teoria do aprendizado de máquina.
  - um ***conjunto de ferramentas*** (ou seja, algoritmos) de aprendizado de máquina para solução de problemas.
- Ao final do curso vocês devem ser capazes de
  - Entender e discutir sobre os principais algoritmos de ML.
  - Compreender a terminologia utilizada na área.
  - Entender o funcionamento de novos algoritmos de ML.
  - Aplicar algoritmos de ML para a resolução de problemas.



# Critérios de Avaliação



- **Dois (2) trabalhos em grupo** com peso de 85% cada.
  - Envolvem questões práticas e/ou teóricas.
  - **Uma parte de cada trabalho será feita presencialmente.**
- Dois (2) conjuntos de exercícios (**quizzes e laboratórios**) com peso de 15% cada.
  - Podem sempre ser entregues até a próxima aula.
  - Devem ser resolvidos de forma **individual**.
  - Exercícios serão atribuídos e entregues através do MS Teams.
- Extra: 10% da nota da FETIN na segunda nota.
  - O trabalho precisa usar IA.
- **Frequência**
  - Gerada automaticamente pelo Teams.
  - Por favor, acompanhem suas frequências no portal.



# Cronograma

Aula	Data	Dia	Horário	Atividade
1	8/2/2025	Sábado	10:00 às 11:40	Introdução ao Aprendizado de Máquina
2	15/2/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
3	22/2/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
4	1/3/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
5	8/3/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
6	15/3/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
7	22/3/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
8	29/3/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
9	5/4/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
10	12/4/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
11	19/4/2025*			Introdução ao Aprendizado de Máquina
12	26/4/2025			<b>Avaliação Presencial I (Projeto I) (Sala I-XX)</b>
13	3/5/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
14	10/5/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
15	17/5/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
16	24/5/2025*			Introdução ao Aprendizado de Máquina
17	31/5/2025			<b>Avaliação Presencial II (Projeto II) (Sala I-XX)</b>
18	7/6/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
19	14/6/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina
20	21/6/2025			Introdução ao Aprendizado de Máquina

\*Feriados (reposições assíncronas)

# Referências

- [1] Stuart Russell e Peter Norvig, *“Artificial Intelligence: A Modern Approach,”* Prentice Hall Series in Artificial Intelligence, 3rd ed., 2015.
- [2] Aurélien Géron, *“Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems”*, 1st ed., O'Reilly Media, 2017.
- [3] Levy Boccato, “Notas de aula do curso Tópicos em Sistemas Inteligentes II - Aprendizado de Máquina” (IA006), disponíveis em [https://www.dca.fee.unicamp.br/~lboccato/ia006\\_2s2019.html](https://www.dca.fee.unicamp.br/~lboccato/ia006_2s2019.html) (2019).
- [4] Joseph Misiti, *“Awesome Machine-Learning,”* on-line data base with several free and/or open-source books (<https://github.com/josephmisiti/awesome-machine-learning>).
- [5] C. M. Bishop, *“Pattern Recognition and Machine Learning,”* Springer, 1st ed., 2006.
- [6] Coleção de livros, <https://tinyurl.com/mp64ksye>

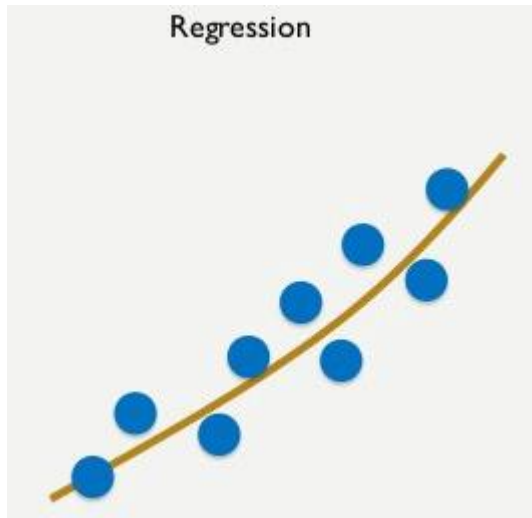
# Avisos

- Toda nossa comunicação (avisos, atendimentos e tarefas) será feita via Teams.
- Todas as aulas serão gravadas e os vídeos ficarão disponíveis na pasta “Recordings” dentro de “Arquivos”.
- Todo material do curso está disponível no GitHub:
  - [https://github.com/zz4fap/t320\\_aprendizado\\_de\\_maquina](https://github.com/zz4fap/t320_aprendizado_de_maquina)
- Entregas de exercícios (laboratórios e quizzes) devem ser feitas através do Teams.
  - Se atentem às datas e horários de entrega das atividades.
- Vídeos do minicurso de Python e de como usar o Colab estão na pasta "Recordings" dentro de “Arquivos”.
- Horários de Atendimento
  - Professor: quartas-feiras das 17:30 às 18:30 e quintas-feiras das 16:00 às 17:00.
  - Monitor (**Vítor Oliveira: [vitor.oliveira@ges.inatel.br](mailto:vitor.oliveira@ges.inatel.br)**): terças-feiras das 17:30 às 19:30.
  - Atendimento remoto via Teams.

