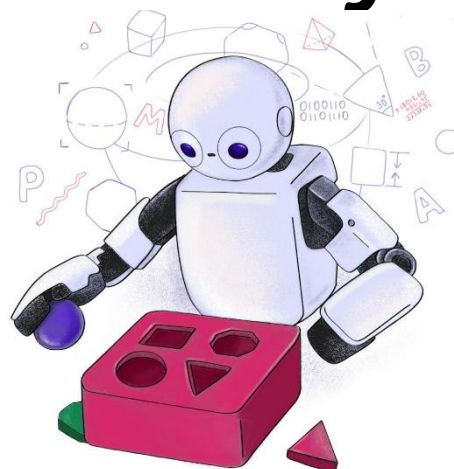


# T320 - Introdução ao Aprendizado de Máquina II: *Redes Neurais Artificiais (Parte I)*



***Inatel***

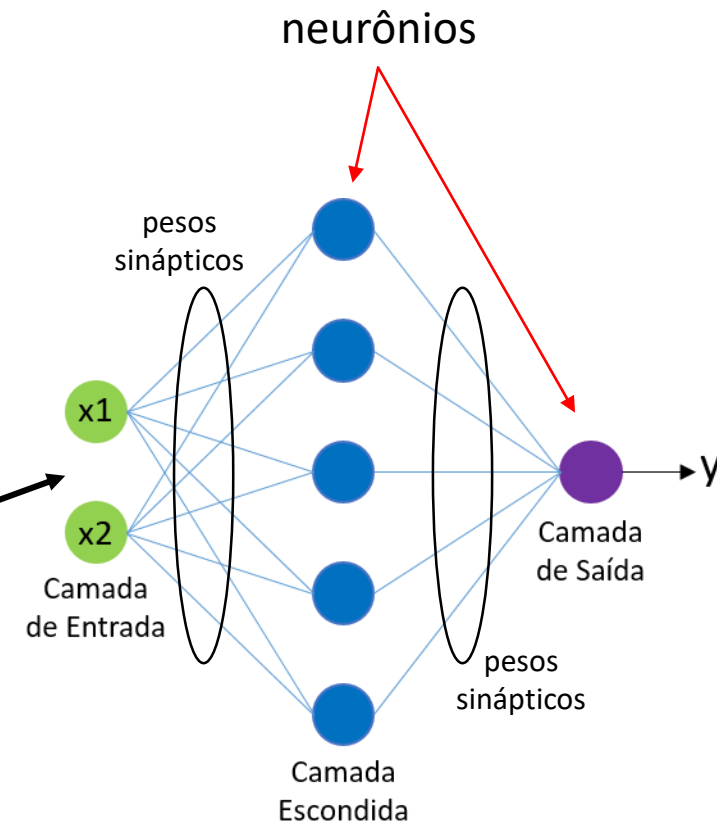
Felipe Augusto Pereira de Figueiredo  
felipe.figueiredo@inatel.br

# Introdução

- A partir desta aula, começamos a discutir a respeito de um tópico que parece, inicialmente, não ser relacionado com a disciplina: o cérebro.
- Entretanto, como veremos a seguir, as ideias que discutimos até agora serão úteis na construção de ***modelos matemáticos que aproximam a atividade de aprendizagem do cérebro.***
- E, como veremos, essas ideias que já discutimos, nos ajudarão a entender o funcionamento das ***redes neurais artificiais*** (RNAs).
- Redes neurais artificiais são uma das formas mais populares e efetivas para implementação de sistemas de aprendizado de máquina e mereceriam por si só uma disciplina em separado.
- Portanto, neste tópico, veremos uma breve visão geral sobre as RNAs.

# Redes Neurais Artificiais

- **Redes neurais artificiais** são modelos computacionais inspirados pelo funcionamento do cérebro dos animais.
- Elas são capazes de realizar tarefas de aprendizado de máquina (e.g., regressão e classificação) com grande eficácia.
- RNAs são geralmente apresentadas como **sistemas de nós (unidades ou neurônios) interconectados**, que geram valores de saída, simulando o comportamento de **redes neurais biológicas**.
- Esta primeira parte deste tópico, foca nos elementos básicos de construção de uma rede neural, os **nós** ou **neurônios**.



# Algumas aplicações famosas

- RNAs são versáteis, poderosas e escalonáveis, tornando-as ideais para realizar tarefas grandes e altamente complexas de ***aprendizado de máquina***, como por exemplo:
  - Classificar bilhões de imagens (por exemplo, como o Google Images, Facebook, etc. fazem),
  - Serviços de reconhecimento de fala (por exemplo, a Siri da Apple, Alexa da Amazon e Google Assistant),
  - Recomendar vídeos que melhor se adequam ao comportamento de centenas de milhões de usuários todos os dias (por exemplo, YouTube, Netflix),
  - Pilotar um veículo com pouca ou nenhuma intervenção humana.



Alexa



Google  
Assistant



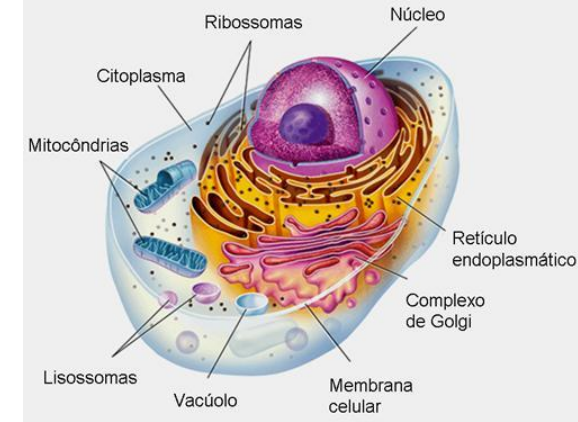
Siri



WAYMO



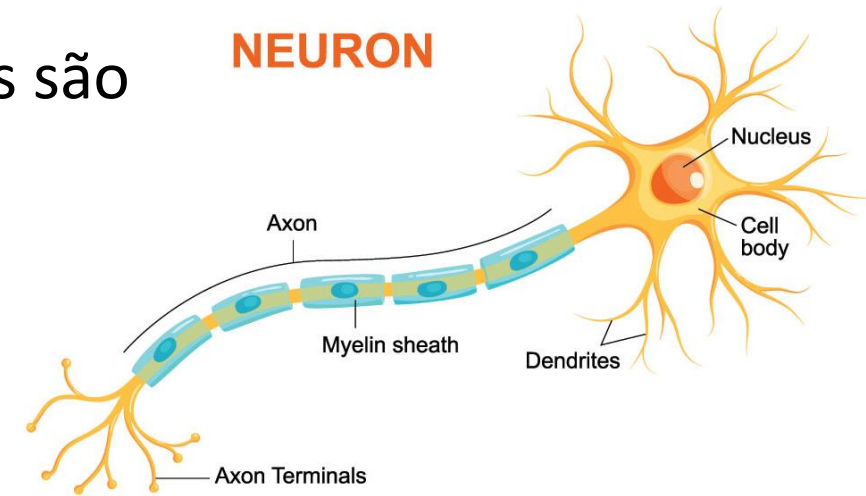
# Um pouco de contexto



- A descoberta da célula em 1665 por Robert Hooke foi importantíssima para que houvesse uma melhor compreensão da estrutura dos seres vivos.
- Podemos considerar a célula como sendo o **átomo da vida**.
- Células podem ser classificadas em **procariontes** e **eucariontes**.
- Células **procariontes** têm uma estrutura simples e não possuem núcleo (e.g., bactérias).
- As células **eucariontes** (plantas, animais, fungos, protozoários, algas, e amebas) possuem três partes principais: **membrana**, **citoplasma** e **núcleo**.
  - A **membrana** “delimita a célula”, i.e., ela isola seu interior do meio externo.
  - O **citoplasma** é o espaço intracelular entre a membrana e o núcleo.
    - Ele é preenchido pelo **citosol** onde estão suspensas as **organelas** (e.g., mitocôndrias, lisossomos, etc.).
  - Já o **núcleo** controla as atividades celulares e armazena a maior parte da informação genética (DNA) da célula.

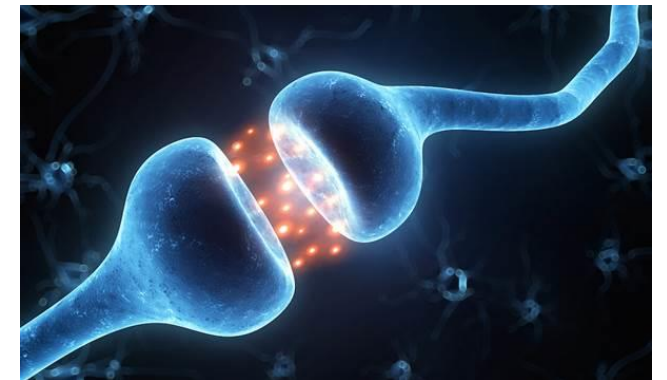
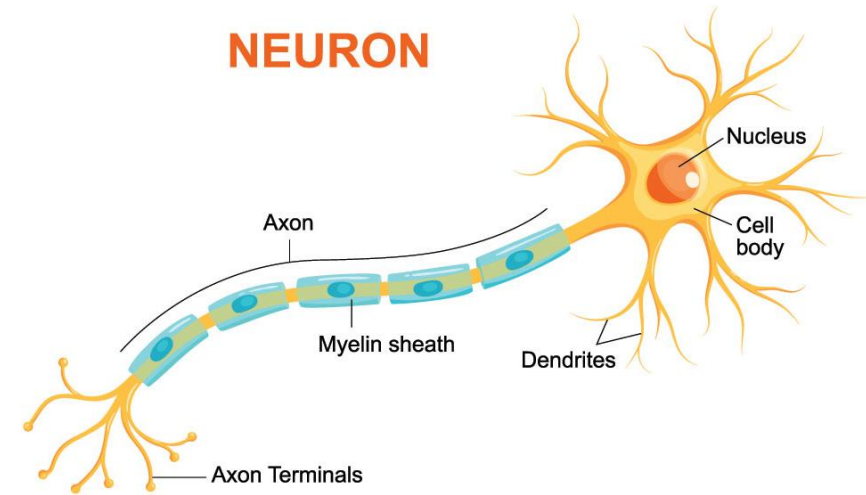
# Um pouco de contexto

- Os **neurônios** são células **eucariontes** também, mas são células que possuem **mecanismos eletroquímicos** característicos.
- Os neurônios apresentam três partes básicas: os **dendritos**, o **axônio** e o **corpo celular (soma)**.
- Os **dendritos** são prolongamentos do neurônio que garantem a **recepção de estímulos** de outros neurônios, levando impulsos nervosos em direção ao **corpo celular**.
- O **axônio** é um prolongamento que garante o envio de informação (estímulos) a outros neurônios através de seus **terminais**.
- Cada neurônio possui apenas um axônio, o qual é, geralmente, mais longo que os dendritos.



