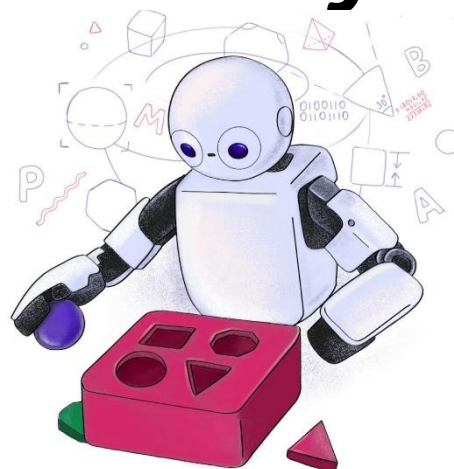


# T320 - Introdução ao Aprendizado de Máquina II: *Redes Neurais Artificiais (Parte II)*



**Inatel**

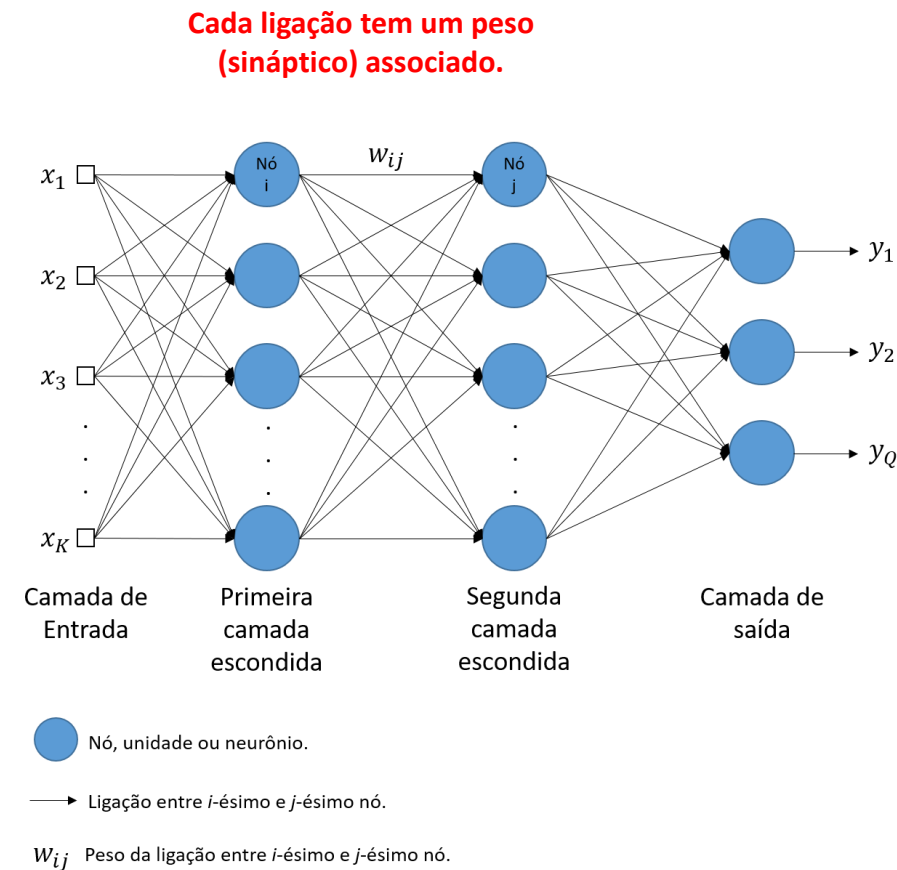
Felipe Augusto Pereira de Figueiredo  
felipe.figueiredo@inatel.br

# Recapitulando

- Fizemos uma analogia entre um neurônio e os modelos de McCulloch e Pitts e do Perceptron.
- Vimos a evolução dos modelos de McCulloch e Pitts para o Perceptron.
- Aprendemos suas características, diferenças e como ambos funcionam.
- Verificamos que um Perceptron é semelhante ao regressor logístico.
- Constatamos que um único Perceptron não é capaz de separar classes não-lineares, como por exemplo, o problema do XOR.
- Porém, quando combinamos vários deles, conseguimos criar um separador não-linear.
- Neste tópico, veremos que esta união de Perceptrons origina o que chamamos de **redes neurais artificiais**.

# Perceptron de Múltiplas Camadas

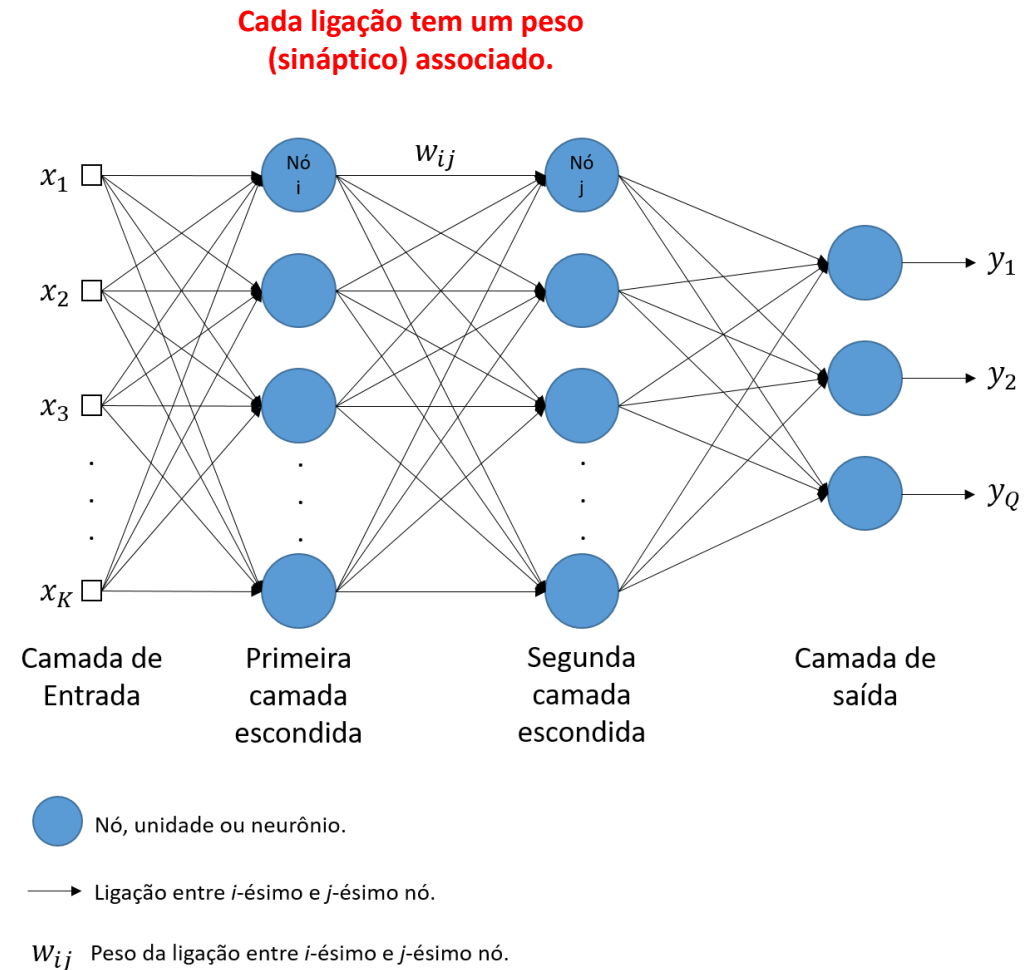
- Em termos gerais, uma **rede neural** nada mais é do que uma coleção de **neurônios** conectados entre si através de **ligações direcionadas** (ou seja, as conexões têm uma direção associada).
- As propriedades da **rede neural** são determinadas por sua **topologia** e pelas propriedades dos **neurônios** (e.g., função de ativação e pesos).
- Algumas das limitações dos **perceptrons** (e.g., classificação apenas de classes linearmente separáveis) podem ser eliminadas adicionando-se camadas intermediárias (também chamadas de ocultas ou escondidas) de **perceptrons**.
- A RNA resultante é denominada **Perceptron de Múltiplas Camadas** (em inglês, *Multilayer Perceptron* - MLP).



