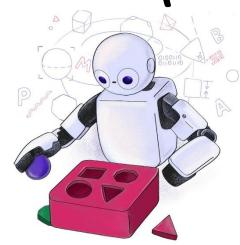
TP557 - Tópicos avançados em loT e Machine Learning: *Regressão com DNNs (Parte I)*







Felipe Augusto Pereira de Figueiredo felipe.figueiredo@inatel.br

O que vamos ver?

- Anteriormente, vimos como minimizar iterativamente a função de erro usando o gradiente descendente.
 - Dá-se um palpite sobre os valores dos pesos (i.e., inicializa-se os pesos com valores aleatórios);
 - Mede-se o erro com esse palpite;
 - Usa-se a informação obtida através do erro (i.e., vetor gradiente) para melhorar o palpite;
 - Repete-se o processo até a convergência ou até que um critério de parada seja atingido.
- Em termos gerais, é assim que as redes neurais são treinadas.
- Portanto, neste tópico, nós veremos como criar uma rede neural que atinge o mesmo objetivo anterior, encontrar uma função que aproxime um conjunto de dados.

Conjunto de dados de treinamento

$$x = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

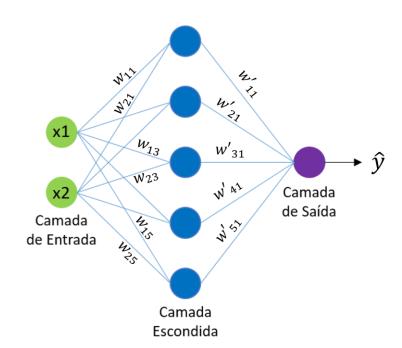
 $y = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7\}$

- Ao lado temos o conjunto de dados que usamos anteriormente.
- Nosso objetivo é encontrar um modelo que mapeie os valores de x em y de forma ótima (no sentido da minimização do erro).
- Antes, nós usamos o gradiente descendente para otimizar os pesos de uma função hipótese com formato de reta.
- Agora, treinaremos uma rede neural para resolver o problema do mapeamento.

O modelo

$$\hat{y}(n) = a_0 + a_1 x_1(n) + \dots + a_K x_K(n)$$

$$\hat{y}(n) = a_0 + a_1 x_1(n) + a_2 x_1^2(n) + \dots + a_K x_1^K(n)$$



 Notem que independentemente se estamos usando hiperplanos, polinômios ou redes neurais, em todos os casos temos um modelo e o nosso objetivo é encontrar seus pesos de forma que o erro seja minimizado.

O código da rede neural

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Usaremos as APIs da biblioteca TensorFlow para criar, treinar e avaliar nossas redes neurais.
 - Application programming interface (API): conjunto de regras (e.g., funções, classes, etc.) que um software oferece para que outros programas ou desenvolvedores possam interagir com ele.

Definindo o conjunto de treinamento

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- As primeiras duas linhas definem o conjunto de treinamento.
- Ou seja, os valores de x e y que usaremos para otimizar o modelo durante as iterações e épocas de treinamento.
- Cada valor de x corresponde a um valor de y.
- O Tensorflow espera que o conjunto de dados sejam arrays NumPy.