# Um pouco de contexto

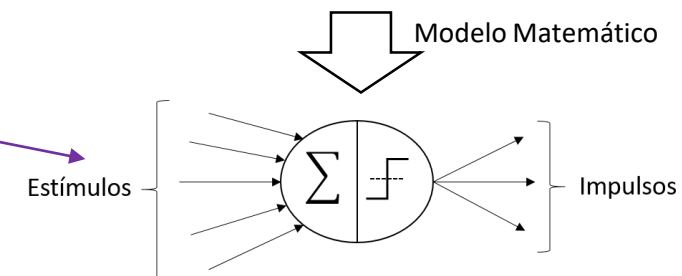
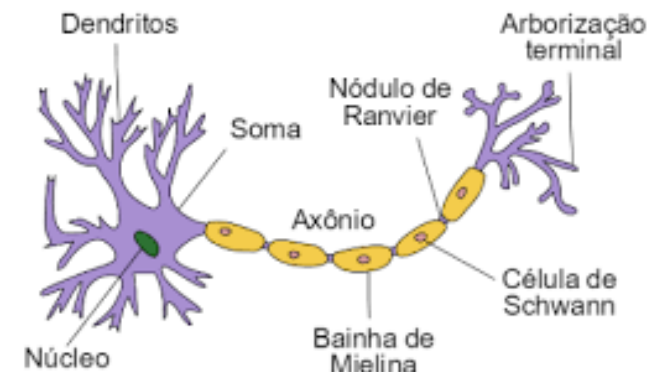
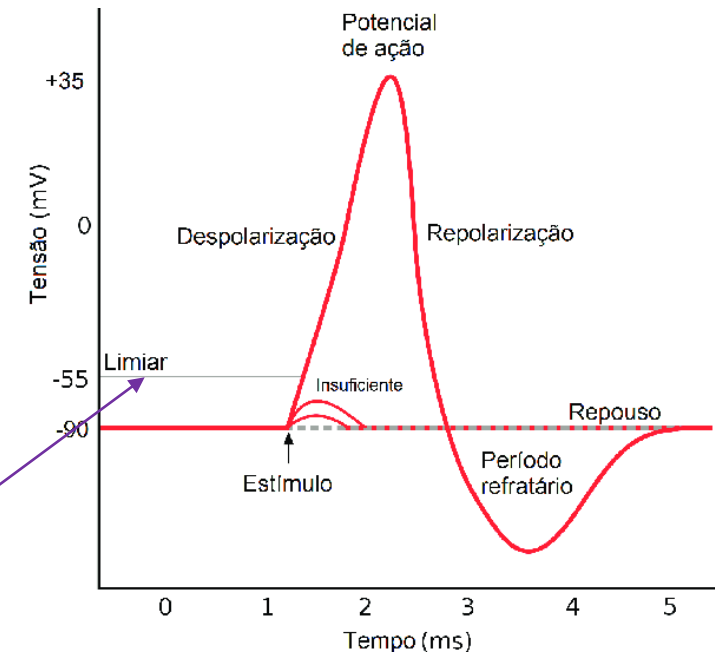
- O ***corpo celular*** (também conhecido como ***soma***) contém o núcleo do neurônio e é responsável por realizar a ***integração*** dos estímulos recebidos pelo neurônio através de seus dendritos.
- Os pontos de contato entre os dendritos de um neurônio e os terminais do axônio de outro neurônio são chamados de ***sinapses***.
- Ou seja, os neurônios se comunicam uns com os outros através das ***sinapses***.
- Sinapses podem ser químicas, as mais comuns, ou elétricas, muito pouco comuns.
- As figuras ao lado mostram o esquema de um ***neurônio*** e uma sinapse química.





# Um pouco de contexto

- Em termos bem simples, mas lembrando de que existem exceções, nós podemos simplificar o funcionamento do **neurônio** como:
  - O neurônio recebe estímulos elétricos, basicamente a partir dos dendritos.
  - Esses estímulos são somados no corpo celular (*soma*).
  - Se a soma dos estímulos exceder um certo **limiar de ativação**, o **neurônio** gera um pulso (ou **potencial de ação**) que é enviado pelos terminais do axônio a outros neurônios.
- Um **neurônio** pode se conectar a até 20.000 outros **neurônios** através das **sinapses**.
- Sinais são passados de **neurônio** para **neurônio** através de **reações eletroquímicas**.
- Do ponto de vista do nosso curso, o **neurônio** será considerado como um **sistema com várias entradas e uma ou mais saídas** onde a comunicação entre neurônios é feita através de sinais elétricos.





# O Modelo de McCulloch e Pitts

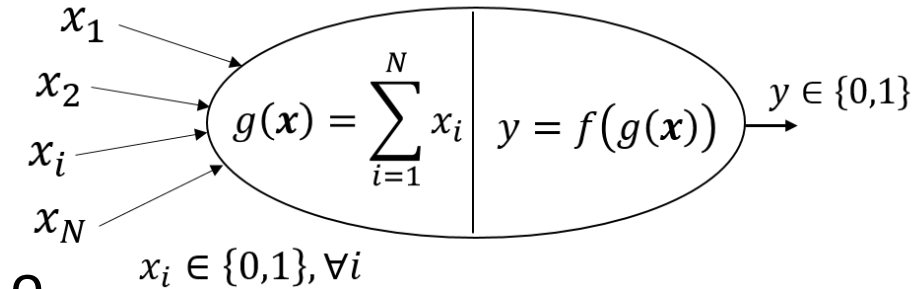


Walter Pitts e  
Warren McCulloch

- O final do século XIX e o início do século XX foram períodos fundamentais para o estabelecimento do conhecimento atual do sistema nervoso.
- De posse desse entendimento, em 1943, dois neurocientistas, Warren McCulloch e Walter Pitts apresentam em um artigo científico o primeiro **modelo computacional** de um neurônio.
- A partir desse modelo, foi possível estabelecer uma conexão entre o funcionamento de um neurônio e a **lógica proposicional**.
- **Lógica proposicional** se baseia em **proposições**.
  - Uma **proposição** é uma **sentença declarativa** ou **afirmação**, ou seja, é uma sentença que faz uma **afirmação** sobre um fato, podendo este ser verdadeiro ou falso.
- O artigo de McCulloch e Pitts fornece *insights* fundamentais sobre como a **lógica proposicional** pode ser processada por um neurônio.
- Existe uma correspondência direta entre a lógica proposicional e a lógica Booleana.
  - Podemos pensar em uma **sentença declarativa** como sendo uma **expressão Booleana**
    - $1 \text{ ou } 1 = 1$
    - $1 \text{ e } 0 = 0$
- A partir desta correspondência, a relação com a computação foi direta e natural.

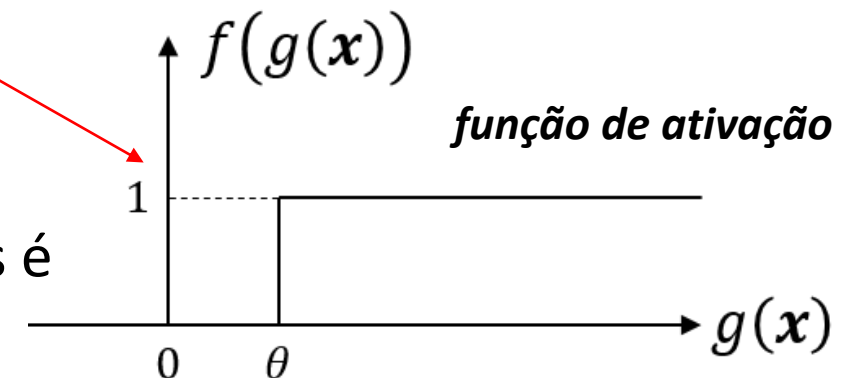
# O Modelo de McCulloch e Pitts

- A figura ao lado apresenta o modelo matemático do **neurônio** proposto por McCulloch e Pitts.
- Grosso modo, o **neurônio** é ativado (ou disparado) quando a **combinação linear** de suas entradas excede o **limiar de ativação**,  $\theta$ .
- As premissas do modelo de McCulloch e Pitts (M-P) são:
  - Os valores das entradas,  $x_i, \forall i$ , ou também chamados de **sinapses**, são sempre valores booleanos, i.e., '0', ou '1'.
  - As entradas são multiplicadas por pesos unitários (+/- 1).
  - A atividade do **neurônio** é um processo do tipo "**tudo ou nada**", ou seja, um processo binário (0 ou 1).
  - Portanto, a **função de ativação** do neurônio é uma **função degrau** com **ponto de disparo** dependente do **limiar de ativação**,  $\theta$ .
  - Um certo número de **sinapses** deve ser excitado para que o neurônio "dispare".
- O modelo do **neurônio** de McCulloch e Pitts nada mais é do que um **classificador linear com limiar de decisão rígido**, **pesos unitários** e **atributos booleanos**.



$$y = f(g(x)) = \begin{cases} 1, & \text{se } g(x) \geq \theta \\ 0, & \text{se } g(x) < \theta \end{cases}$$

onde  $\theta$  é o **limiar de ativação**.