**OBS.:** Neurônios também são chamados de **nós** ou **unidades**.

# Perceptron de Múltiplas Camadas

- Um exemplo de rede MLP com duas camadas intermediárias é mostrado na figura ao lado.
- As RNAs são o coração do Deep Learning.
  - Quando uma RNA tem duas ou mais camadas escondidas, ela é chamada de **rede neural profunda** (ou em inglês *Deep Neural Network* - DNN).
- **OBS.:** Em particular, uma MLP pode resolver o problema do XOR (lembre-se que um **perceptron** não é capaz de realizar essa tarefa).



# Perceptron de Múltiplas Camadas

- A **camada de entrada** é o ponto de transferência dos **atributos** à rede.
- As **camadas intermediárias** realizam **mapeamentos não-lineares** que, idealmente, vão tornando a informação contida nos dados mais “**explícita**” do ponto de vista da tarefa que se deseja realizar.
  - Os mapeamentos são não-lineares devido às funções de ativação utilizadas não serem lineares.
- Por fim, os **neurônios** da **camada de saída** combinam a informação que lhes é oferecida pela última camada intermediária para formar as saídas.
- Redes MLPs são formadas por múltiplas camadas de **Perceptrons**:
  - Portanto, tais redes têm por base o **modelo de neurônio do Perceptron**.
- Esse modelo, discutido anteriormente, é mostrado na figura seguinte.

# Perceptron de Múltiplas Camadas

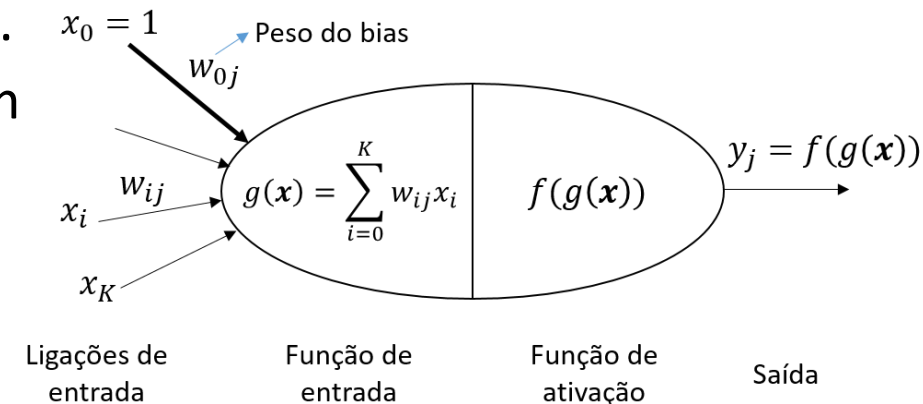
- Uma **ligação** do **nó**  $i$  para o **nó**  $j$  serve para propagar o sinal de ativação do **nó**  $i$  para o **nó**  $j$ . Cada **ligação** tem um **peso** associado,  $w_{ij}$ , que determina a **força** e o **sinal** da **ligação**.
- Cada **nó** tem a entrada  $x_0$  sempre com valor igual a 1 e um peso associado  $w_{0j}$ . Ou seja, esta entrada não está conectada a nenhum outro **nó**.
- Cada **nó**  $j$ , calcula a soma ponderada de suas entrada da seguinte forma

$$g(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^K w_{ij} x_i.$$

- Em seguida, o **nó** aplica uma **função de ativação** (ou de limiar),  $f(\cdot)$ , ao somatório acima para obter sua saída

$$y_j = f(g(\mathbf{x})) = f\left(\sum_{i=0}^N w_{ij} x_i\right) = f(\mathbf{w}^T \mathbf{x}).$$

- Existem vários tipos de **funções de ativação** que podem ser utilizadas pelos **nós** de uma rede MLP.
- Cada camada da rede pode usar funções de ativação diferentes.



$$y_j = f\left(\sum_{i=0}^K w_{ij} x_i\right),$$
onde  $x_i$  é a saída do nó  $i$  e  $w_{ij}$  é o peso conectando a saída do nó  $i$  para este nó, o nó  $j$ .