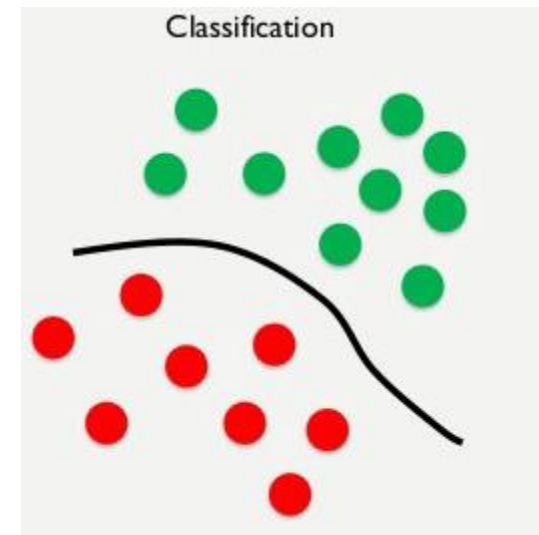


# Classificação

- Tarefa (ou problema) de aprendizado supervisionado.
  - As saídas esperadas (rótulos) são conhecidas.
- Envolve encontrar uma função,  $f(x)$ , que *mapeie* os atributos de entrada em um *conjunto finito de valores discretos*, ou seja, em classes.



$f(x)$  *aproxima* o comportamento dos dados.

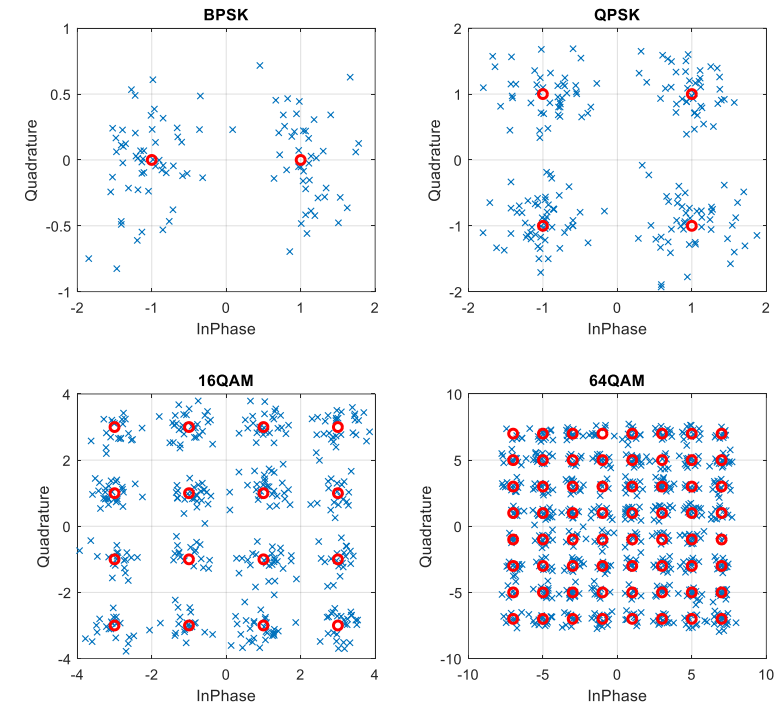
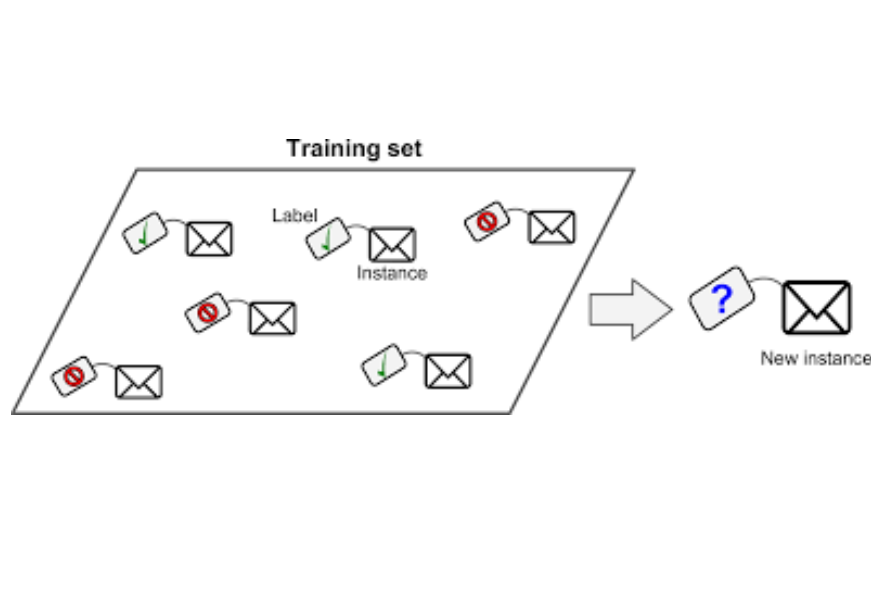


$f(x)$  *classifica* os dados.

$f(x)$  forma  
uma *fronteira  
de decisão*.