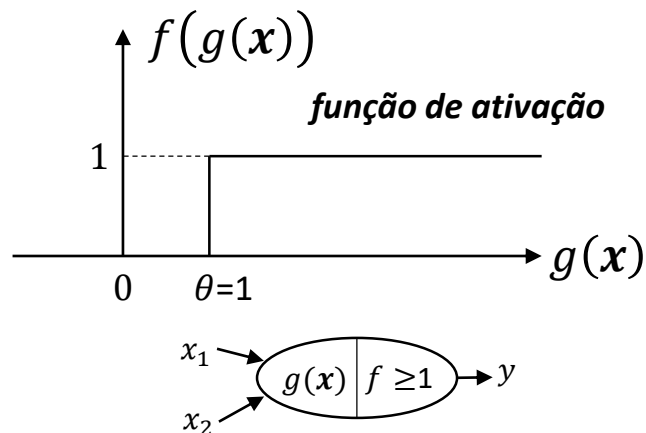


# Exemplos de portas lógicas com o modelo M-P

Podem ser interpretados como problemas de classificação.

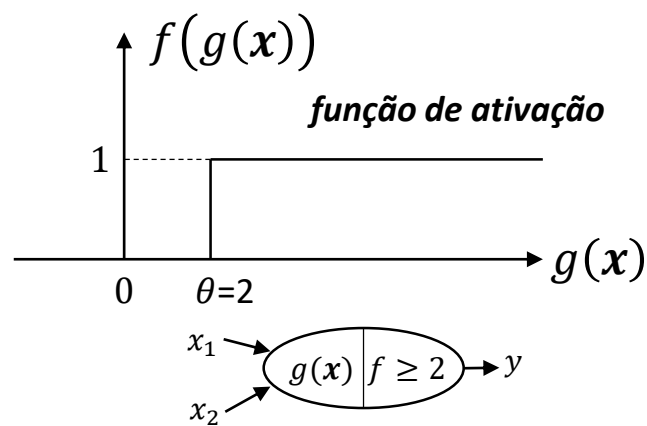
OR			
$x_1$	$x_2$	$g(x)$	$y$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	2	1

- Qual é o valor do **limiar de ativação**,  $\theta$ ?
- Analisando-se  $g(x)$ , vemos que o disparo deve ocorrer quando  $g(x) \geq 1$ , portanto,  $\theta = 1$ .



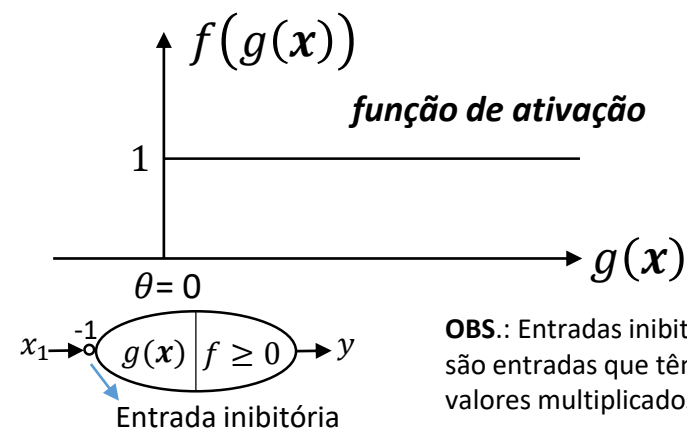
AND			
$x_1$	$x_2$	$g(x)$	$y$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	2	1

- Qual é o valor do **limiar de ativação**,  $\theta$ ?
- Analisando-se  $g(x)$ , vemos que o disparo deve ocorrer quando  $g(x) \geq 2$ , portanto,  $\theta = 2$ .



NOT			
$x_1$	$-x_1$	$g(x)$	$y$
0	0	0	1
1	-1	-1	0

- Qual é o valor do **limiar de ativação**,  $\theta$ ?
- Analisando-se  $x_1$ , vemos que para o disparo ocorrer, seu valor deve ser **negado** (i.e., multiplicado por -1), e assim, o disparo ocorre quando  $g(x) \geq 0$ , portanto,  $\theta = 0$ .



**OBS.:** Entradas inibitórias são entradas que têm seus valores multiplicados por -1.

# Exemplos de portas lógicas com o modelo M-P

- Qual deve ser o valor do **limiar de ativação**,  $\theta$ , para a porta lógica XOR?

Sem entradas inibitórias.

XOR			
$x_1$	$x_2$	$g(x)$	$y$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	2	0

$$0 < g(x) < 2$$

$x_1$  como entrada inibitória.

XOR			
$-x_1$	$x_2$	$g(x)$	$y$
0	0	0	0
0	1	1	1
-1	0	-1	1
-1	1	0	0

$$g(x) \leq -1 \text{ ou } g(x) \geq 1$$

$x_2$  como entrada inibitória.

XOR			
$x_1$	$-x_2$	$g(x)$	$y$
0	0	0	0
0	-1	-1	1
1	0	1	1
1	-1	0	0

$$g(x) \leq -1 \text{ ou } g(x) \geq 1$$

$x_1$  e  $x_2$  como entradas inibitórias.

XOR			
$-x_1$	$-x_2$	$g(x)$	$y$
0	0	0	0
0	-1	-1	1
-1	0	-1	1
-1	-1	-2	0

$$-2 < g(x) < 0$$

- Resposta:** com um único modelo de M-P, não é possível encontrar um **limiar de ativação** que resolva este problema, pois como veremos adiante, este problema não é **linearmente separável**.
- O modelo de M-P só resolve problemas **linearmente separáveis**.

# Tarefa

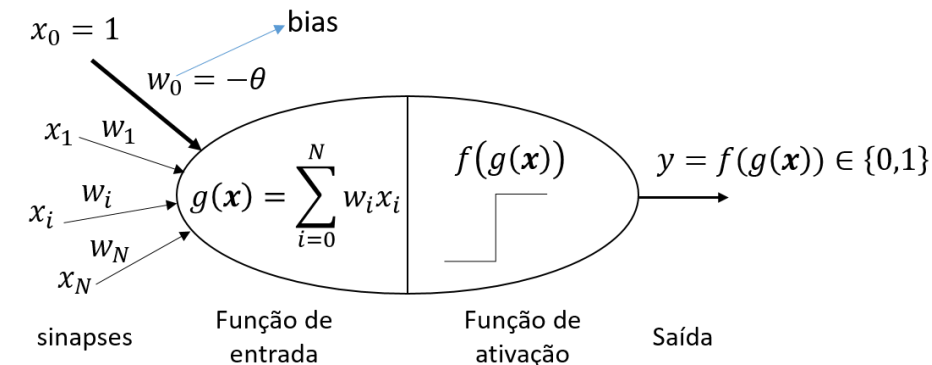
- **Quiz:** “*T320 - Quiz – Redes Neurais Artificiais (Parte I)*” que se encontra no MS Teams.

# Perceptron

- Em 1958, Frank Rosenblatt, propôs um novo **modelo computacional mais geral** que o modelo do **neurônio** de McCulloch e Pitts.
- O modelo criado por ele é chamado de **perceptron** e é mostrado na figura ao lado.
- O **perceptron** é um modelo para **aprendizado supervisionado** de **classificadores binários**, ou seja **problemas com duas classes**.
- Assim como o modelo de M-P, o **perceptron** só é capaz de classificar padrões **linearmente separáveis**.
- Ou seja, o **perceptron** também não resolve o problema da classificação XOR.

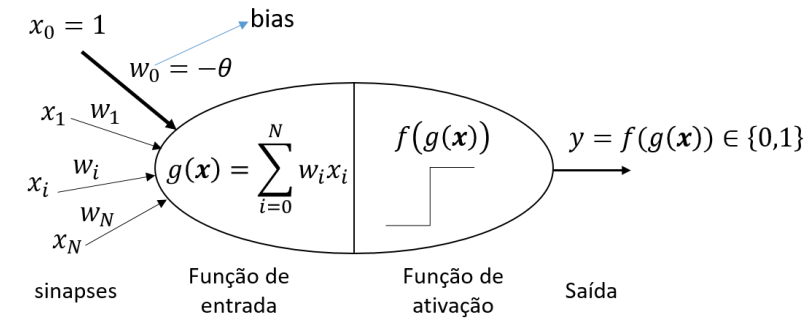


Frank Rosenblatt



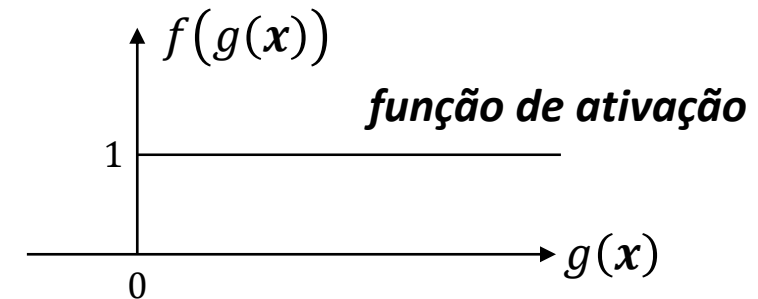
# Perceptron

- Esse novo modelo supera algumas das limitações do modelo de M-P:
  - Introdução do conceito de ***pesos sinápticos*** (uma medida de importância dos atributos) para as entradas (ou ***sinapses***).
  - E um método para que o modelo aprenda os ***pesos***.
- Além disso, as entradas não são mais limitadas a valores booleanos, como no caso do modelo de M-P, suportando ***entradas com valores reais***, o que torna este modelo mais útil e generalizado.
- Assim como no modelo de M-P, a ***função de ativação*** utilizada pelo ***perceptron*** também é a ***função degrau*** com a diferença que aqui ela não mais depende do ***limiar de ativação***,  $\theta$ .



