

文章编号: 1002- 8684( 2008) 05- 0035- 03

## 利用 DOA 模型进行弹丸弹道轨迹估计

· 论文 ·

蒋 灏, 罗晓松, 冯 策, 张向晖

( 中国电子科技集团公司 第三研究所, 北京 100015)

【摘 要】介绍了一种采用波达方向(DOA)对超音速弹丸的飞行弹道轨迹直线进行估计的算法,利用空间上间隔一定距离的3个正四面体传感器阵列,根据相关原理可以求出弹道激波到达各个阵列的方向,从而利用空间解析几何可以估计出弹道轨迹直线。

【关键词】DOA 模型; 弹道激波; 弹道轨迹; 正四面体阵列

【中图分类号】TJ01; TN912

【文献标识码】A

Trajectory Determination of Supersonic Projectile Using DOA Model

JIANG Hao, LUO Xiao-song, FENG Ce, ZHANG Xiang-hui

(CETC No.3 Research Institute, Beijing 100015, China)

【Abstract】A method for determining the trajectory of a supersonic projectile using DOA (Direction Of Arrival) model is introduced. Three spaced-apart tetrahedral array is used to obtain the shock wave direction arriving each array according to goniometric or interferometric direction-finding method, and analytic geometry is employed to determine the trajectory of a supersonic projectile.

【Key words】DOA model; shock wave; trajectory; tetrahedral array

## 1 引言

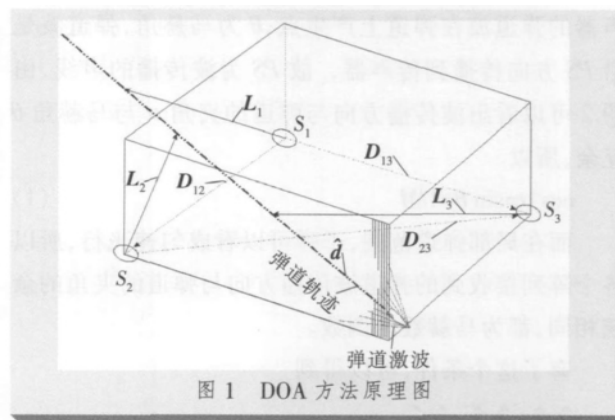
小口径武器发射产生2种声波:子弹发射位置产生的膛口波和弹道任一点产生的弹道激波。2种波相比之下,膛口波由于受地面建筑物的影响以及某些自动武器所使用的膛口装置的压制作用而难于探测,因此这就要求声探测系统仅根据弹道激波就能确定弹道轨迹直线。在膛口波能被探测到的情况下,可以估计出距离参数,从而沿着弹道轨迹枪手的精确位置就能确定。笔者介绍一种利用激波确定弹道轨迹直线的算法。

利用激波确定弹道轨迹直线的算法目前主要有到达时间(Time Of Arrival, TOA)模型和波达方向(Direction Of Arrival, DOA)模型,分别利用弹道激波到达阵列的时间和方向来估计弹道轨迹。关于TOA模型可参考文献[1-2],本文采用DOA模型,即波达方向算法来估计弹道轨迹直线。

## 2 利用 DOA 估计弹道轨迹

如图1所示,DOA模型至少由3个相隔一定距离的传声器阵列 $S_1$ ,  $S_2$ 和 $S_3$ 构成,矢量 $D_{12}$ 给出了从阵列 $S_1$ 到阵列 $S_2$ 的方向和距离大小, $D_{13}$ ,  $D_{23}$ 同样定义。而矢量 $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ 则代表各个阵列中入射弹道激波传播的方

向和距离。 $\hat{d}$ 表示局部弹道的单位方向矢量。



当 $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ 间隔距离较小时(2~20 m),各个阵列接收到的弹道激波在弹道上的产生点之间的距离也较小,因此整个立方体包括的测量区域尺寸较小,这样,在这段局部弹道范围内,可以认为子弹是匀速飞行的。每个阵列是由4个具有一定空间尺度的声学传声器组成(例如正四面体阵),由于基阵尺寸相对于弹道激波传播的距离来说很小,这样可以认为到达阵列中各个传声器的弹道激波是由弹道上同一点产生的,同时也可以将具有圆锥面波前的弹道激波近似为平面波,根据到达阵列中各个传声器的时差可以确定入射弹道激