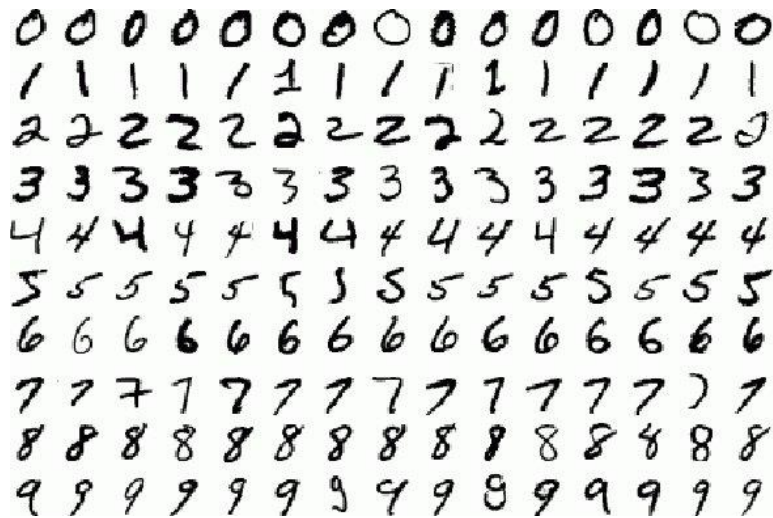


# Tarefas de classificação

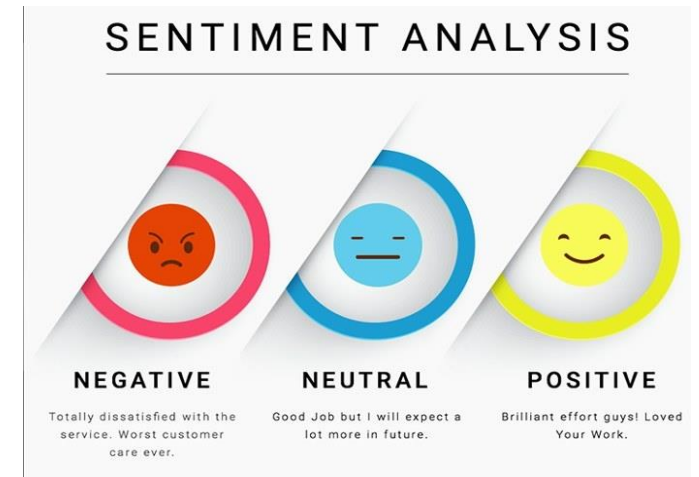


- Classificação de emails entre *spam* e *ham* (legítimo).
- Classificação de objetos em imagens ou vídeos.
- Detecção ou classificação de símbolos de modulações digitais.
- Classificação de modulações (QPSK, AM, FM, etc.).

# Tarefas de classificação



- Reconhecimento de texto.
- Classificação de texto (e.g., notícias).
- Classificação de sentimentos.
- Classificação do doenças (e.g., pulmonares).



# Definição do problema de classificação

- **Problema:** encontrar uma função,  $f(\mathbf{x})$ , que atribua a um **exemplo de entrada**,  $\mathbf{x}$ , uma de  $Q$  classes possíveis, as quais denotaremos como  $C_q, q = 1, \dots, Q$ .
  - Por exemplo, as classes podem ser
    - *Spam* e *ham* (legítimo):  $Q = 2$ .
    - Dígitos de 0 a 9:  $Q = 10$ .
    - Símbolos de uma modulação específica (e.g., QPSK:  $Q = 4$ ).
    - Objetos (carros, barcos, cães, gatos, etc.)
- Semelhante ao problema da **regressão linear**, existe um conjunto de treinamento com  $N$  pares de **vetores de atributos** e **rótulos**  $\{\mathbf{x}(i); y(i)\}_{i=0}^{N-1}$  que é utilizado para treinar um **classificador**, onde
  - $\mathbf{x}(i) = [x_1(i) \ \cdots \ x_K(i)]^T \in \mathbb{R}^{K \times 1}$  representa o  $i$ -ésimo vetor de atributos, o qual é composto por  $K$  atributos,  $x_1(i), \dots, x_K(i)$ ;
  - e  $y(i)$  representa o  $i$ -ésimo **rótulo**.

# Como representar a saída desejada?



- A ***saída desejada*** (i.e., ***rótulo***) de um classificador para um ***vetor de atributos***,  $x(i)$ , deve ser um valor que identifique a qual ***classe*** o vetor  $x(i)$  pertence.
- Sendo assim, a ***saída*** de um ***classificador*** é uma variável ***categórica*** (i.e., ***valor discreto pertencente a um conjunto finito***).

# Como representar a saída desejada?



- Portanto, para realizarmos o treinamento do ***modelo de classificação***, nós devemos escolher uma ***representação numérica*** para as ***saídas desejadas***.
- Assim, como veremos a seguir, duas opções podem ser adotadas, dependendo se a classificação é ***binária*** ( $Q = 2$ ) ou ***multi-classes*** ( $Q > 2$ ).