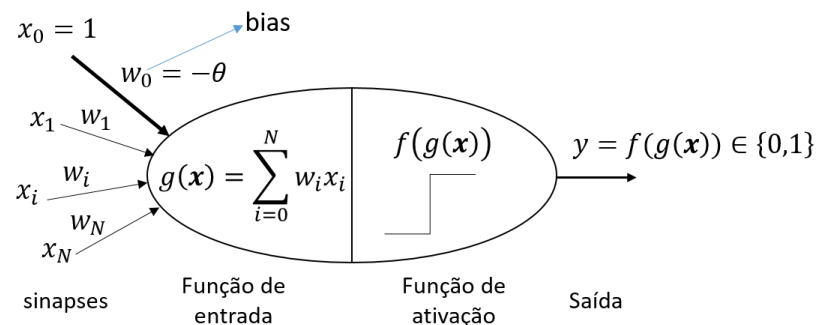
$$y = f(g(x)) = \begin{cases} 1, & \text{se } g(x) \geq 0 \\ 0, & \text{se } g(x) < 0 \end{cases}$$

Percebam que o ***limiar de ativação***,  $\theta$ , agora faz parte das entradas e é chamado de ***bias***.





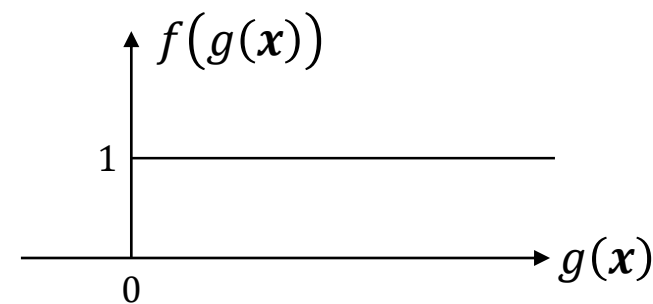
# Perceptron



- A ativação do **perceptron** é causada pela **combinação linear** dos **estímulos de entrada** em relação aos **pesos sinápticos**.
  - Se a **combinação linear** exceder o **limiar de ativação**,  $\theta$ , o **disparo** ocorre.
  - Isso é expresso por uma **função de ativação** do tipo **degrau**.
- Notem que a **função de ativação**,  $f(\cdot)$ , tem a transição para o valor 1 quando  $g(x) = 0$  e o **limiar de ativação** é controlado, indiretamente, pelo valor do **peso de bias**,  $w_0$ .
  - O **limiar de ativação** foi absorvido pela combinação linear,  $g(x)$ , e, portanto, podemos usar a **função de ativação** com transição fixa em zero, pois agora, ajusta-se o limiar de ativação indiretamente, através da atualização do peso  $w_0$ .
- Como podemos ver, a **função discriminante**,  $g(x)$ , do **perceptron** tem a forma de um **hiperplano**

$$g(x) = \sum_{i=0}^N w_i x_i. \text{ (combinação linear das entradas)}$$

- Portanto, como já sabemos, este tipo de função dá origem a um **classificador binário** onde as classes são separadas por uma **superfície de separação linear**.



Para que tenhamos  $y = 1$ , então

$$w_0 + \sum_{i=1}^N w_i x_i \geq 0 \quad \therefore \quad \sum_{i=1}^N w_i x_i \geq -w_0$$

Por exemplo

- Se  $w_0 = 1$ ,  $\sum_{i=1}^N w_i x_i \geq -1$ .
- Se  $w_0 = -1$ ,  $\sum_{i=1}^N w_i x_i \geq 1$ .

# Regra de aprendizado do perceptron

- Devido ao fato de que a **função degrau**,  $f(g(x))$ , ter derivada igual a zero em todos os pontos exceto em  $g(x) = 0$ , onde ela é indefinida, nós não podemos utilizar o **gradiente descendente**.
- Entretanto, como aprendemos anteriormente, usamos a **regra de aprendizado do perceptron** para treinar o modelo.
- É uma regra simples e intuitiva para atualização dos pesos do modelo.
- No caso do perceptron, onde  $g(x)$  é um hiperplano, a regra converge para uma solução perfeita se as classes forem **linearmente separáveis**:
  - Classes **suficientemente espaçadas** e que podem ser separadas por um **hiperplano**.
- A **equação de atualização dos pesos** é definida como

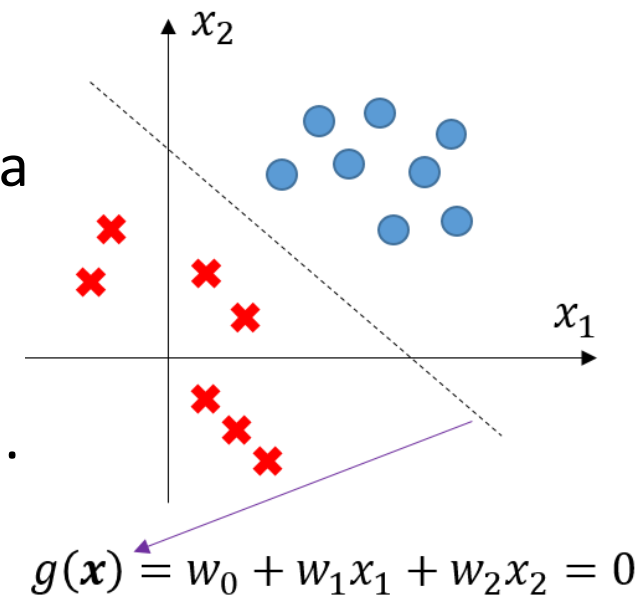
$$\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} + \alpha(y - \hat{y})\mathbf{x},$$

Equação idêntica a da  
atualização do gradiente  
descendente estocástico.

onde  $\mathbf{w}$  é o vetor de pesos,  $\alpha$  é o passo de aprendizagem,  $y$  é o valor de saída esperado,  $\hat{y}$  é a saída do modelo, i.e.,  $f(g(x))$ , e  $\mathbf{x}$  é o vetor de atributos.

# Perceptron

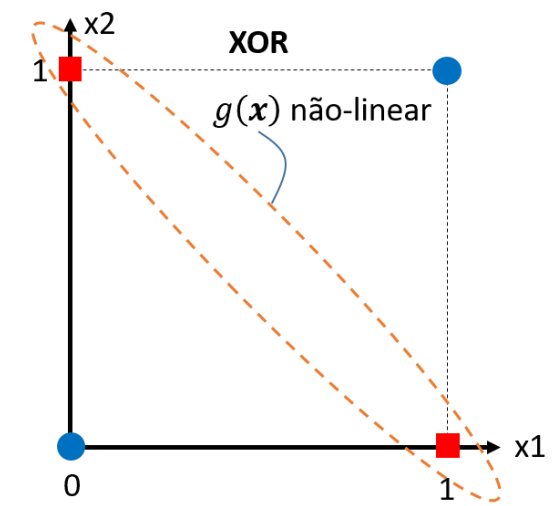
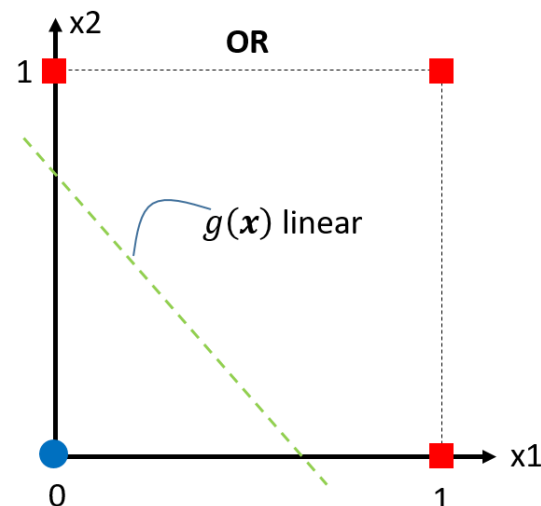
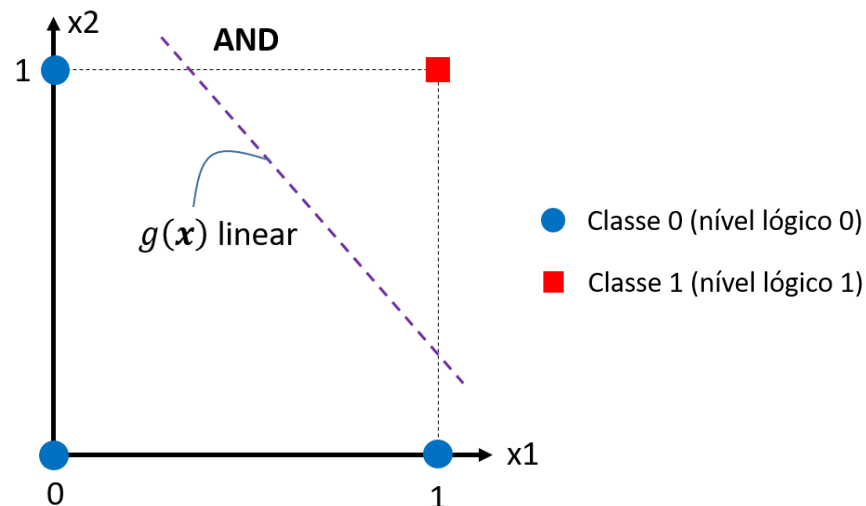
- Como podemos perceber, o modelo do **perceptron** é idêntico ao **classificador binário com limiar de decisão rígido**.
- Por definição, o **perceptron** sempre utiliza **superfícies de separação lineares**, ou seja, sempre teremos  $g(\mathbf{x})$  como sendo a equação de um **hiperplano**.
- Portanto, teoricamente, **sem transformação dos atributos**, um **único perceptron** só é capaz de **classificar** dados que sejam **linearmente separáveis** (ou seja, separáveis por um **hiperplano**).
- A figura ao lado ilustra isso para um caso bidimensional.
- Entretanto, como veremos na sequência, podemos **combinar os resultados de vários perceptrons** para criarmos **superfícies de separação** que separem dados que não sejam linearmente separáveis sem a necessidade de **transformar os atributos**, ou seja, de usarmos funções discriminantes,  $g(\mathbf{x})$ , com outros formatos (e.g., polinômios).