# Funções de ativação

- Devido às suas características, não se utiliza a **função degrau** como função de ativação em MLPs.
- Até o surgimento das **redes neurais profundas**, a regra era utilizar as **funções logística** ou **tangente hiperbólica**, que são versões suavizadas da função degrau.
  - Essas funções possuem derivada definida e diferente de 0 em todos os pontos.
- A **função logística** tem a seguinte expressão:

$$y_j = f(z_j) = \frac{e^{pz_j}}{e^{pz_j} + 1} = \frac{1}{1 + e^{-pz_j}}.$$

- Sua derivada é dada por

$$\frac{dy_j}{dz_j} = \frac{df(z_j)}{dz_j} = py_j(1 - y_j) > 0,$$

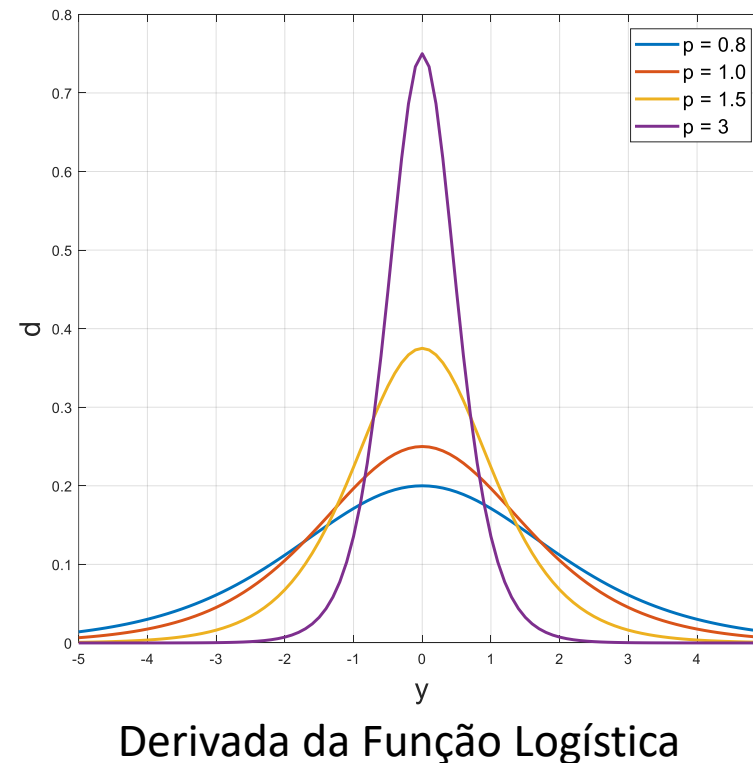
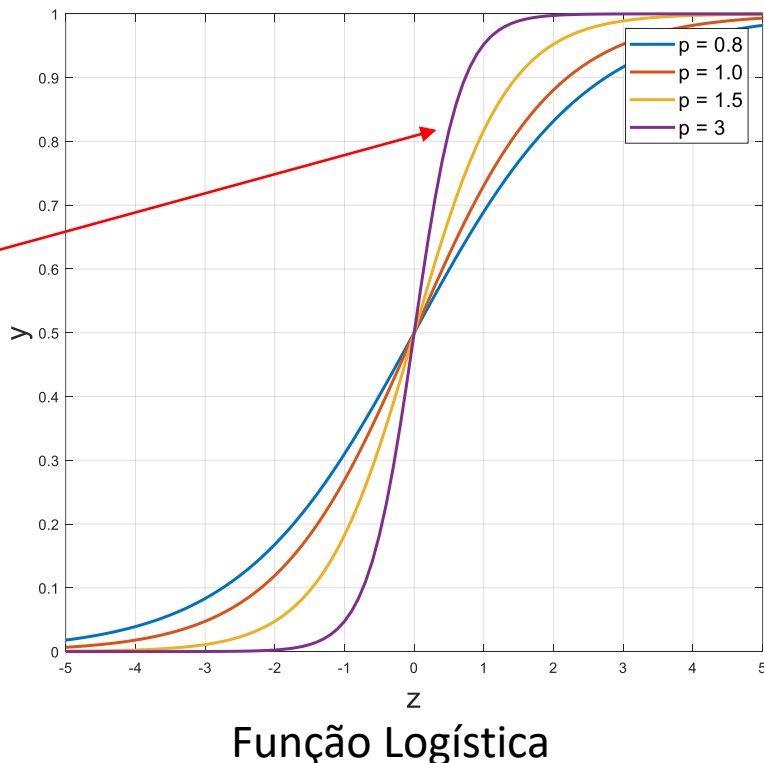
onde  $p$  é o **fator de suavização** da função de ativação logística.

- A derivada será importante durante o processo de aprendizado da rede neural.

# Funções de ativação

- A **função logística** e sua derivada para alguns valores do **fator de suavização** são mostradas nas figuras ao lado.
  - Normalmente, se utiliza  $p = 1$ .

**OBS.:** Quanto maior  $p$ , mais próxima ela fica da função degrau.



**OBS.:** tende ao impulso conforme  $p$  aumenta.



# Funções de ativação

- A **função tangente hiperbólica** tem sua expressão dada por:

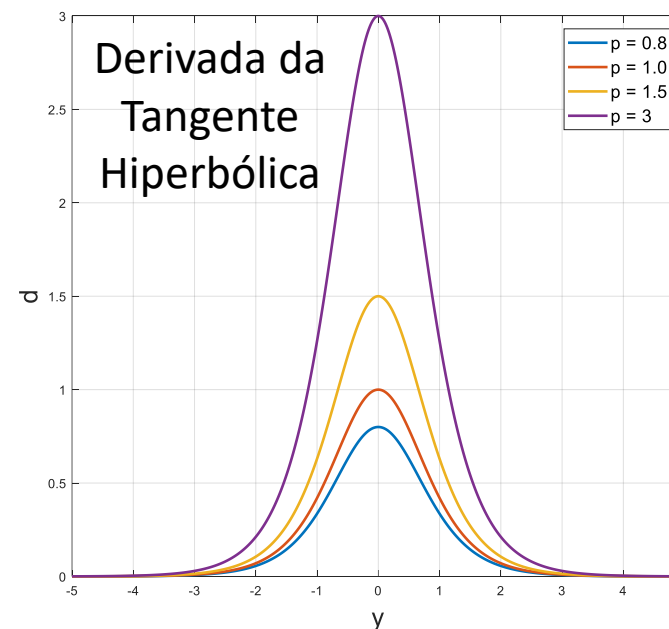
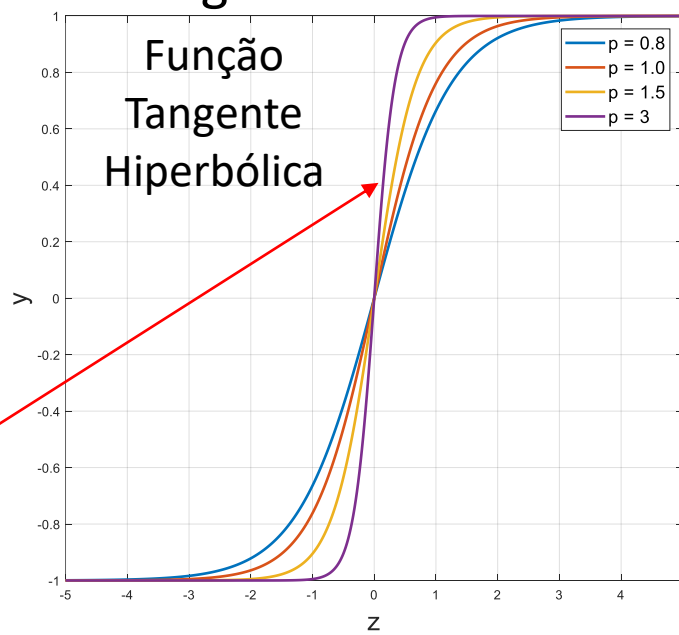
$$y_j = f(z_j) = \tanh(pz_j) = \frac{e^{pz_j} - e^{-pz_j}}{e^{pz_j} + e^{-pz_j}}.$$