# Representação da saída desejada

- **Classificação binária** ( $Q = 2$ ): existem apenas duas classes possíveis,  $C_1$  e  $C_2$ , onde  $C_1$  é chamada de **classe negativa** e  $C_2$  de **classe positiva**.
- Portanto, nesse caso, o classificador possui **uma única saída escalar binária** para indicar a **classe** correspondente ao **vetor de atributos**:

$$y(i) = \begin{cases} 0, & \mathbf{x}(i) \in C_1 \\ 1, & \mathbf{x}(i) \in C_2 \end{cases}.$$

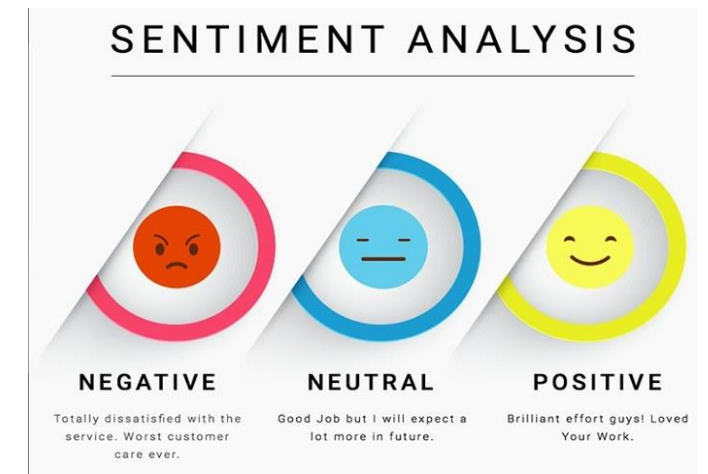
- Assim,  $y(i) \in \mathbb{R}^1$ , de maneira que **o classificador realiza um mapeamento**  $\mathbb{R}^{K \times 1} \rightarrow \mathbb{R}^1$ , ou seja,  $y = f(\mathbf{x})$ , onde  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{K \times 1}$  e  $y \in \mathbb{R}^1$ .
- Também é possível utilizar  $y(i) = -1$  para  $\mathbf{x}(i) \in C_1$ , ou seja

$$y(i) = \begin{cases} -1, & \mathbf{x}(i) \in C_1 \\ 1, & \mathbf{x}(i) \in C_2 \end{cases}.$$

# Representação da saída desejada



- **Classificação multi-classes:** existem mais de 2 classes possíveis ( $Q > 2$ ).
- Uma estratégia bastante utilizada para representar estas classes é conhecida como ***codificação one-hot***.



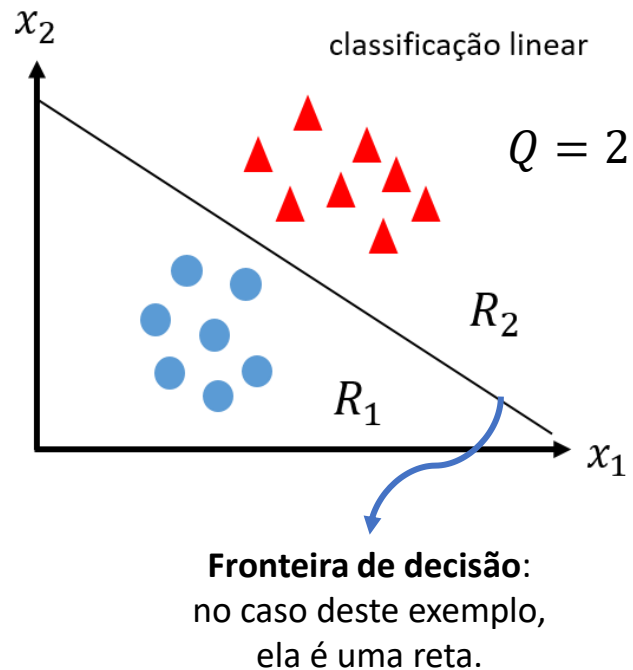


# Representação da saída desejada

- **Codificação one-hot:** utiliza uma representação **vetorial binária** para as saídas.
  - Ou seja, as saídas são vetores com o valor 1 no elemento representando a classe do exemplo de entrada e 0 nos demais elementos.
  - Nesse caso, o **classificador possui múltiplas saídas** ( $Q$  saídas), cada uma representando uma classe específica.
  - **Exemplo:** imaginemos um **classificador de notícias** com quatro classes possíveis: *esportes*, *política*, *ciências* e *variedades*. Como seria a representação com a codificação **one-hot**?