# Perceptron

[Exemplo: perceptron\\_xor\\_problem.ipynb](#)

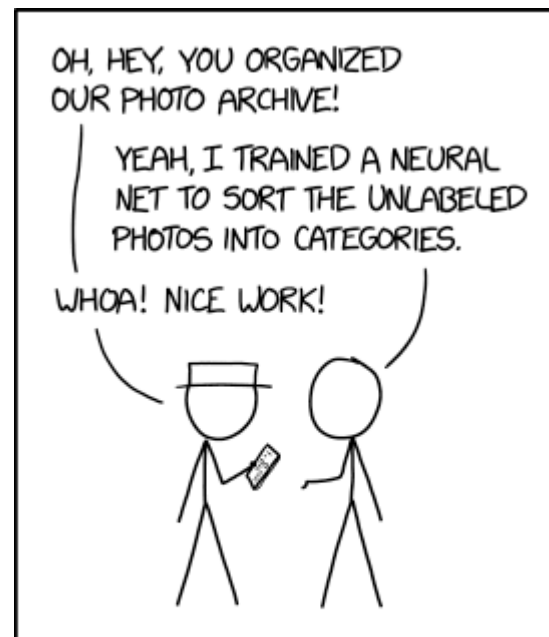
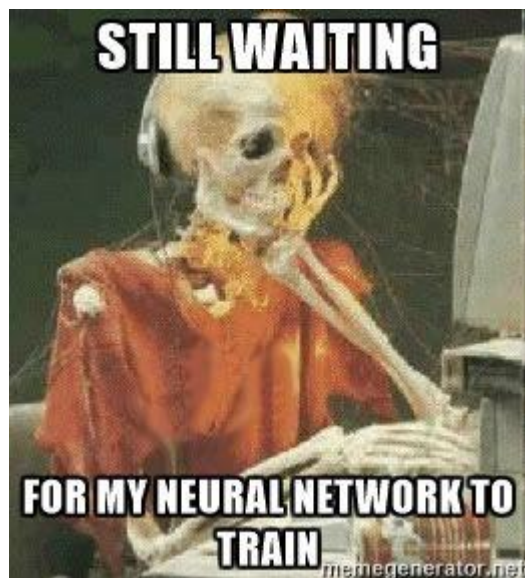
- Por serem **linearmente separáveis**, as lógicas AND e OR podem ser separadas por um único perceptron (Figuras 1 e 2). Uma simples reta as separa.
- Porém, a lógica XOR não é linearmente separável e necessita de uma superfície de separação não-linear (Figura 3). No mínimo duas retas são necessárias.
- Como veremos, a separação da lógica XOR pode ser obtida combinando-se o resultado de dois perceptrons (i.e., dois classificadores lineares), que resultará em uma superfície de separação não linear.



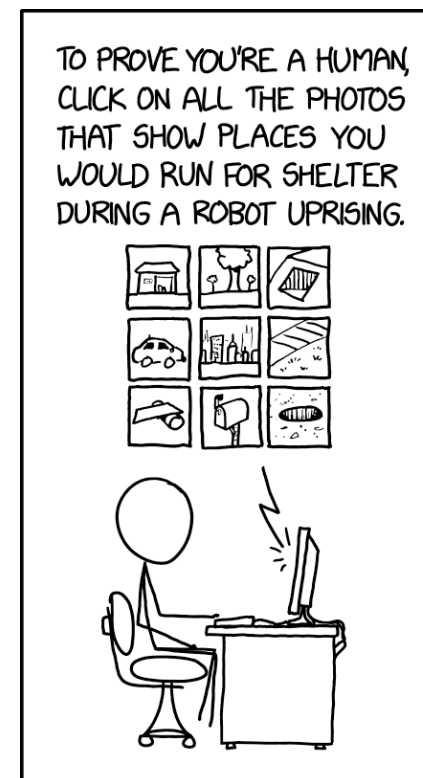
# Tarefas

- **Quiz:** “*T320 - Quiz – Redes Neurais Artificiais (Parte II)*” que se encontra no MS Teams.
- **Exercício Prático:** [Laboratório #6](#).
  - Pode ser baixado do MS Teams ou do GitHub.
  - Pode ser respondido através do link acima (na nuvem) ou localmente.
  - [Instruções para resolução e entrega dos laboratórios](#).
  - **Atividades podem ser feitas em grupo, mas as entregas devem ser individuais.**

Obrigado!

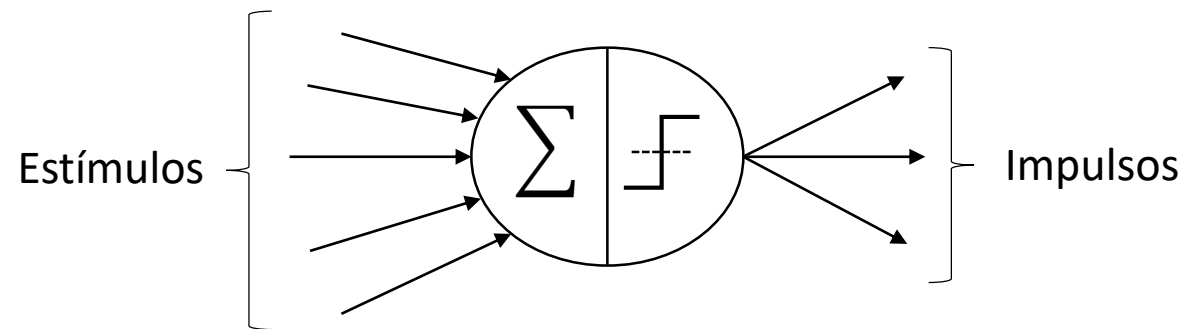
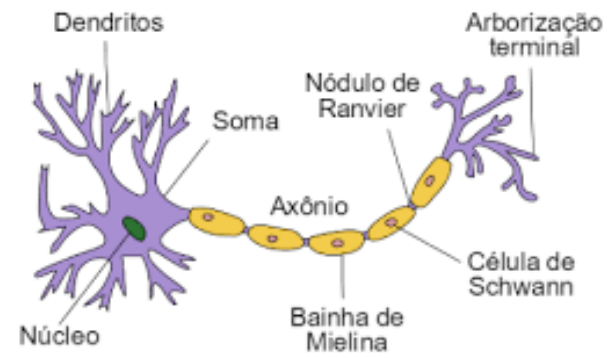


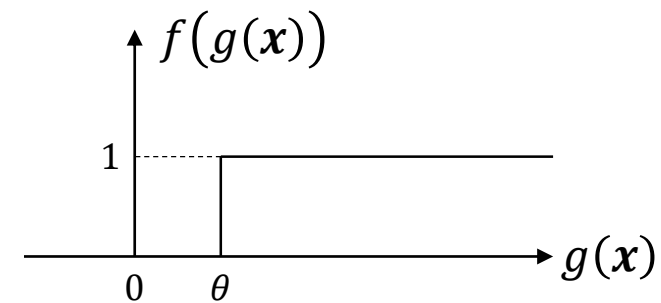
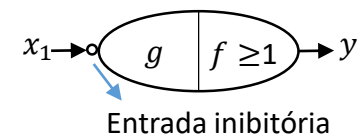
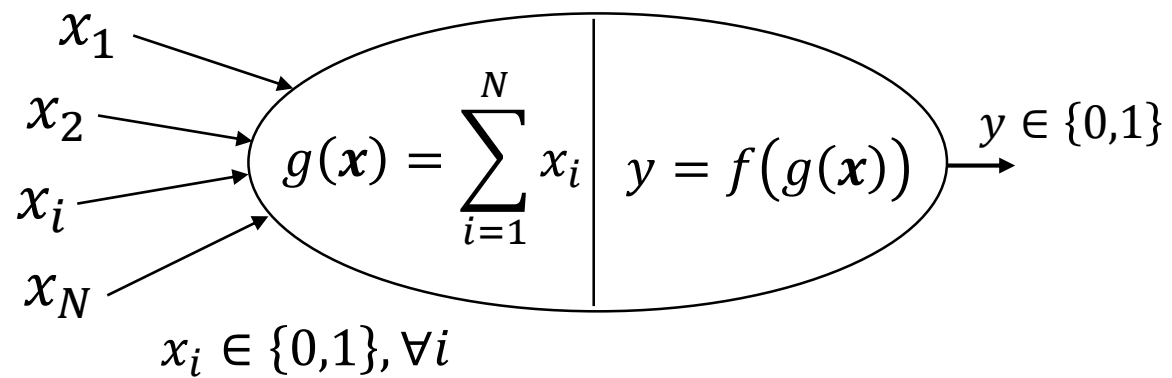
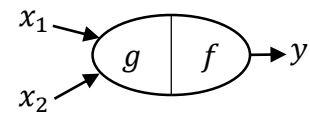
ENGINEERING TIP:  
WHEN YOU DO A TASK BY HAND,  
YOU CAN TECHNICALLY SAY YOU  
TRAINED A NEURAL NET TO DO IT.