波声线的方向(后有详述),即图中  $L_1, L_2, L_3$  3 个矢量的单位方向矢量  $\hat{l}_1, \hat{l}_2, \hat{l}_3$  可以确定。如果能确定矢量  $L_1, L_2, L_3$  的大小  $|L_1|, |L_2|, |L_3|$ , 那么弹道轨迹直线的方位就能被估计出。

确定弹道波传播的距离  $|L_1|, |L_2|, |L_3|$  可以通过声探测系统采集到的弹道波 N 波波形的最大峰值和持续时间根据经验公式得到, 这种方法误差较大, 本文不予讨论, 但可以采用这种方法进行武器口径估计。另一种方法是利用向量几何的方法推导出, 但这时必须加上一个附加条件, 即矢量  $L_1, L_2, L_3$  与弹道直线的夹角相同, 这个条件的证明如图 2 所示。

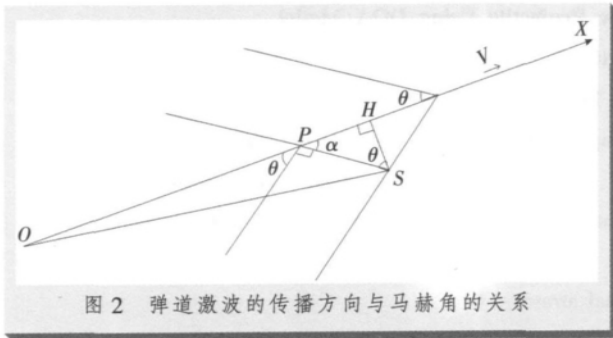


图 2 弹道激波的传播方向与马赫角的关系

图 2 中, S 为传声器位置, O 为枪手位置, OX 为弹道直线, H 为弹道上离传声器最近点, P 为最先到达传声器的弹道波在弹道上产生点, 为马赫角, 弹道波是沿 PS 方向传播到传声器, 故 PS 为波传播的声线, 由图 2 可以看出波传播方向与弹道的夹角与马赫角互余, 所以

$$\cos \theta = \sin \alpha = 1/M \quad (1)$$

而在局部弹道范围, 子弹可以看成匀速飞行, 所以各个阵列接收到的弹道波传播方向与弹道的夹角的余弦相同, 都为马赫数的倒数。

有了这个条件, 可以得到

$$\hat{d} \cdot \hat{l}_1 = \hat{d} \cdot \hat{l}_2 = \hat{d} \cdot \hat{l}_3 = 1/M \quad (2)$$

由图 1, 根据矢量多边形加法原理可得

$$d_{12} = -L_1 + D_{12} + L_2 \quad (3)$$

$$d_{13} = -L_1 + D_{13} + L_3 \quad (4)$$

$$d_{23} = -L_2 + D_{23} + L_3 \quad (5)$$

其中,  $d_{12}$  为局部弹道上矢量  $L_1, L_2$  末端的连线;  $d_{13}, d_{23}$  同样定义。

由式(2)可以推出

$$d_{12} \cdot (\hat{l}_1 - \hat{l}_2) = 0 \quad (6)$$

$$d_{13} \cdot (\hat{l}_1 - \hat{l}_3) = 0 \quad (7)$$

$$d_{23} \cdot (\hat{l}_2 - \hat{l}_3) = 0 \quad (8)$$

把式(3)~(5)代入式(6)~(8)得

$$-|L_1| + D_{12} \cdot \hat{l}_1 + |L_2| \cdot \hat{l}_1 \cdot \hat{l}_2 + |L_1| \cdot \hat{l}_1 \cdot \hat{l}_2 - D_{12} \cdot \hat{l}_2 - |L_2| = 0 \quad (9)$$

$$-|L_1| + D_{13} \cdot \hat{l}_1 + |L_3| \cdot \hat{l}_1 \cdot \hat{l}_3 + |L_1| \cdot \hat{l}_1 \cdot \hat{l}_3 - D_{13} \cdot \hat{l}_3 - |L_3| = 0 \quad (10)$$

$$-|L_2| + D_{23} \cdot \hat{l}_2 + |L_3| \cdot \hat{l}_2 \cdot \hat{l}_3 + |L_2| \cdot \hat{l}_2 \cdot \hat{l}_3 - D_{23} \cdot \hat{l}_3 - |L_3| = 0 \quad (11)$$