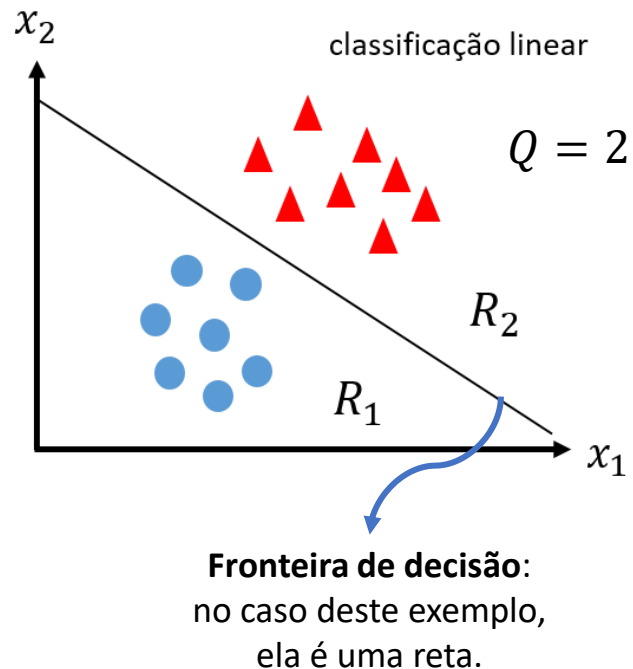
$$\left. \begin{array}{ll} \text{esportes:} & [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\ \text{política:} & [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]^T \\ \text{ciências:} & [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]^T \\ \text{variedades:} & [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T \end{array} \right\} \text{ Assim, } \mathbf{y}(i) \in \mathbb{R}^{Q \times 1}, \text{ de maneira} \\ \text{que o classificador realiza um} \\ \text{mapeamento } \mathbb{R}^{K \times 1} \rightarrow \mathbb{R}^{Q \times 1}.$$

# Fronteiras de decisão de um classificador



- Antes, nós usávamos **funções hipótese** para **aproximar o comportamento de um conjunto de dados**, agora, as usaremos para **separar grupos de dados (i.e., classes)**.
- Para facilitar o entendimento, vamos imaginar o **espaço bi-dimensional**,  $\mathbb{R}^2$ , criado pelos **atributos**  $x_1$  e  $x_2$ , mostrado na figura ao lado.
- Os **pares de atributos** pertencem a duas classes ( $Q = 2$ ):
  - Círculos azuis pertencem à classe  $C_1$ .
  - Triângulos vermelhos pertencem à classe  $C_2$ .

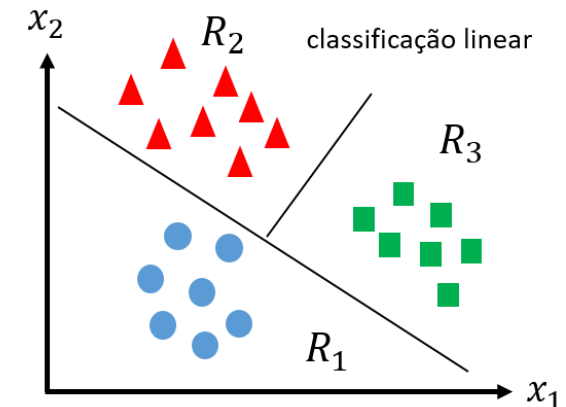
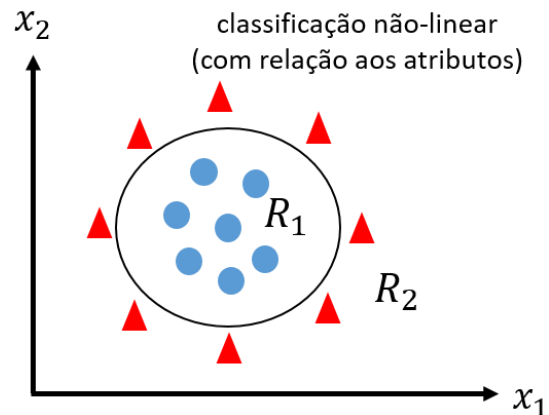
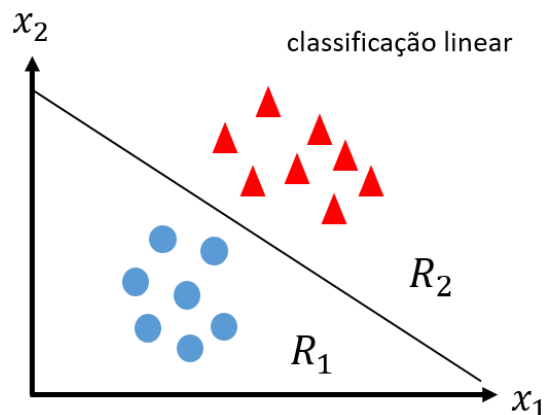
# Fronteiras de decisão de um classificador