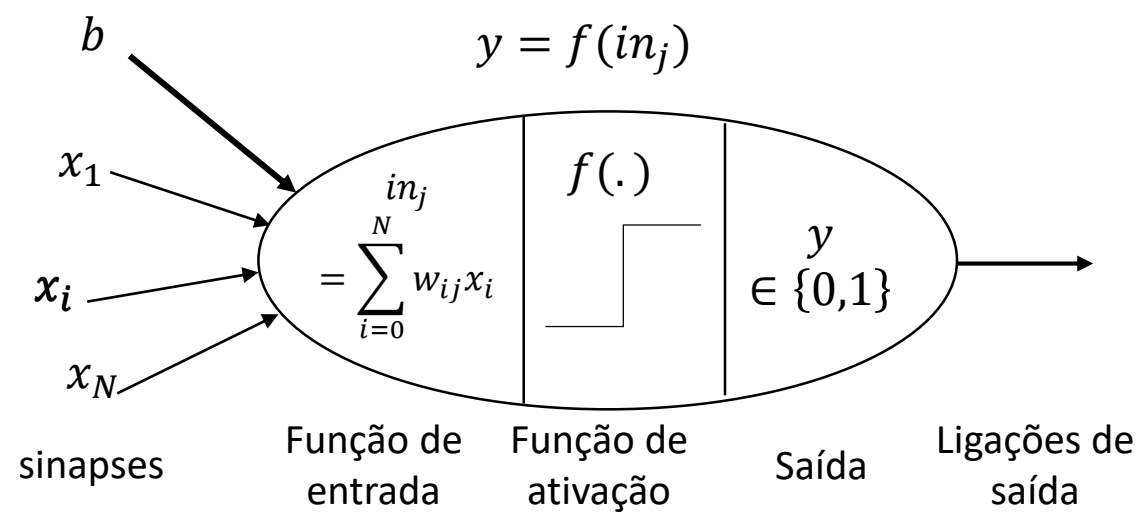
Figuras

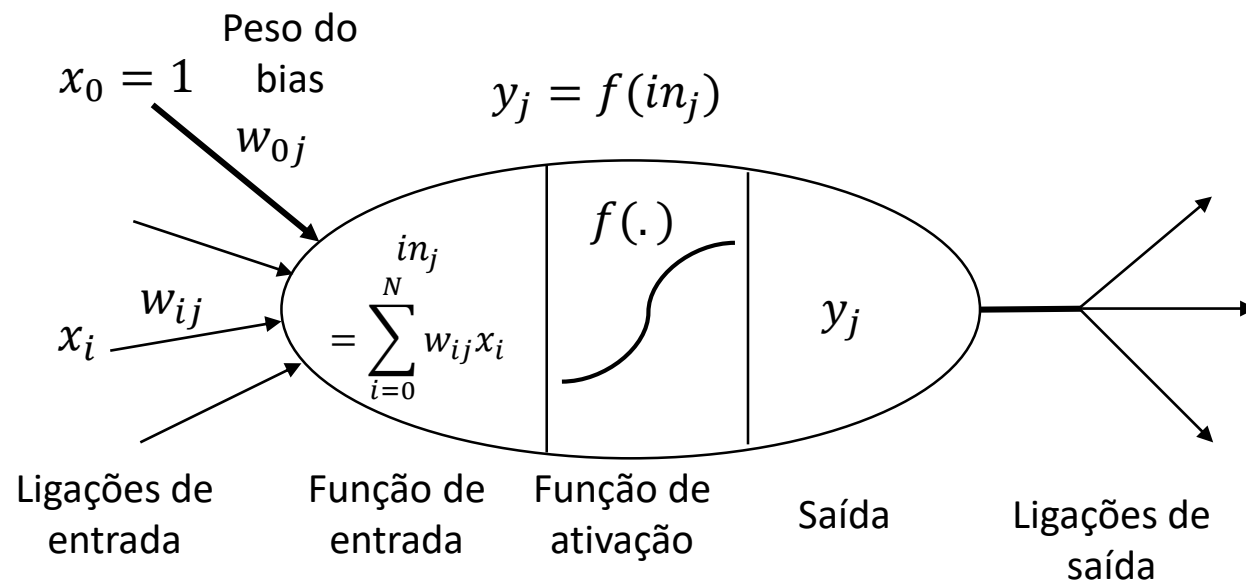


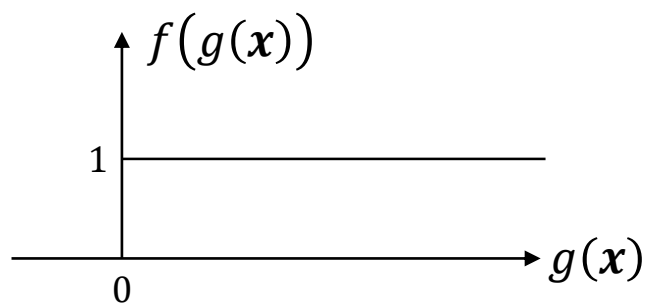
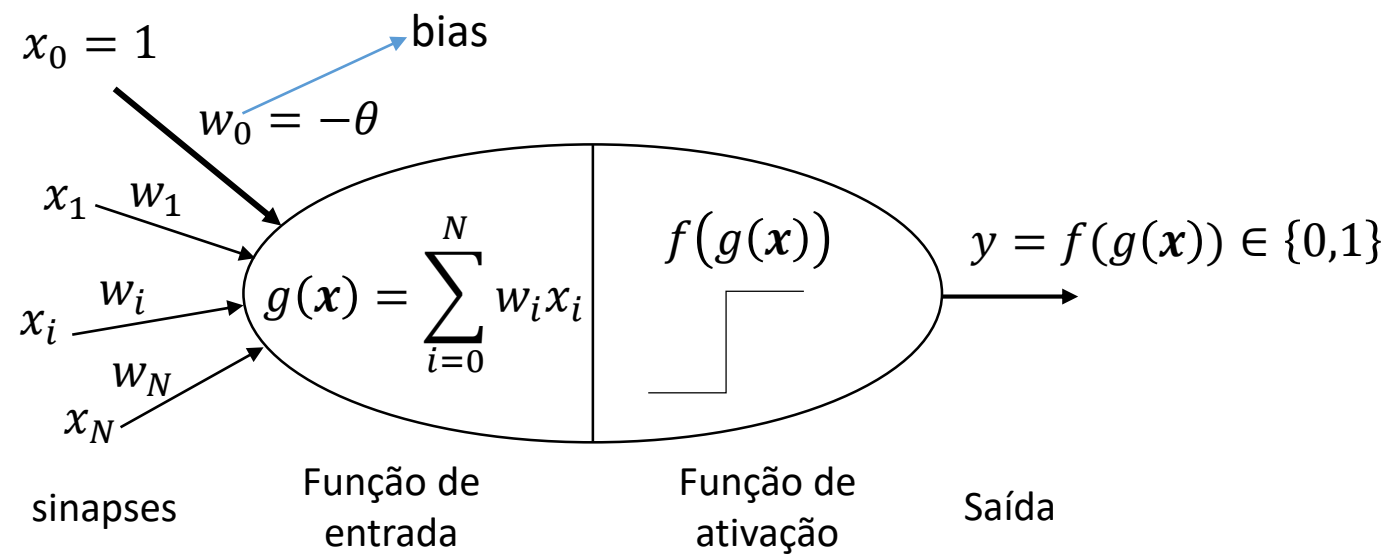


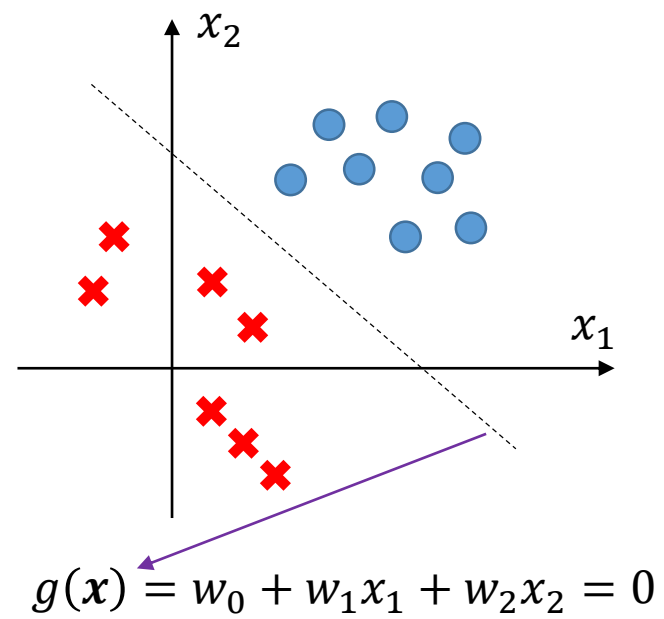
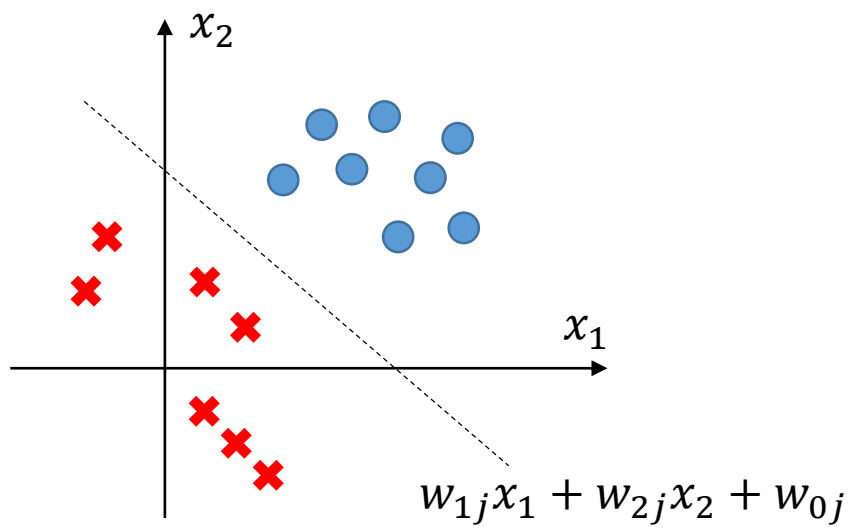
$$y = f(g(\mathbf{x})) = \begin{cases} 1 & \text{se } g(\mathbf{x}) \geq \theta \\ 0 & \text{se } g(\mathbf{x}) < \theta \end{cases}$$

onde  $\theta$  é o limiar de decisão.