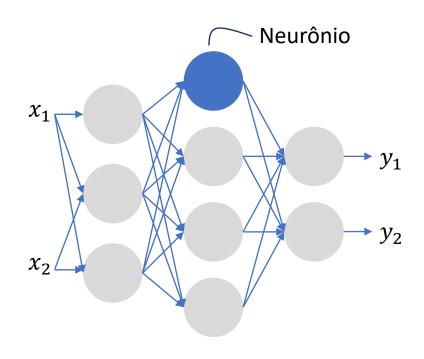
```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

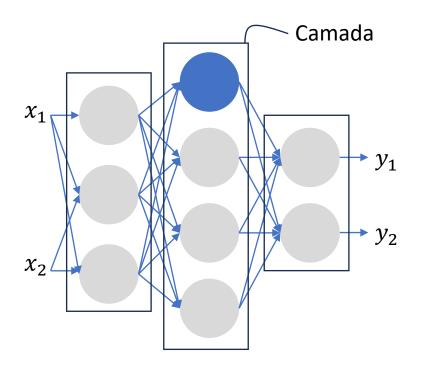
history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

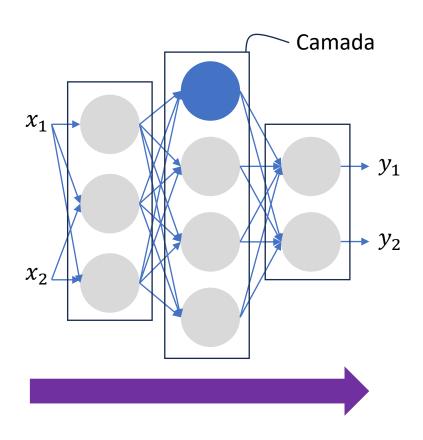
- Na sequência, temos a definição da rede neural.
- É uma rede neural muito simples, uma das mais simples que veremos.
- Antes de discutirmos o código, vamos relembrar alguns termos para que possamos entendê-lo.



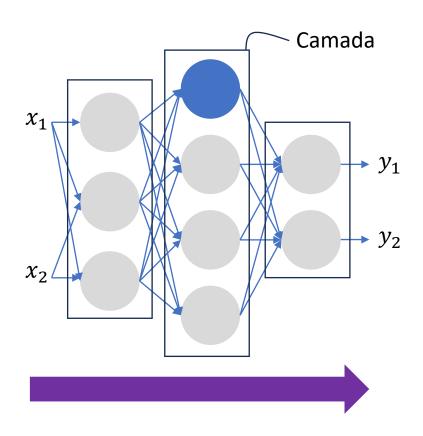
• Cada um dos círculos ao lado é um neurônio ou nó.



- Nós chamamos cada um desses conjuntos de neurônios em um retângulo de camada.
- A rede ao lado tem *duas camadas* ocultas e uma camada de saída.



- Em redes de *alimentação direta*, as camadas estão conectadas em *sequência*.
- As *informações fluem em uma única direção*, ou seja, da entrada para as camadas ocultas e, finalmente, para a camada de saída, sem recursões.



- Na terminologia do Tensorflow, nós usamos o termo sequential para definir este tipo de rede.
- Além disso, vemos que as saídas de uma camada estão conectadas a todos os neurônios da próxima camada, criando conexões densas.
- Usaremos o termo densas para definir o nome e tipos das camadas da rede.

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Voltando ao código, nós vemos o termo sequential e, portanto, temos a definição de uma rede de alimentação direta ou sequencial.
- Dentro dos colchetes, *listamos as camadas* dessa rede neural.
- Nesse exemplo, a lista contém apenas um elemento, portanto, temos apenas uma *camada*.

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1,
input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)
```

- Essa camada é do tipo *densa* (classe *Dense*), então sabemos que é uma rede *densamente conectada*.
- O parâmetro *units* define quantos neurônios a camada possui.
- Podemos ver que essa camada tem apenas um neurônio.
- Portanto, esse código define a rede neural mais simples possível.
 - Há apenas uma camada com um único neurônio nela.

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Um parâmetro que definimos *apenas para a primeira camada* (neste caso a única) de uma rede neural é o formato (i.e., *dimensões*) das *entradas*.
- No exemplo, o parâmetro *input_shape* tem o valor 1, que indica a dimensão da entrada, ou seja, a *quantidade de atributos de entrada* do neurônio.
- Isso significa que o neurônio tem apenas uma entrada, o atributo x.

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Quando vimos o funcionamento dos neurônios, aprendemos que eles possuem uma função de ativação, que têm como entrada a combinação ponderada das entradas pelos pesos sinápticos mais o peso de bias e que faz um mapeamento não linear de sua entrada na saída.
- Porém, como queremos encontrar um mapeamento linear entre entrada e saída, não usaremos nenhuma função de ativação.

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

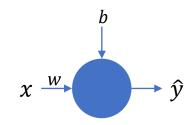
model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Lembrem-se nosso objetivo é encontrar os pesos de uma função hipótese, modelada pela rede neural, do tipo $\hat{y} = b + wx$.
- A função de ativação é definida através do parâmetro *activation* da classe *Dense*.
- Por padrão, a ativação é definida como *None*, ou seja, não se tem ativação.

