姓名　　学号　　班级　　专业　　学院

天津理工大学考试试卷

2018 ～ 2019 学年度第二学期

《概率论与数理统计》 期末考试试卷

课程代码：1590056　试卷编号：2-B　日期：2019 年 5 月 10 日

答题时限：120 分钟　考试形式：闭卷笔试

190903

得分统计表：

大题号 / 总分	一	二	三	四	核查人签名
阅卷教师					

一、单项选择题（请从 4 个备选答案中选择最适合的一项，每小题 3 分，共 15 分）

得分	

1. 若随机变量 ξ 的概率密度函数为 $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1}$，则有（　　）

(A) $\xi\sim N(2,\frac{1}{2})$　(B) $\xi\sim N(1,\frac{1}{2})$　(C) $\xi\sim N(4,\frac{1}{4})$　(D) $\xi\sim N(0,1)$

2. 已知 $P(A)=0.8$，$P(B)=0.6$，$P(A\cup B)=0.96$，则 $P(B|A)=$（　　）

(A) 0.44　(B) $\frac{11}{15}$　(C) 0.48　(D) 0.55

3. 设 X_1,X_2,X_3 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，其中 μ 为未知参数，则下列统计量中不是 μ 无偏估计量的是（　　）

(A) $\frac{1}{5}X_1+\frac{7}{15}X_2+\frac{1}{3}X_3$　(B) $\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{5}{12}X_3$

(C) $\frac{1}{4}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{1}{3}X_3$　(D) $\frac{1}{3}X_1+\frac{3}{4}X_2-\frac{1}{12}X_3$

4. 设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自总体 $N(0,1)$ 一个样本，则随机变量 $Y=\frac{(X_1+X_2)^2}{(X_3-X_4)^2}$ 的分布为（　　）

(A) $F(1,1)$　(B) $\chi^2(1)$　(C) $t(1)$　(D) $N(0,1)$

5. 设随机变量 $X\sim N(4,2)$，$Y\sim N(-1,4)$，且 X,Y 相互独立，则下列式子中正确是（　　）

(A) $P(X+2Y\le 2)=\frac{1}{2}$　(B) $P(X-2Y\le 2)=\frac{1}{2}$

(C) $P(X+2Y\le -2)=\frac{1}{2}$　(D) $P(X-2Y\le -2)=\frac{1}{2}$

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

得分	

1. 设随机变量 X,Y 满足 $D(X)=25$，$D(Y)=36$，$D(X-Y)=91$，则 $\rho_{XY}=$______.

2. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_9$ 为来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，由样本算得平均值为 10，参数 μ 的置信水平为 0.95 的双侧置信区间的置信下限为 8.5，则参数 μ 的置信水平为 0.95 的双侧置信区间的置信上限为______.

3. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自正态总体 $N(0,1)$ 的样本，$D(\bar{X})=\frac{1}{200}$，则样本容量 $n=$______

4. 设随机变量 $X\sim N(1,4)$，$Y\sim B(10,0.6)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $E[(XY)^2]=$______

5. 事件 A,B,C 同时发生可表示为______.

三、计算题（每小题 10 分，共 40 分）

得分	

1. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} ye^{-(x+y)}, & x\ge 0,y\ge 0 \\ 0, & 其它 \end{cases}$.

求 X 与 Y 的边缘概率密度 $f_X(x),f_Y(y)$，并判断 X 与 Y 的独立性.

2. 设某地区成年居民中肥胖者占 10%，不胖不瘦者占 82%，瘦者占 8%，又知肥胖者患高血……的概率为 20%，不胖不瘦者患高血压病的概率为 10%，瘦者患高血压病的概率为 5%，试求……

(1) 该地区居民患高血压病的概率是多少？

(2) 已知某人患高血压，问他属于肥胖者的概率是多少？

3. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} 6xy, & 0\le x\le 1,0\le y\le 2(\ldots \\ 0, & 其它 \end{cases}$

求 X 与 Y 的协方差 $Cov(X,Y)$.

4. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{2}, & 0\le x<1\\ \dfrac{4-x}{6}, & 1\le x\le 4\\ 0, & 其它\end{cases}$，现对 X 进行四次重复独立观测，求在四次观测中恰有两次观测值小于 2 的概率？

四、解答题（每小题 10 分，共 30 分）

得分	

1、设总体 X 在区间 $[\theta,10]$ 上服从均匀分布，θ 为未知参数，$X_1,\dots,X_n$ 为来自总体 X 的一个简单随机样本，求 θ 的矩估计量和最大似然估计量。

2. 某公司生产的凤尾鱼罐头标定重量为 250 克，商品检验部门从市场上随机抽取 16 罐测得重量，经计算得平均重量为 250.6 克，样本标准差为 1.2 克，假定凤尾鱼罐头重量服从正态分布，问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，该公司的凤尾鱼罐头重量是否达标？

（$Z_{0.025}=1.96, t_{0.025}(15)=2.131, t_{0.025}(16)=2.120, Z_{0.05}=1.65, t_{0.05}(15)=1.753, t_{0.05}(16)=1.746$）

3. 设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 相互独立，且都服从参数为 $\lambda=1$ 的泊松分布，试用切比雪夫不等式估计 $P\left\{80<\sum_{i=1}^{100}X_i<120\right\}$.

B卷

B D B A A

二：1：$-\frac{1}{2}$

2：11.5

3：200

4：192

5：$A \cap B \cap C$

三. 求 X 与 Y 的协方差……

解: $f(x,y) = \begin{cases} 6xy & 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$

$$E(X) = \int_0^1 x \cdot 6xy\, dx \int_0^2 dy$$

$$= x^3 \Big|_0^1 \cdot y^2 \Big|_0^2 = 4$$

$$E(Y) = \int_0^2 y \cdot 6xy\, dy \int_0^1 dx$$

$$= y^3 \Big|_0^2 \cdot x^2 \Big|_0^1 = 8$$

$$E(XY) = \int_0^2 dy \int_0^1 xy \cdot 6xy\, dx$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{3}x^3 \Big|_0^1 \cdot \frac{1}{3}y^3 \Big|_0^2 = \frac{16}{3}$$

$$Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$= \frac{16}{3} - 4 \times 8 = -\frac{80}{3}$$

三. 设某地区成年居民中肥胖……

解：(1) 由全概率公式

$$P(B)=\sum_{i=1}^{3}P(B|A_i)P(A_i)$$

$$=10\%\times20\%+82\%\times10\%+8\%\times5\%$$

$$=0.106=10.6\%$$

(2) 由贝叶斯公式

$$P(A_1|B)=\frac{P(B|A_1)P(A_1)}{P(B)}$$

$$=\frac{0.02}{0.106}=\frac{10}{53}$$

三. 设某地区成年居民中肥胖……

解：(1) 由全概率公式

$$P(B) = \sum_{i=1}^{3} P(B|A_i)P(A_i)$$

$$= 10\% \times 20\% + 82\% \times 10\% + 8\% \times 5\%$$

$$= 0.106 = 10.6\%$$

(2) 由贝叶斯公式

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1)P(A_1)}{P(B)}$$

$$= \frac{0.02}{0.106} = \frac{10}{53}$$

三：设二维随机变量.

解：$f_X(x) = \int_0^{+\infty} y e^{-(x+y)} dy$

$$= \begin{cases} e^{-x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \int_0^{+\infty} y e^{-(x+y)} dx$$

$$= \begin{cases} y e^{-y} & y \geq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

而 $f_X(x) \cdot f_Y(y) = f(x, y)$

因此 X 与 Y 相互独立.

三.4 求在四次观测中恰有……

解:

$$P(X<2)=\int_0^2 f(x)\,dx$$

$$=\int_0^1 \frac{x}{2}\,dx+\int_1^2 \frac{4-x}{6}\,dx$$

$$=\frac{1}{4}x^2\Big|_0^1+\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{12}x^2\right)\Big|_1^2$$

$$=\frac{1}{4}+\frac{5}{12}=\frac{2}{3}$$

则概率为 $P=C_4^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$$=6\times\frac{4}{9}\times\frac{1}{9}$$

$$=\frac{8}{27}$$