- Sua derivada é dada por

$$\frac{dy_j}{dz_j} = \frac{df(z_j)}{dz_j} = p \left( 1 - \tanh^2(pz_j) \right) > 0,$$

onde mais uma vez, o parâmetro  $p$  controla a suavidade da função. Essa função e sua derivada são mostradas nas figuras abaixo.

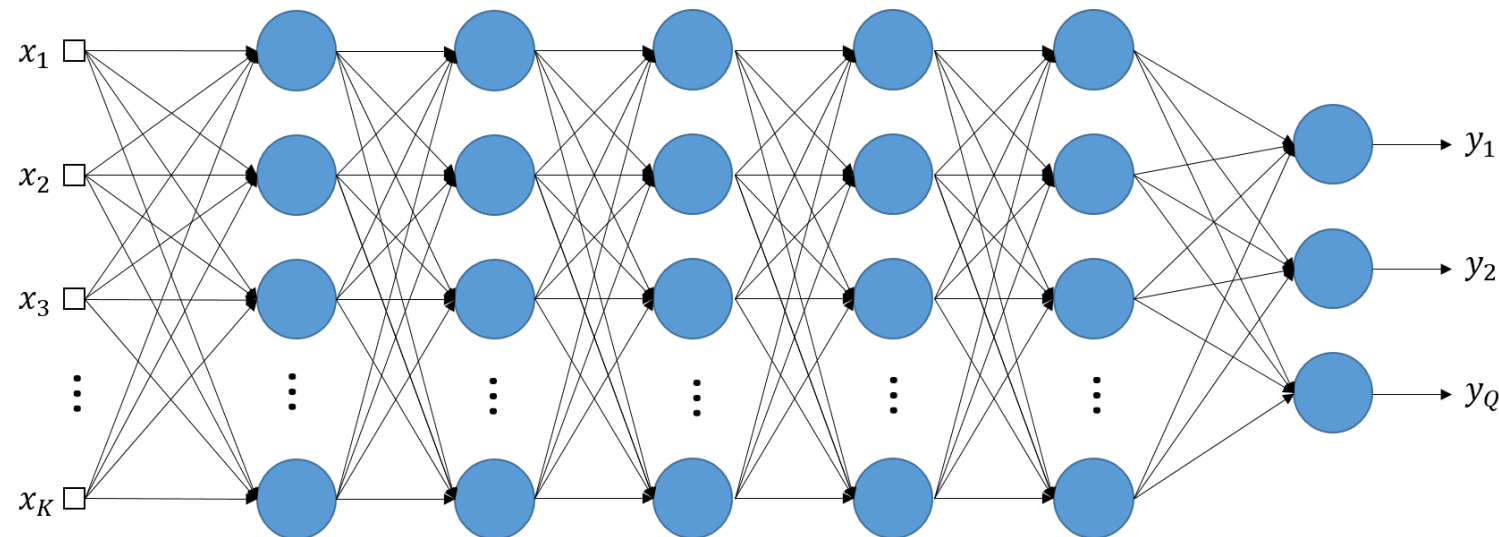
**OBS.:** Quanto maior  $p$ , mais próxima ela fica da função degrau. Porém, normalmente, se usa  $p = 1$ .



**OBS.:** tende ao impulso conforme  $p$  aumenta.

# O Problema da Dissipação do Gradiente

- É um problema encontrado quando treinamos **redes neurais profundas**, ou seja, com muitas camadas escondidas, com métodos de aprendizagem baseados em informações do gradiente e funções de ativação sigmóide.
- Ocorre devido à natureza do **algoritmo de retropropagação** usado para treinar a rede neural.



# O Problema da Dissipação do Gradiente

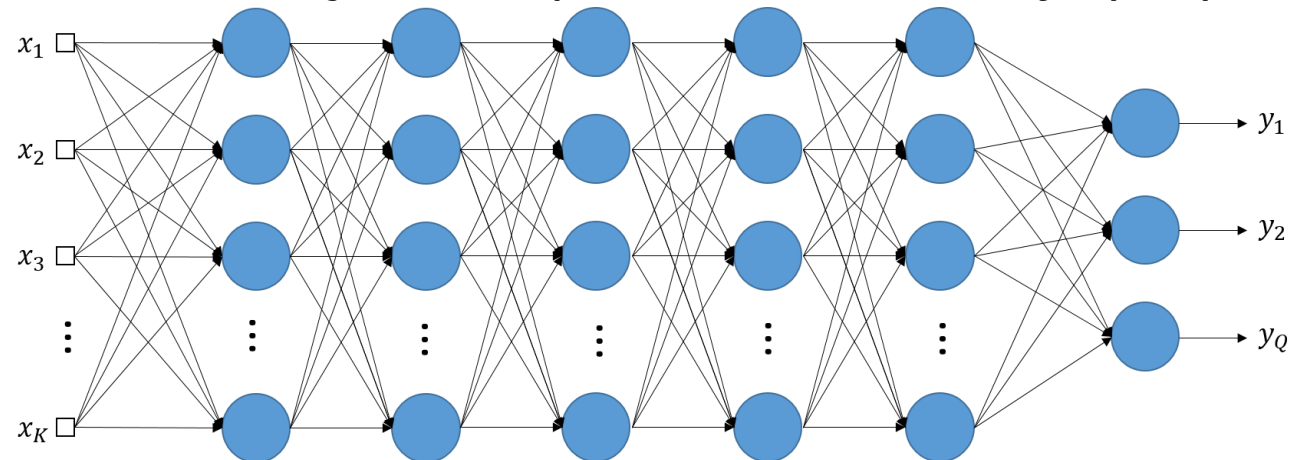
- Lembrem-se que as **funções de ativação** como **tangente hiperbólica** ou **logística**, têm gradientes (i.e., derivadas parciais) no intervalo de 0 até aproximadamente 1.
- Durante o treinamento, para atualizar os pesos de cada camada da **rede neural**, o **algoritmo de retropropagação** calcula os gradientes através da **regra da cadeia**.