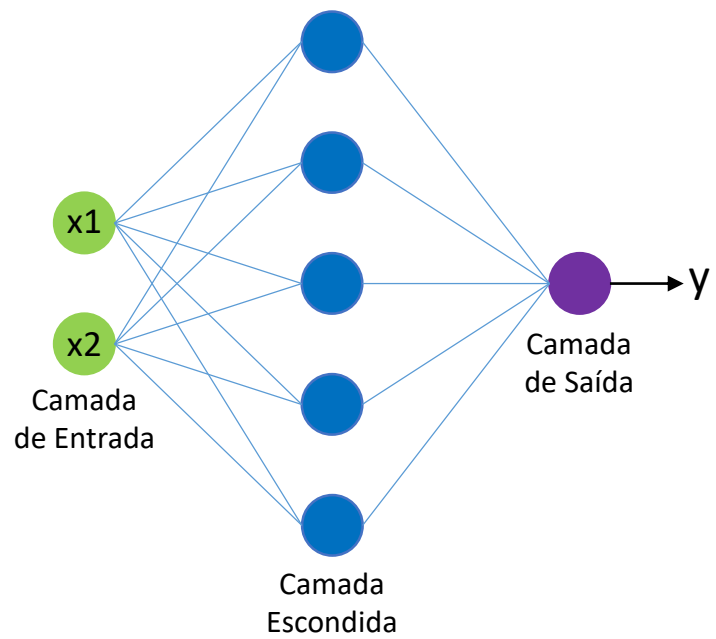


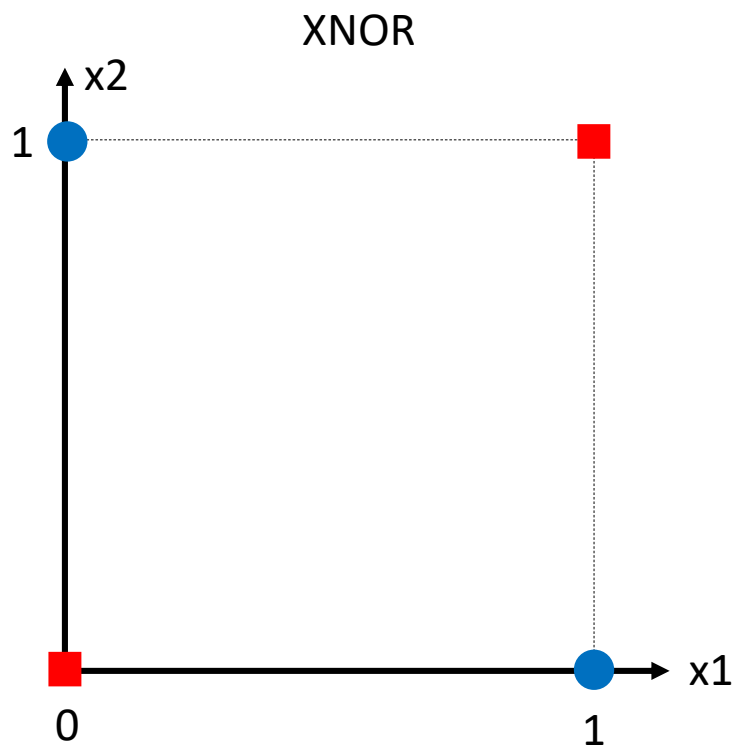






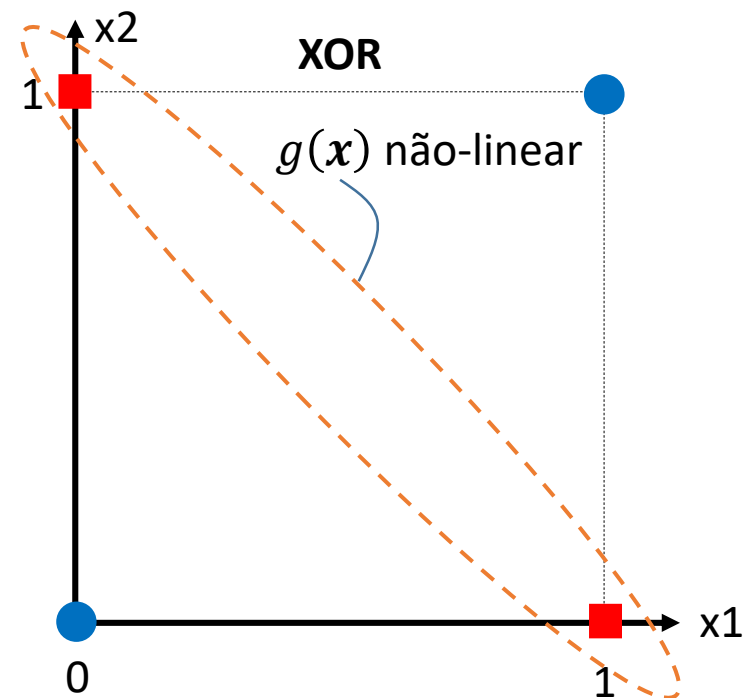
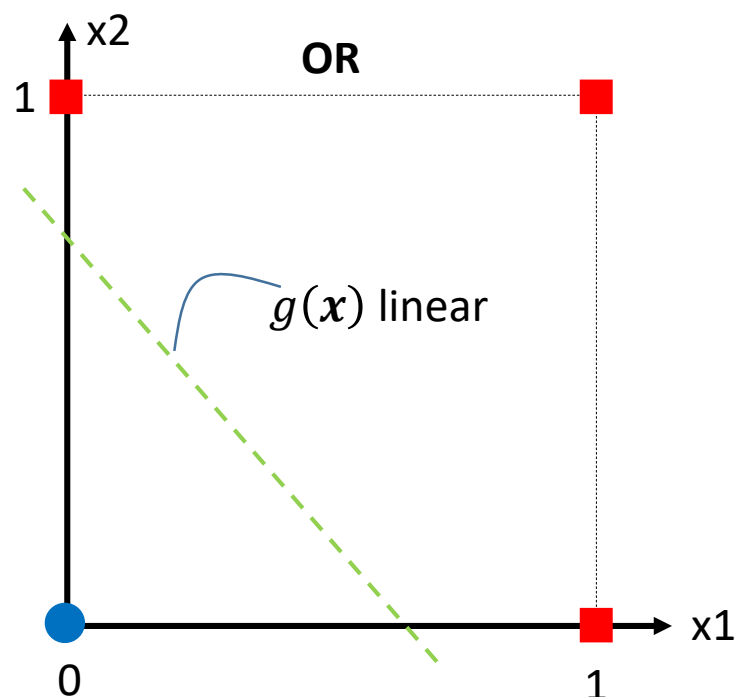
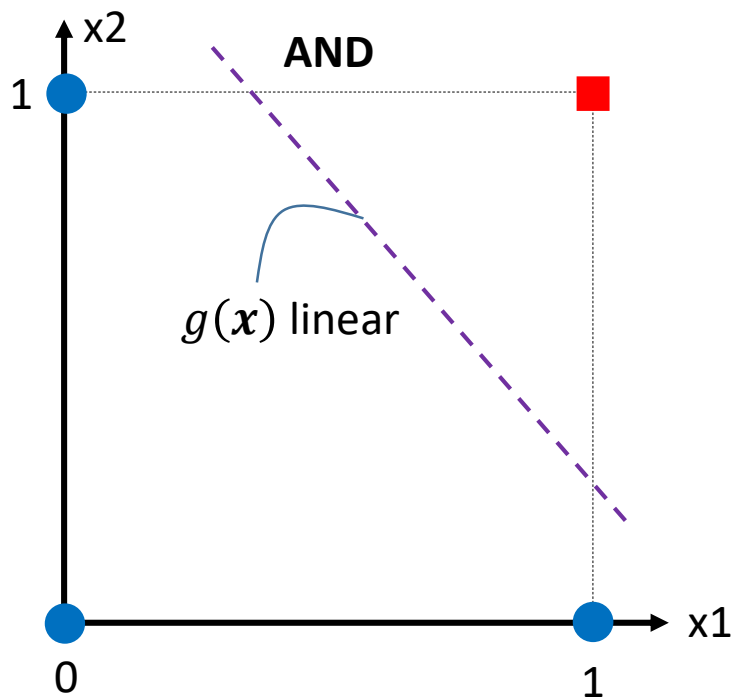