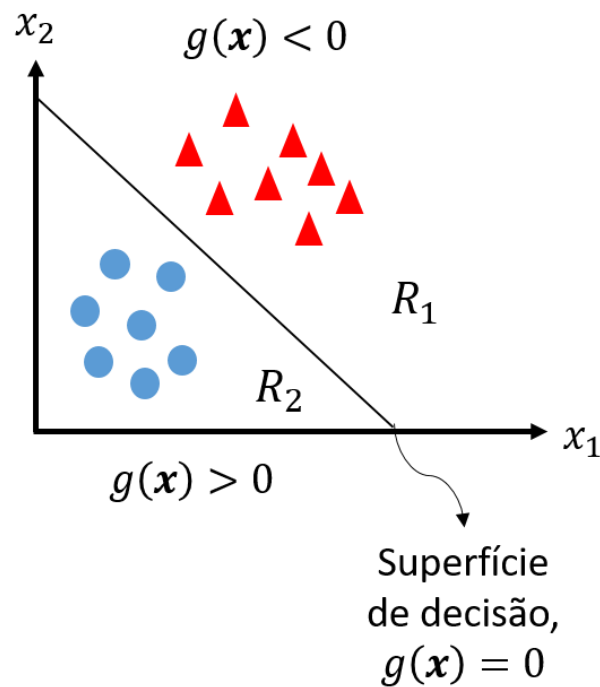
- Esse espaço pode ser dividido em **duas regiões de decisão**,  $R_1$  e  $R_2$ , onde cada **região** corresponde a uma classe.
- As regiões de decisão são separadas por **fronteiras de decisão**, que nada mais são do que **funções**.
- Na figura, como  $Q = 2$ , temos apenas uma fronteira de decisão.
- Uma **fronteira de decisão** corresponde a uma **superfície de separação** (1D, 2D, 3D, etc.) no **espaço de atributos** que separa as classes.

# Fronteiras de decisão de um classificador

- As **superfícies de separação** podem ser **lineares** (e.g., retas e planos) ou **não-lineares** (e.g., círculos e elipses).
- As **superfícies de separação** são definidas por **funções** (lineares ou não) que separam as classes.
- Essas funções são normalmente chamadas de **funções discriminantes**, pois separam as classes.
- As figuras abaixo mostram **regiões de separação** em problemas de classificação **binária** e **multi-classes**.



# Funções discriminantes



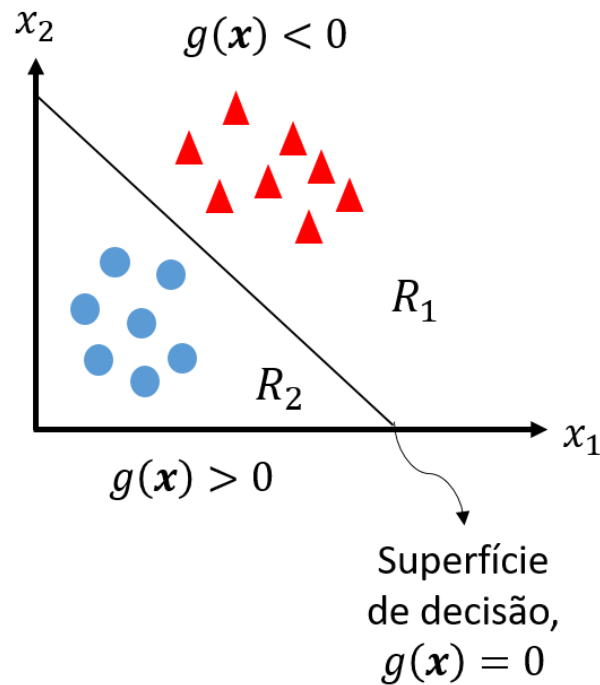
- Uma **função discriminante linear** pode ser escrita da seguinte forma

$$g(\mathbf{x}) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_Kx_K = \mathbf{a}^T \mathbf{x},$$

que nada mais é do que uma **combinação linear dos atributos em relação aos pesos**, assim como nós vimos em regressão linear.

- $g(\mathbf{x})$  também pode ser interpretada como um **hiperplano** que separa as classes.
- Um **hiperplano** pode ser 1 ponto em 1D, uma reta em 2D, um plano em 3D, etc.
  - O coeficiente  $a_0$  (**bias**) dá o deslocamento com relação à origem.
  - E o restante dos pesos determina a orientação do **hiperplano**.

# Funções discriminantes



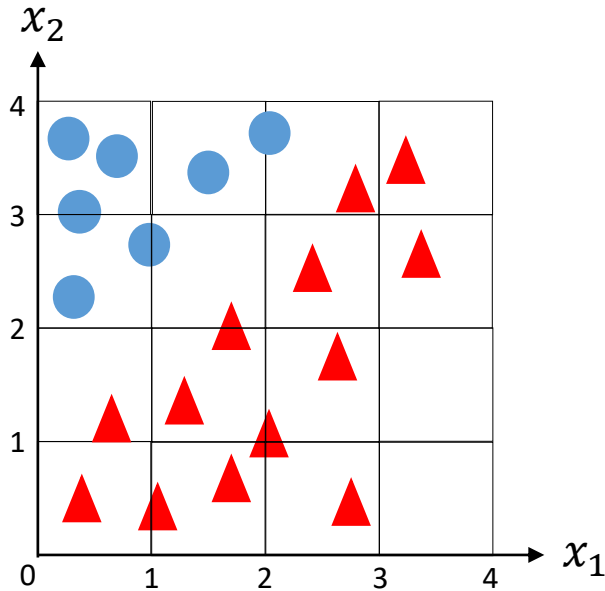
- Nosso **objetivo é encontrar os pesos da função discriminante** de tal forma que a classe atribuída a um exemplo de entrada seja:

$$C_q = \begin{cases} 1, & g(\mathbf{x}) < 0 \\ 2, & g(\mathbf{x}) > 0 \\ \text{uma ou outra,} & g(\mathbf{x}) = 0 \end{cases}$$

Acima da função.  $g(\mathbf{x}) < 0$   
Abaixo da função.  $g(\mathbf{x}) > 0$   
Indeterminação: empate entre as classes, pois a amostra está sobre a função.  $g(\mathbf{x}) = 0$

- OBS.: Podemos usar também **funções discriminantes não-lineares em relação aos atributos**, e.g.,  $g(\mathbf{x}) = a_0 + x_1^2 + x_2^2$  (eq. de um círculo centrado na origem, onde  $a_0 = -r^2$ ).