$$\frac{\partial f(g(h(x)))}{\partial x} = \frac{\partial f(g(h(x)))}{\partial g(h(x))} \frac{\partial g(h(x))}{\partial h(x)} \frac{\partial h(x)}{\partial x}$$

- Em outras palavras, a derivada de uma função de ativação em uma dada camada da rede neural torna-se o produto das derivadas das funções de ativação no caminho desde a camada final até a camada atual.
- Ou seja, no caminho inverso, da camada de saída para a camada de atual.

# O Problema da Dissipação do Gradiente

- Isso tem o efeito de multiplicar  **$M$**  desses pequenos valores para calcular os gradientes das primeiras camadas em uma rede com  **$M$**  camadas.
- O que significa que o gradiente (i.e., o erro propagado) diminui exponencialmente com  **$M$** .
- Isso significa que os nós das camadas iniciais aprendem muito mais lentamente do que os nós das camadas finais, pois o valor do gradiente é muito pequeno, fazendo com que a atualização dos pesos também seja pequena (i.e., lenta).



# Funções de ativação

- Com o surgimento das **redes neurais profundas**, uma outra função, conhecida como **função retificadora**, passou a ser bastante utilizada por questões **numéricas e computacionais**.

- A **função retificadora** tem sua expressão dada por

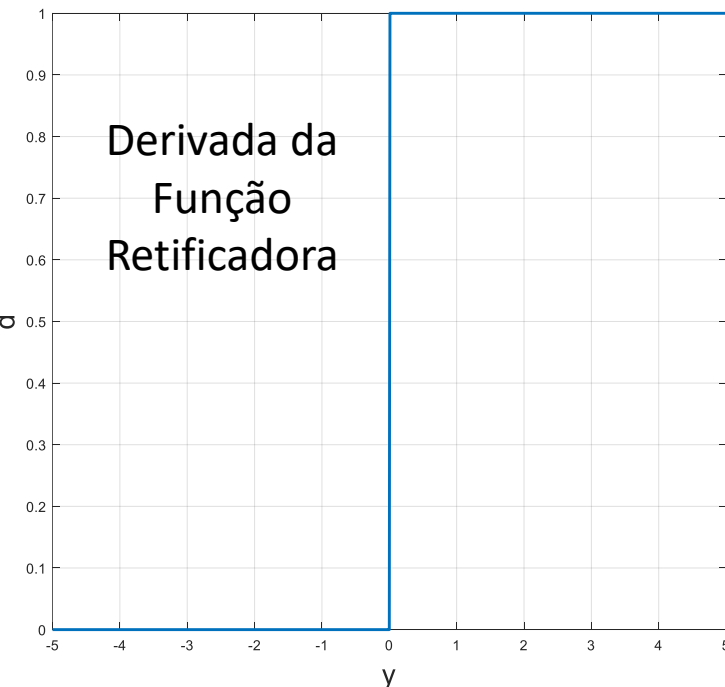
$$y_j = f(z_j) = \max(0, z_j).$$

- Sua derivada é dada por

$$\frac{dy_j}{dz_j} = \frac{df(z_j)}{dz_j} = \begin{cases} 0, & \text{se } y_j < 0 \\ 1, & \text{se } y_j > 0 \end{cases}$$

e é indefinida para  $y_j = 0$ , porém o valor da derivada em zero pode ser arbitrariamente escolhido como 0 ou 1.

- Um **nó** que emprega uma **função de ativação retificadora** é chamado de **rectified linear unit (ReLU)**
- A **função retificadora** e sua derivada são mostradas nas figuras ao lado.



# Funções de ativação

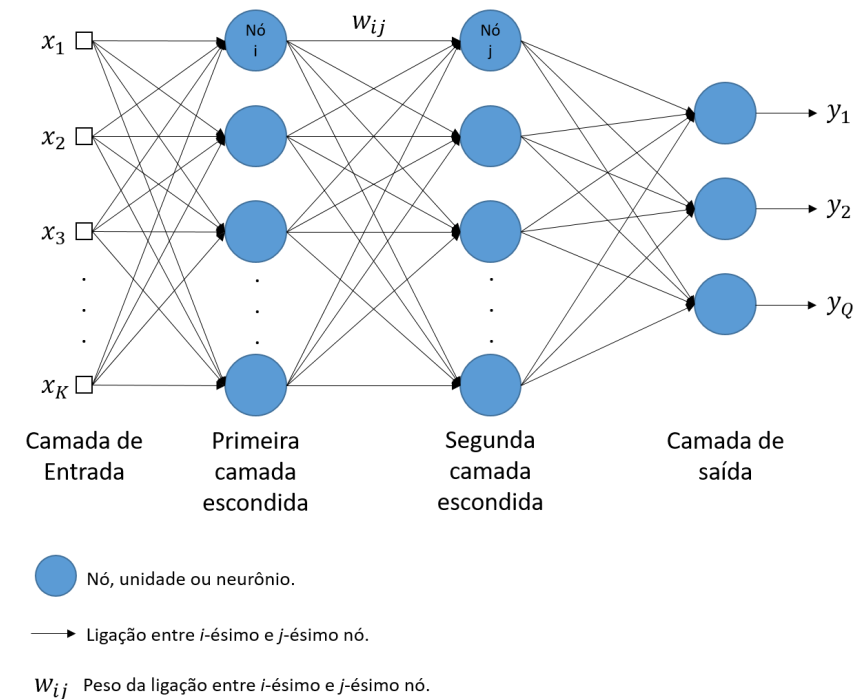
- Vantagens da ***função retificadora***:
  - A função e sua derivada são **mais rápidas de se calcular** do que as funções sigmóide e tangente hiperbólica.
  - Não sofre com o **problema da dissipação do gradiente** pois seu gradiente é igual a 0 ou 1. Mesmo se multiplicarmos vários gradientes de várias camadas, não haverá diminuição do seu valor.
- Outras funções de ativação são:
  - Identidade ou linear.
  - Gaussian Error Linear Unit (GELU).
  - Leaky rectified linear unit (Leaky ReLU).
  - Gaussiana.
  - [https://en.wikipedia.org/wiki/Activation\\_function#Sign\\_equivalence\\_to\\_identity\\_function](https://en.wikipedia.org/wiki/Activation_function#Sign_equivalence_to_identity_function)