经过整理可得

$$-(|L_1| + |L_2|) + (|L_1| + |L_2|) \cdot \hat{l}_1 \cdot \hat{l}_2 + D_{12} \cdot (\hat{l}_1 - \hat{l}_2) = 0 \quad (12)$$

$$-(|L_1| + |L_3|) + (|L_1| + |L_3|) \cdot \hat{l}_1 \cdot \hat{l}_3 + D_{13} \cdot (\hat{l}_1 - \hat{l}_3) = 0 \quad (13)$$

$$-(|L_2| + |L_3|) + (|L_2| + |L_3|) \cdot \hat{l}_2 \cdot \hat{l}_3 + D_{23} \cdot (\hat{l}_2 - \hat{l}_3) = 0 \quad (14)$$

进一步推导可得

$$|L_1| + |L_2| = D_{12} \cdot (\hat{l}_1 - \hat{l}_2) / (1 - \hat{l}_1 \cdot \hat{l}_2) = K_{12} \quad (15)$$

$$|L_1| + |L_3| = D_{13} \cdot (\hat{l}_1 - \hat{l}_3) / (1 - \hat{l}_1 \cdot \hat{l}_3) = K_{13} \quad (16)$$

$$|L_2| + |L_3| = D_{23} \cdot (\hat{l}_2 - \hat{l}_3) / (1 - \hat{l}_2 \cdot \hat{l}_3) = K_{23} \quad (17)$$

这里, 3 个传感器阵列之间的位置矢量  $D_{12}, D_{13}, D_{23}$  是已知的, 而通过每个正四面体阵, 可以确定弹道波传播到该阵列的单位方向矢量  $\hat{l}_1, \hat{l}_2, \hat{l}_3$ , 这样当弹道波传播到  $S_1, S_2, S_3$  这 3 个阵列时,  $K_{12}, K_{13}, K_{23}$  的值可以确定, 于是弹道波从弹道上传播到 3 阵列的距离分别为

$$|L_1| = (K_{12} + K_{13} - K_{23}) / 2 \quad (18)$$

$$|L_2| = (K_{12} + K_{23} - K_{13}) / 2 \quad (19)$$

$$|L_3| = (K_{13} + K_{23} - K_{12}) / 2 \quad (20)$$

有了上述的推导, 子弹弹道轨迹方位就可以确定了, 并且以方位角和仰角表示。

另外在实际中, 可能会有一种发生概率极小的情况, 就是弹道直线与 3 个阵列中的某 2 个阵列共面。如图 3 所示, 阵列 2 和阵列 3 与弹道直线共面, 传播到这 2 个阵列的弹道波方向矢量平行, 即  $\hat{l}_2 \cdot \hat{l}_3 = 1$ , 这样式(17)就不存在。这时候可以考虑利用波到达阵列 1 和阵列 2 的时差 ( $t_{12}$ ) 来构造新的方程。  $t_{12}$  有以下表达式

$$t_{12} = |L_2|/c + |d_{12}|/v - |L_1|/c \quad (21)$$

当波到达阵列 1 的时刻先于到达阵列 2 的时刻,  $t_{12}$  取正值, 反之取负。c 为声速, v 为子弹在测量范围的平均速度, 重新安排式(21)可得