Nossa rede neural



$$\hat{y} = b + wx$$

- Visualmente, nossa rede neural se parece com a figura ao lado.
- Nós temos apenas uma camada com um único neurônio nela.
- O neurônio tem apenas uma entrada, o atributo, x.
 - Por isso a dimensão da entrada é igual a 1.
- Nenhuma função de ativação é definida.
 - Pois queremos encontrar um mapeamento linear.
- Ele irá aprender os pesos (w e b) que mapeiam x em y da melhor forma possível, baseado no conjunto de treinamento.
- Esse modelo é conhecido na literatura como *Perceptron*.

Compilando a rede neural

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Depois de termos definido o modelo, precisamos compilá-lo.
- Ao compilarmos o modelo, devemos definir a função de erro (loss) e um otimizador.
- A função de erro será a do *erro quadrático médio*, como usamos anteriormente.
- O Tensorflow se encarrega de realizar os cálculos do erro, não precisamos nos preocupar com isso.

Compilando a rede neural

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- O otimizador é o SGD, que significa Stochastic Gradient Descent.
- Na verdade, ele implementa o *gradiente descendente em mini-lotes*.
- Ele segue o processo que vimos anteriormente, o qual usa o vetor gradiente para caminhar pela (descer a) superfície de erro até atingir um mínimo.

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- O treinamento propriamente dito é feito através do método fit().
- O que ele faz é atualizar *iterativamente* os pesos do modelo usando o GDE.
- O treinamento é feito por 500 épocas.
- Uma *época* representa *uma passagem completa pelo conjunto de treinamento* durante o treinamento do modelo.

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Uma *iteração* representa o *número de atualizações de pesos* que ocorrem durante o treinamento do modelo no conjunto de treinamento.
- Por exemplo, se o conjunto de treinamento tem 1000 exemplos e está sendo treinado em mini-batches de 100 exemplos, então uma época é composta por 10 iterações, i.e., os pesos são atualizados 10 vezes.
- Por padrão, o tamanho do *mini-batch* é igual a 32.

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- O tamanho do *mini-batch* é definido através do parâmetro *batch_size* do método *fit()*.
- Porém, como no código acima o número de exemplos de treinamento é menor do que o tamanho padrão, 1 iteração se torna igual a 1 época.
- Ou seja, todo os exemplos são usados para se atualizar os pesos → GDB.

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Cada *iteração* executa as etapas que discutimos antes:
 - dá-se um palpite a respeito dos valores dos pesos,
 - mede-se o erro causado por esse palpite,
 - atualiza-se os pesos usando-se o gradiente do erro,
 - e repete-se o processo, aqui, até se completar as 500 épocas.

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Percebam que não estamos fazendo, nem faremos, nenhum cálculo nós mesmos.
- Nós deixaremos o TensorFlow fazer isso por nós.
- Essa é uma das grandes vantagens do TensorFlow, principalmente quando temos redes neurais profundas.

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Ao final do treinamento, o método fit() retorna um objeto do tipo History.
- Ele contém, além de outros parâmetros, um *dicionário* chamado de *history* com o *erro* e *todas as métricas extras* medidas *ao final de cada época* no conjunto de treinamento e no conjunto de validação (se houver).

Realizando predições

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Depois de treinado, podemos usar o modelo para predizer o valor de y para um determinado x.
- A predição também é chamada de *inferência*.
- Predições são feitas com o método predict().

Realizando predições

```
x = np.array([-1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0])
y = np.array([-3.0, -1.0, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0])

model = tf.keras.Sequential([tf.keras.layers.Dense(units=1, input_shape=[1])])
model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

history = model.fit(x, y, epochs=500)

print(model.predict([10.0]))
```

- Qual valor seria predito e impresso para x = 10?
- Sabemos das aulas anteriores que a melhor função hipótese é dada por $\hat{y} = -1 + 2x$.
- Assim, quando x=10, o valor de \hat{y} deveria ser 19. Correto?
- Vamos ver no próximo exemplo, que, surpreendentemente, a resposta é não.

Exemplo

Regressão com DNNs



Atividades

- Quiz: "TP557 Regressão com DNNs (Parte I)".
- Exercício: Regressão com DNNs (Parte I).

Perguntas?

Obrigado!