# Tarefa

- **Quiz:** “*T320 - Quiz – Redes Neurais Artificiais (Parte III)*” que se encontra no MS Teams.

# Conectando Neurônios

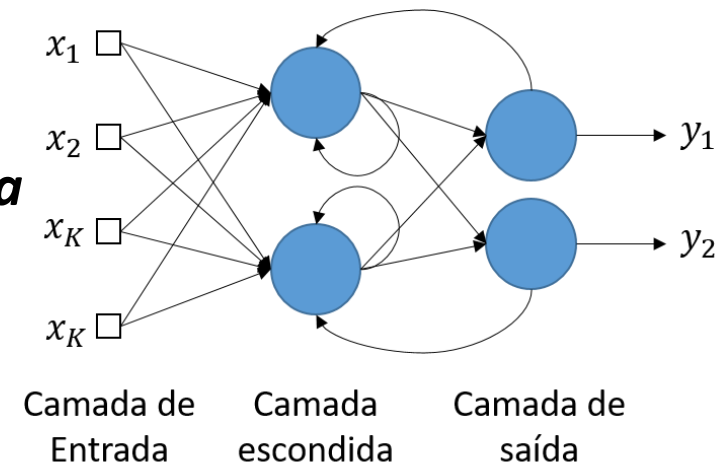
- Existem basicamente duas maneiras distintas para se conectar os **nós** de uma rede.
- Na figura ao lado, os **nós** da rede têm conexões em apenas uma única direção.
- Esse tipo de rede é conhecida como **rede de alimentação direta (feedforward)** ou **sem realimentação**.
- O sinal percorre a rede em uma única direção, da entrada para a saída.
- Os **nós** da mesma camada não são conectados.
- Esse tipo de rede representa uma **função de suas entradas atuais** e, portanto, não possui um estado interno além dos próprios pesos.





# Conectando Neurônios

- Na figura ao lado, os **nós** da rede tem conexões em 2 direções, desta forma, o sinal percorre a rede nas direções direta e reversa.
- Este tipo de rede é conhecida como **rede recorrente** ou **rede com realimentação**.
- Nessas redes, a saída de alguns **nós** alimentam **nós** da mesma camada (inclusive o próprio **nó**) ou de camadas anteriores.
- Isso significa que os níveis de ativação da rede formam um **sistema dinâmico** que pode atingir um estado estável, exibir oscilações ou mesmo um comportamento caótico, ou seja, divergir.
- Além disso, a resposta da rede a uma determinada entrada depende do seu estado inicial, que pode depender das entradas anteriores.
- Portanto, **redes recorrentes** podem suportar memória de curto prazo.
- Essas redes são úteis para o **processamento de dados sequenciais**, como som, dados de séries temporais ou linguagem natural (escrita e fala).



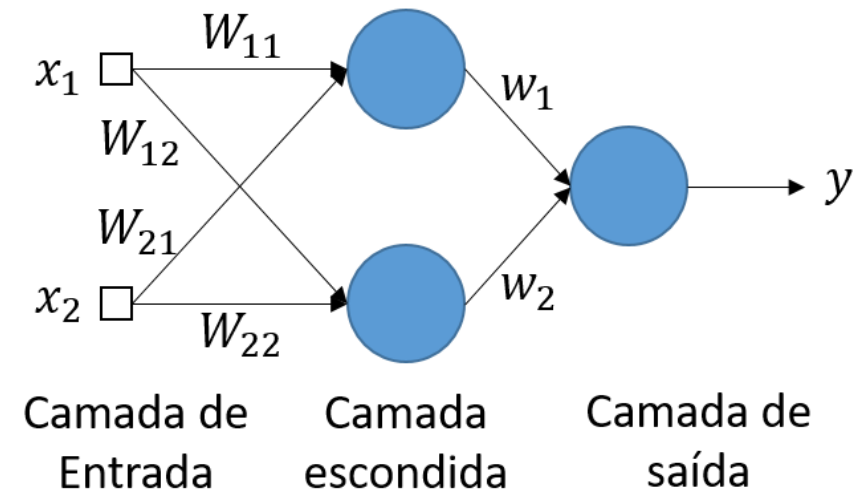
# Regressão Não-Linear

- A rede MLP ao lado tem sua saída definida por

$$y = f(f(Wx)w),$$

onde  $f$  é a **função de ativação** escolhida.

- Percebam que a saída da rede é dada pelo **aninhamento** das saídas de **funções de ativação não-lineares**.
- Sendo assim, as funções que uma rede neural pode representar podem ser **altamente não-lineares** dependendo da quantidade de camadas e nós.
- Portanto, redes neurais podem ser vistas como ferramentas para a realização de **regressão não-linear**, mas também podemos resolver outros problemas como os de classificação.
- Com uma única camada oculta suficientemente grande, é possível representar qualquer função contínua das entradas com uma precisão arbitrária.
- Com duas camadas ocultas, até funções descontínuas podem ser representadas.
- Portanto, dizemos que as redes neurais possuem **capacidade de aproximação universal** de funções.
- Veremos alguns exemplos a seguir desta capacidade de aproximação.