$$|d_{12}|/c = v \cdot t_{12} + |L_1| - |L_2| \quad (22)$$

而由式(2)可得

$$\hat{d} \cdot \hat{l}_1 = 1/M = c/v$$

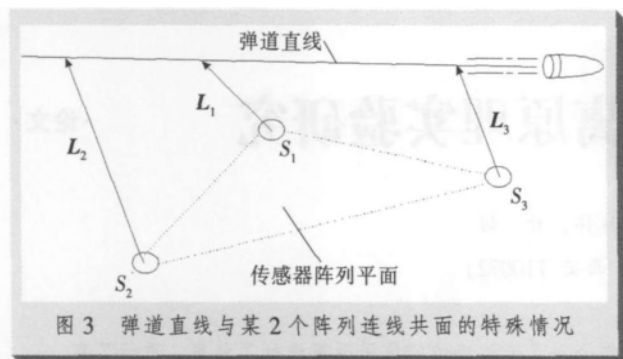


图3 弹道直线与某2个阵列连线共面的特殊情况

可推出

$$\hat{d}_{12} \cdot \hat{i}_1 = |\hat{d}_{12}| \cdot c/v \quad (23)$$

将式(3)两边点乘 $\hat{i}_1$ 可得

$$\hat{d}_{12} \cdot \hat{i}_1 = L_1 \cdot \hat{i}_1 + D_{12} \cdot \hat{i}_1 + L_2 \cdot \hat{i}_1 \quad (24)$$

联立式(22)~(24)可得

$$-|L_1| + D_{12} \cdot \hat{i}_1 + |L_2| \cdot \hat{i}_1 \cdot \hat{i}_2 = c \cdot t_{12} + |L_1| - |L_2| \quad (25)$$

整理得

$$2|L_1| = D_{12} \cdot \hat{i}_1 + L_2(1 + \hat{i}_1 \cdot \hat{i}_2) - c \cdot t_{12} \quad (26)$$

式(26)联立式(15), 可解得

$$|L_2| = |2K_{12} - D_{12} \cdot \hat{i}_1(1 - \hat{i}_1 \cdot \hat{i}_2) - c \cdot t_{12}| / (3 - \hat{i}_1 \cdot \hat{i}_2) \quad (27)$$

再由式(15)、式(16)可得

$$|L_1| = K_{12} - |L_2| \quad (28)$$

$$|L_3| = K_{13} - |L_1| \quad (29)$$

因此在这种特殊情况下, 弹道直线的方位也能确定。

当弹道轨迹直线方位确定后, 即 $\hat{d}$ 已知, 由式(2) $\hat{d} \cdot \hat{i}_1 = 1/M$ 可以得到子弹在测量区域的局部弹道范围内的速度参数。如果已经估计出武器的口径, 那么利用外弹道学中的阻力方程<sup>[3]</sup>, 可以估计出枪手离传感器阵列的距离 $r$ , 当然这种距离估计的方法误差较大。如果能够探测到膛口波的话, 利用阵列之间的时间差, 可以精确得到沿弹道方向枪手的位置。

### 3 利用正四面体阵列确定波达方向

以上在推导弹道轨迹直线方位时, 利用了每个阵列上入射弹道波的单位方向矢量 $\hat{i}_1, \hat{i}_2, \hat{i}_3$ 。由于阵列本身是由4个声传感器构成的正四面体阵, 具有测向性, 所以能够确定 $\hat{i}_1, \hat{i}_2, \hat{i}_3$ 。此外, 正四面体阵还可利用膛口波到达的时间求出射手的方位, 并利用2个阵列得到的方位角交汇出射手的具体位置。正四面体阵与其

他平面阵列不同, 在高度上安排有传声器, 除了方位角外, 还能得到高度角的信息, 所以方向是在真正三维空间里测量的。下面就详细推导利用正四面体阵列求入射波的单位方向矢量。

如图4所示, 4个传声器A, B, C, D排列成正四面体阵, 边长为 $L$ 。按图中所示建立坐标系。则4个点在坐标系中的坐标分别为 $(\frac{L}{\sqrt{3}}, 0, 0)$ ,  $(-\frac{L}{2\sqrt{3}}, \frac{L}{2}, 0)$ ,  $(-\frac{L}{2\sqrt{3}}, -\frac{L}{2}, 0)$ ,  $(0, 0, \sqrt{\frac{2}{3}}L)$ 。