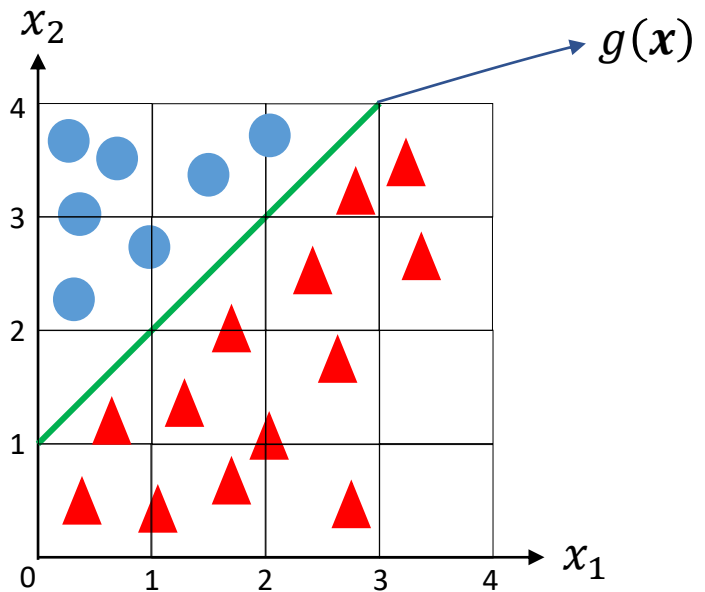
# Exemplo: Encontrando os pesos da função discriminante, $g(\mathbf{x})$



- Analisem a figura ao lado.
- Temos 2 classes, 2 atributos,  $x_1$  e  $x_2$ , e queremos encontrar uma **função discriminante**,  $g(\mathbf{x})$ , que as separe.
- Qual formato deve ter esta **função discriminante** para que ela tenha boa capacidade de generalização?
  - Lembrem-se do princípio da navalha de Occam: *a explicação mais simples (i.e., menos complexa) é geralmente a mais provável de estar correta.*

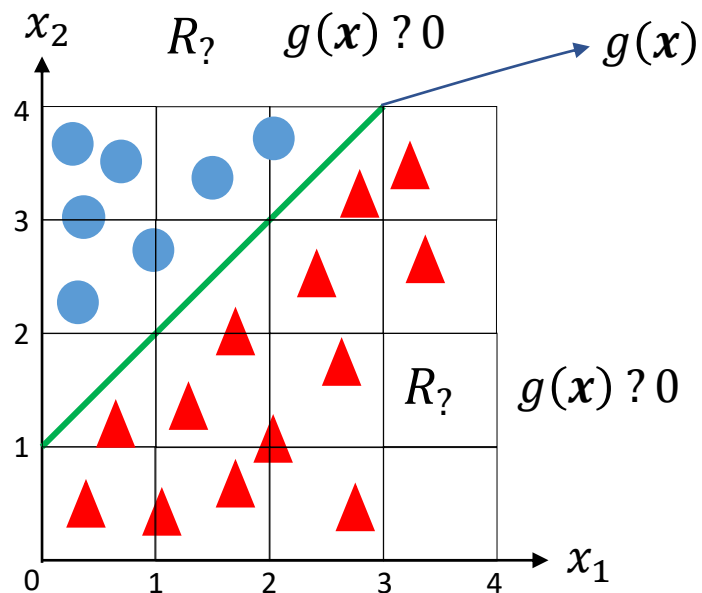


# Exemplo: Encontrando os pesos da função discriminante, $g(\mathbf{x})$



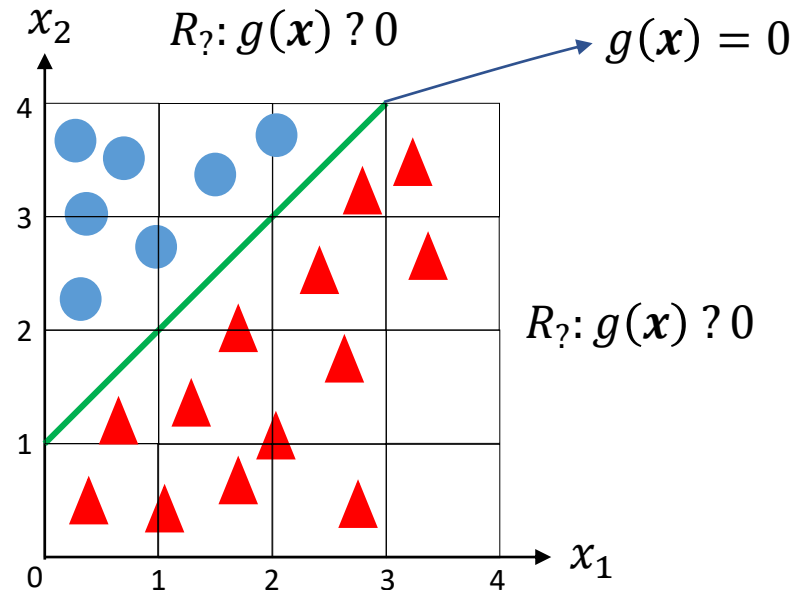
- Qual formato deve ter esta **função discriminante** para que ela tenha boa capacidade de generalização?
  - O formato mais simples, seguindo o princípio da navalha de Occam, é o de uma **reta** traçada no plano formado por  $x_1$  e  $x_2$ .