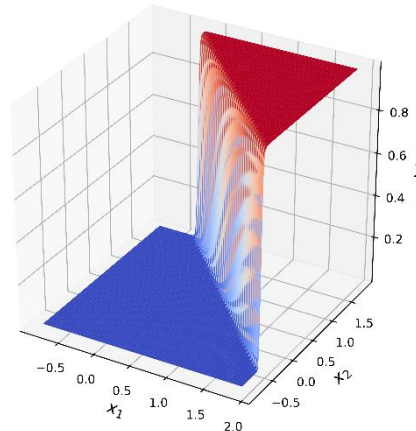
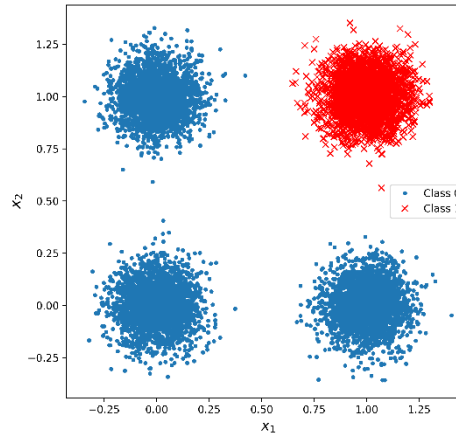


# Aproximação universal de funções

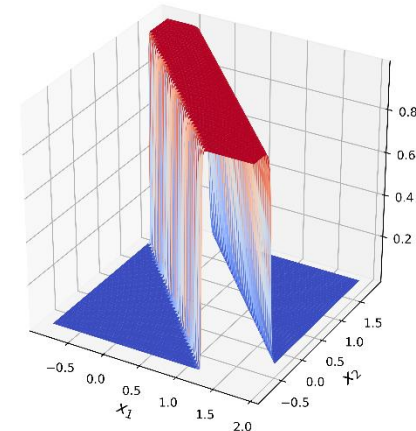
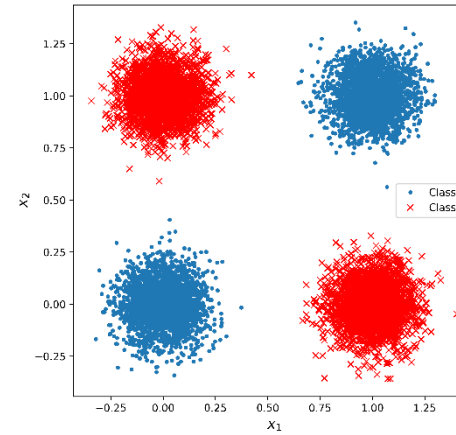
- Um nó aproxima uma função de limiar suave.
- Combinando duas funções de limiar suave com direções opostas, podemos obter uma função em formato de onda.
- Combinando duas ondas perpendiculares, nós obtemos uma função em formato cilíndrico.

[Exemplo: FunctionApproximationWithMLP.ipynb](#)

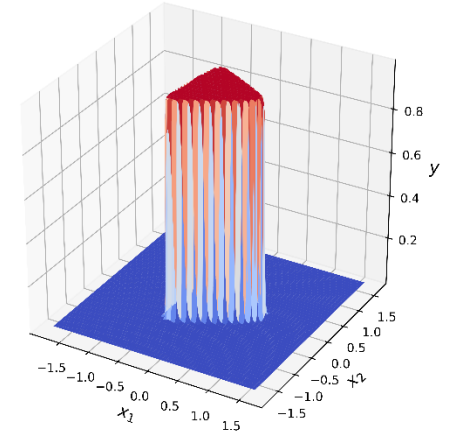
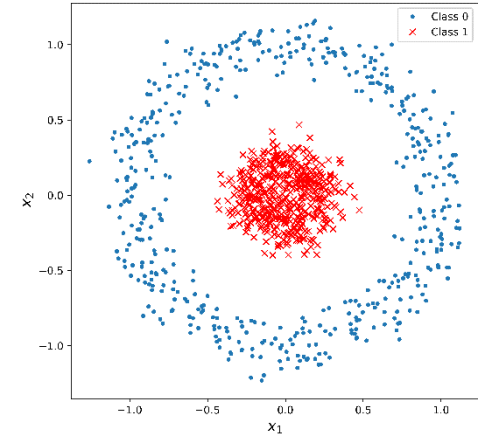
Função AND: MLP com 0 camadas escondidas, apenas um neurônio na camada de saída.  
Total: 1 nó.



Função XOR: MLP com 1 camada escondida com 2 nós.  
Total: 3 nós.



Círculos concêntricos: MLP com 1 camada escondida com 4 nós.  
Total: 5 nós.



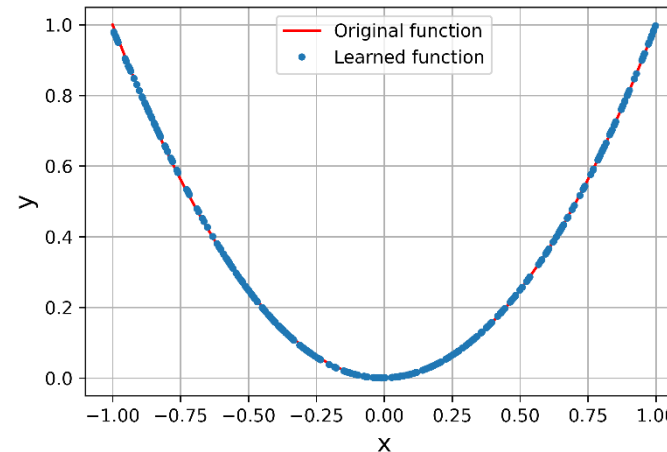
# Aproximação universal de funções

- Redes neurais podem ser usadas para aproximar funções como as mostradas abaixo:

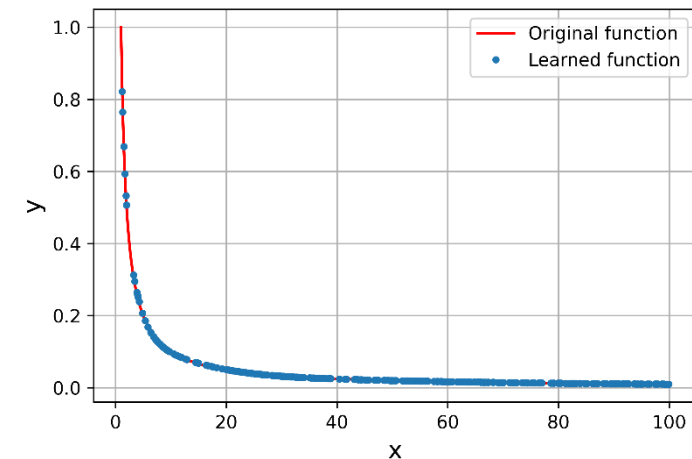
- $f(x) = x^2, -1 \leq x \leq 1,$
- $f(x) = \frac{1}{x}, 1 \leq x \leq 100,$
- $f(x) = \sin(x), 1 \leq x \leq 2\pi.$