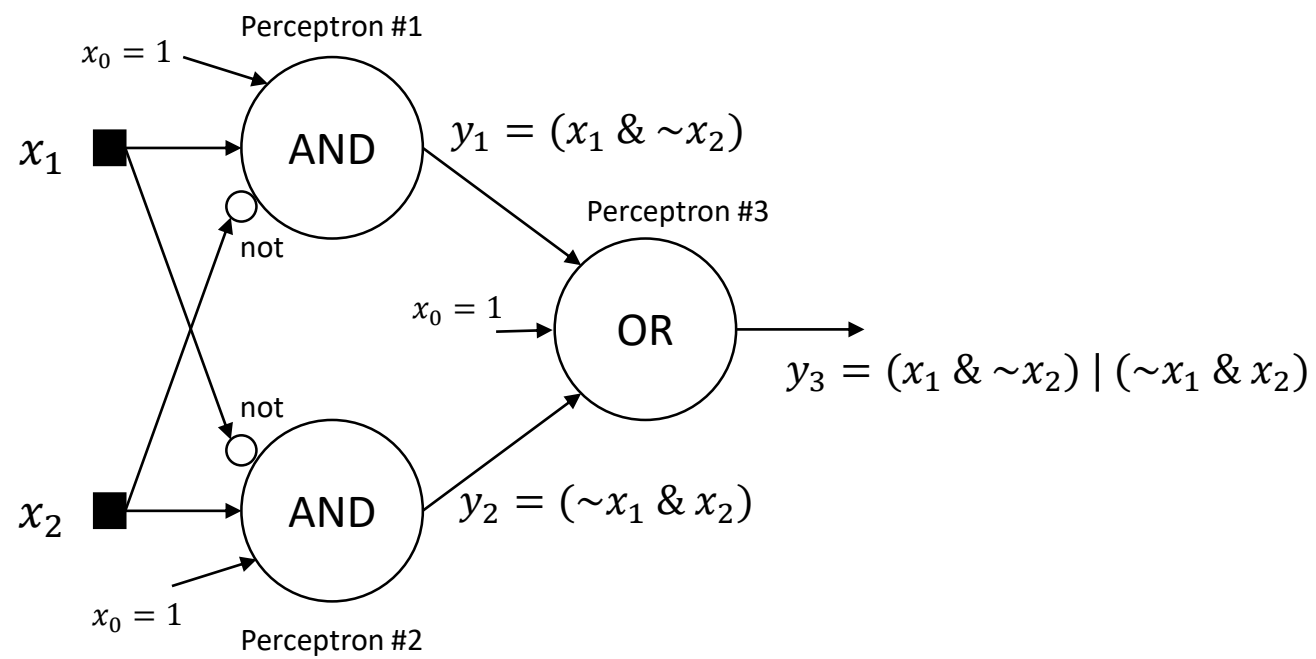
● Classe 0 (nível lógico 0)

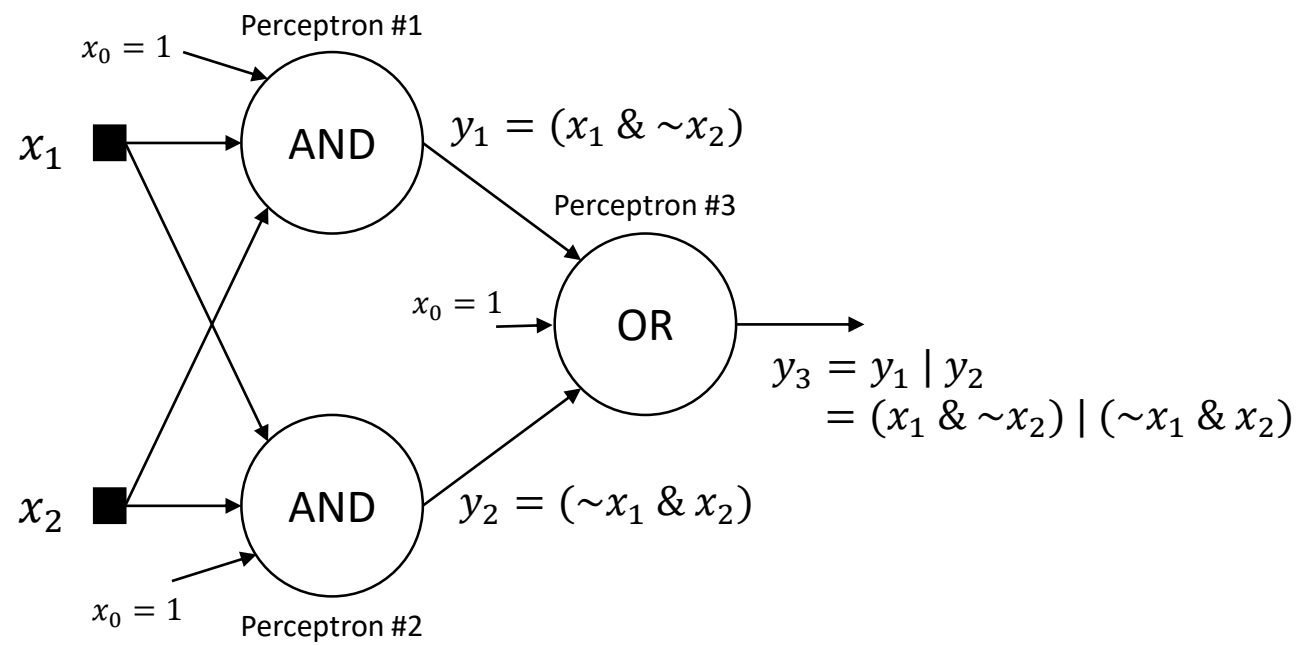
■ Classe 1 (nível lógico 1)

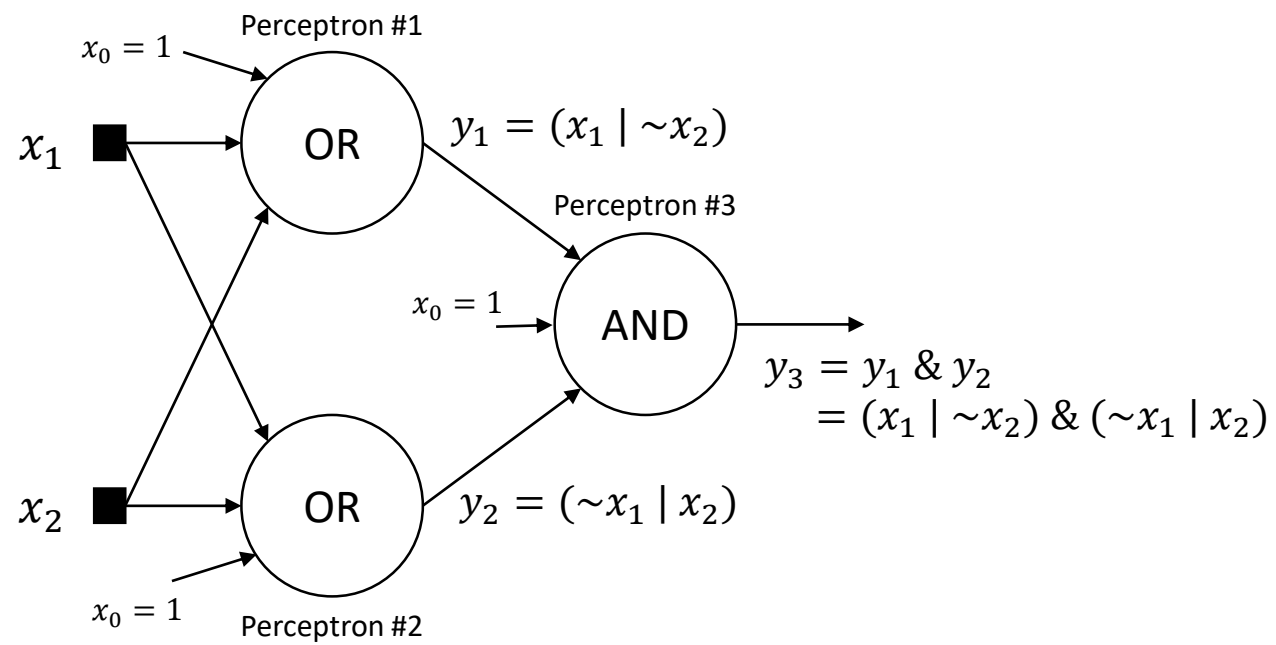


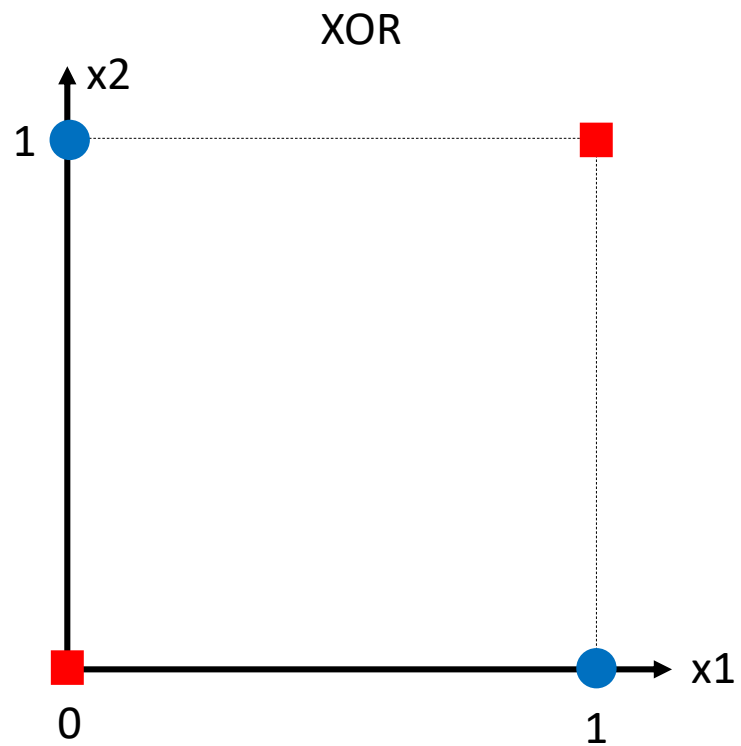
● Classe 0 (nível lógico 0)

■ Classe 1 (nível lógico 1)









● Classe 1 (nível lógico 1)

■ Classe 0 (nível lógico 0)