# Exemplo: Encontrando os pesos da função discriminante, $g(\mathbf{x})$



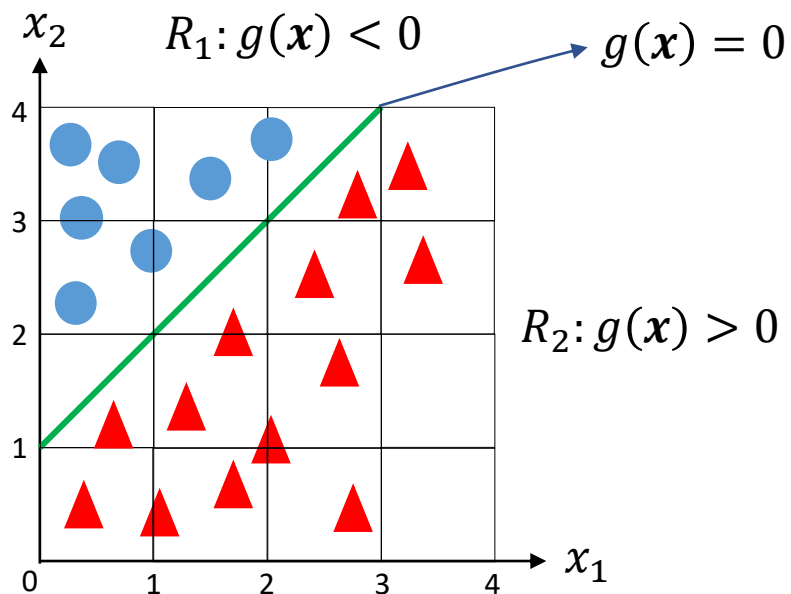
- **Visualmente**, nós traçamos a reta em uma posição que separe as classes da melhor forma possível.
- A **função discriminante** que representa esta reta é definida como
$$g(\mathbf{x}) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$
- Agora que definimos o formato da função e sua posição no gráfico, precisamos encontrar os **pesos** e, com isso, definir as **regiões de decisão**.
- Como podemos encontrar os pesos?

# Exemplo: Encontrando os pesos da função discriminante, $g(\mathbf{x})$



- Se temos 3 incógnitas, precisamos de um sistema com 3 equações:
  - $(x_1 = 0, x_2 = 1) \rightarrow 0 = a_0 + a_2 \therefore a_0 = -a_2$
  - $(x_1 = 1, x_2 = 2) \rightarrow 0 = a_0 + a_1 + 2a_2 \therefore a_1 = -(a_0 + 2a_2)$
  - $(x_1 = 2, x_2 = 3) \rightarrow 0 = a_0 + 2a_1 + 3a_2 \therefore a_1 = -(a_0 + 3a_2)/2$
- Resolvendo o sistema, encontramos  $a_0 = 1, a_1 = 1, a_2 = -1$ , então
  - $g(\mathbf{x}) = 1 + x_1 - x_2$

# Exemplo: Encontrando os pesos da função discriminante, $g(\mathbf{x})$



- Agora, vamos definir as **regiões de decisão** substituindo alguns valores em  $g(\mathbf{x}) = 1 + x_1 - x_2$ .
  - $x_1 = 1$  e  $x_2 = 1$  resulta em  $g(\mathbf{x}) > 0$ .
    - ✓ Região da classe **positiva**,  $C_2$ .
  - $x_1 = 1$  e  $x_2 = 3$  resulta em  $g(\mathbf{x}) < 0$ .
    - ✓ Região da classe **negativa**,  $C_1$ .
  - $x_1 = 1$  e  $x_2 = 2$  resulta em  $g(\mathbf{x}) = 0$ .
    - ✓ **Indeterminação**: não podemos afirmar a qual classe o exemplo pertence.
    - ✓ Podemos atribuir arbitrariamente a uma das duas classes ou escolher a classe que possui maior número de exemplos.
- O classificador pode ser implementado como uma estrutura de controle de fluxo.

# Tarefas

- **Quiz:** “*T320 - Quiz - Classificação (Parte I)*” que se encontra no MS Teams.
- **Exercício Prático:** [Laboratório #1](#).
  - Pode ser acessado através do link acima (Google Colab) ou no GitHub.
  - Se atentem aos prazos de entrega.
  - [Instruções para resolução e entrega dos laboratórios](#).

Obrigado!