[Exemplo: function approximation.ipynb](#)

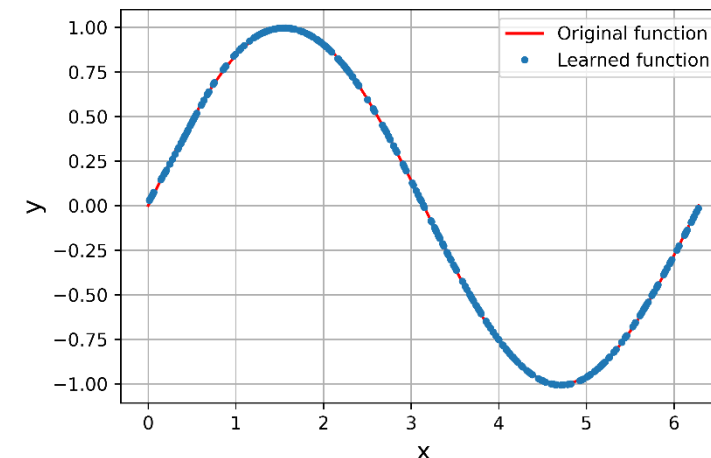
$$f(x) = x^2$$



$$f(x) = \frac{1}{x}$$



$$f(x) = \sin(x)$$



# Tarefas

- **Quiz:** “*T320 - Quiz – Redes Neurais Artificiais (Parte IV)*” que se encontra no MS Teams.
- **Exercício Prático:** [Laboratório #7](#).
  - Pode ser baixado do MS Teams ou do GitHub.
  - Pode ser respondido através do link acima (na nuvem) ou localmente.
  - [Instruções para resolução e entrega dos laboratórios](#).
  - **Laboratórios podem ser feitos em grupo, mas as entregas devem ser individuais.**

Obrigado!



People with no idea  
about AI, telling me my  
AI will destroy the world



Me wondering why my  
neural network is  
classifying a cat as a dog..



## Deep Learning



What society thinks I do



What my friends think I do



What other computer  
scientists think I do



What mathematicians think I do

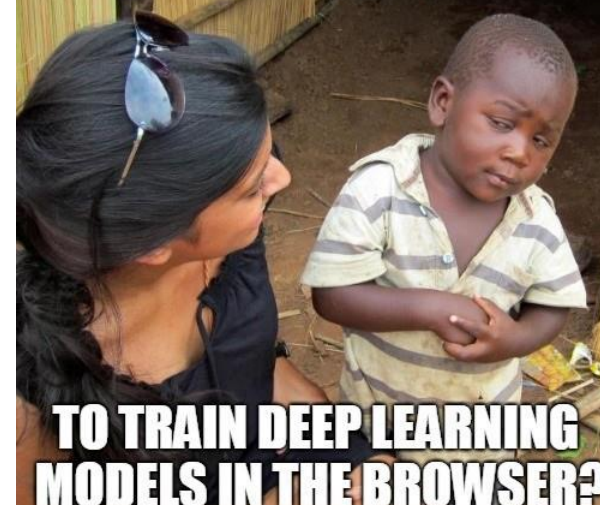


What I think I do

```
In [1]:  
import keras  
Using TensorFlow backend.
```

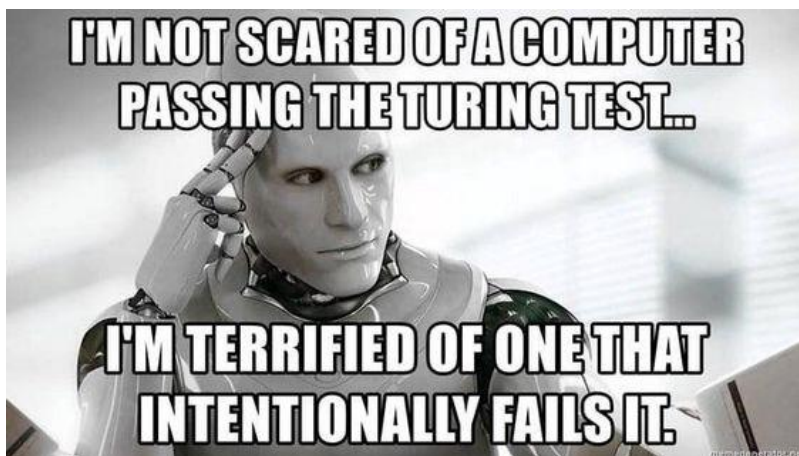
What I actually do

**SO YOU ARE TELLING ME**



**TO TRAIN DEEP LEARNING  
MODELS IN THE BROWSER?**

**I'M NOT SCARED OF A COMPUTER  
PASSING THE TURING TEST...**



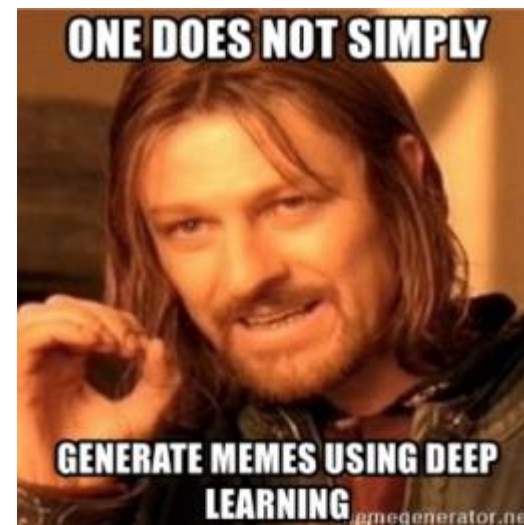
**I'M TERRIFIED OF ONE THAT  
INTENTIONALLY FAILS IT.**

Dog



**I NEED GPU  
FOR MY DUMB  
NEURAL NETWORK**

**ONE DOES NOT SIMPLY**



**GENERATE MEMES USING DEEP  
LEARNING**

Figuras