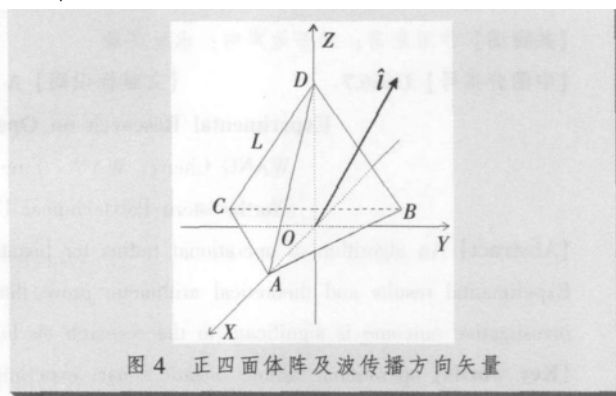


图4 正四面体阵及波传播方向矢量

由于波传播距离远远大于基阵尺寸, 故可以作平面波假设。设波阵面法线单位矢量, 即波达方向为 $\hat{i}$ , 其方向角和仰角分别为 $\phi(0^\circ \sim 360^\circ)$ ,  $(-90^\circ \sim 90^\circ)$ , 则

$$\hat{i} = \cos \theta \cdot \cos \phi \cdot \mathbf{i} + \cos \theta \cdot \sin \phi \cdot \mathbf{j} + \sin \theta \cdot \mathbf{k} \quad (30)$$

阵元D到其他阵元的向量为

$$\mathbf{h}_{DA} = \frac{L}{\sqrt{3}} \cdot \mathbf{i} - \sqrt{\frac{2}{3}} L \cdot \mathbf{k} \quad (31)$$

$$\mathbf{h}_{DB} = -\frac{L}{2\sqrt{3}} \cdot \mathbf{i} + \frac{L}{2} \cdot \mathbf{j} - \sqrt{\frac{2}{3}} L \cdot \mathbf{k} \quad (32)$$

$$\mathbf{h}_{DC} = -\frac{L}{2\sqrt{3}} \cdot \mathbf{i} - \frac{L}{2} \cdot \mathbf{j} - \sqrt{\frac{2}{3}} L \cdot \mathbf{k} \quad (33)$$

波到阵元间的声程差 $d_{ij}$ 为波达方向矢量 $\hat{i}$ 与阵元间向量 $\mathbf{h}_{ij}$ 点积, 即

$$d_{DA} = \frac{L}{\sqrt{3}} (\cos \theta \cdot \cos \phi - \sqrt{2} \sin \theta) \quad (34)$$

$$d_{DB} = \frac{L}{\sqrt{3}} \left( \frac{1}{2} \cos \theta \cdot \cos \phi - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \cdot \sin \phi + \sqrt{2} \sin \theta \right) \quad (35)$$

$$d_{DC} = \frac{L}{\sqrt{3}} \left( \frac{1}{2} \cos \theta \cdot \cos \phi + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \cdot \sin \phi + \sqrt{2} \sin \theta \right) \quad (36)$$

(下转第41页)

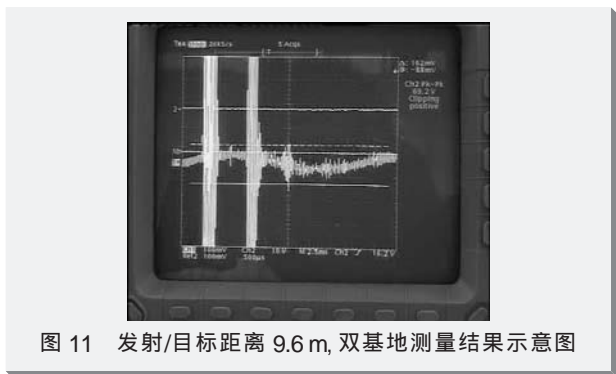


图 11 发射/目标距离 9.6 m, 双基地测量结果示意图

由图 11 可看出, 增大发射/目标的距离, 采用双基地配置, 可以检测到目标, 但回波峰-峰值减小。继续增大发射/目标的距离, 采用双基地配置无法检测到目标。

## 5 结论

在西北工业大学消声水池中, 以圆柱形钢体为目标完成了收发分置的双基地声呐作用距离原理性实验。实验结果表明, 如果配置得当, 双基地声呐作用距离比单基地作用距离可提高数倍。笔者主要得出以下 4 点结论:

(1) 在极限位置, 单基地声呐无法探测目标。此时, 采用双基地配置, 水听器能够检测到目标回波, 证明了双基地声呐的优越性;

(2) 当发射/目标的距离超过水听器的最大作用距离时, 单基地声呐无法检测到目标; 采用双基地配

置, 能够清晰检测到目标回波, 水听器的作用距离增大了  $(9.6 - 7.6) / 7.6 \times 100\% = 26.3\%$ ;

(3) 由于水池场地限制, 无法进行继续增大发射/目标的距离, 如果场地条件允许, 实验中双基地的作用距离还可以增大。

(4) 验证了双基地声呐作用距离理论的可行性, 对双基地声呐的配置有一定参考价值。

### 参考文献

- [1] 刘伯胜. 水声学原理[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 1989.
- [2] 何友, 关欣, 王国宏, 等. 多传感器信息融合研究进展与展望[J]. 宇航学报, 2005, 26(4): 524-529.
- [3] KHELLAH F M, MURRAY M J, ALLEN M R, et al. Data fusion of sea-surface temperature data[C]// Proceedings of International Geoscience and Remote Sensing Symposium. [S.l.]: IEEE Press, 2000, 5: 2111-2113.
- [4] COX H. Fundamentals of bistatic active sonar, underwater acoustic data processing[M]. [S.l.]: Kluwer academic publishers, 1989.
- [5] LI Jian-ping. A species conserving genetic algorithm for multimodal function optimization[J]. Evolutionary Computation, 2002, 10(3): 207-234.

### 作者简介

王成, 硕士, 讲师, 主要研究方向为工程水声信号处理。

[责任编辑] 潘浩然

[收稿日期] 2008-02-10

(上接第 37 页)

联立式(34)~(36)解得

$$\tan \phi = \sqrt{3} \cdot \frac{d_{DC} + d_{DB}}{d_{DC} - d_{DB} + 2d_{DA}} \quad (37)$$

$$\tan \phi = \frac{(d_{DA} + d_{DB} - d_{DC}) \cdot \sin \phi}{\sqrt{6} \cdot (d_{DC} + d_{DB})} \quad (38)$$

又声程差  $d_{ij}$  等于声速  $c$  乘上阵元之间的时间差  $t_{ij}$ , 故式(37)、式(38)又可表示为

$$\tan \phi = \sqrt{3} \cdot \frac{d_{DC}^{+} - d_{DB}^{+}}{d_{DC}^{+} - d_{DB}^{+} + 2d_{DA}^{+}} \quad (39)$$

$$\tan \phi = \frac{(d_{DA}^{+} + d_{DB}^{+} - d_{DC}^{+}) \cdot \sin \phi}{\sqrt{6} \cdot (d_{DC}^{+} + d_{DB}^{+})} \quad (40)$$

从式(39)、式(40)可以看出, 利用正四面体基阵求波入射的方向, 只与阵元之间的时差有关, 与声速、基阵的尺寸均无关<sup>[4]</sup>, 这样消除了由于声速值变化带来的误差。对于时差  $t_{ij}$ , 当阵元  $i$  先于阵元  $j$  接收到波取正, 反之取负。

### 参考文献

- [1] 张元. 被动声探测技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 1996.
- [2] PERMUY A, VIMORT P. Method and a system for locating a firearm on the basis of acoustic detection: US, 5586086[P]. 1996-12-17.
- [3] DUCKWORTH G L, BARGER J E, CARLSON S H. Fixed and wearable acoustic counter-sniper system for low enforcement[C]// Proceedings of SPIE. Boston: [s.n.], 1998, 3577: 210-230.
- [4] 孙建伟, 谭惠民, 胡昌振. 被动声方位估计中消除有效声速影响的方法[J]. 探测与控制学报, 1999, 21(1): 48-50.

### 作者简介

蒋灏, 硕士, 主要研究方向为战场声探测、模式识别;

罗晓松, 研究员, 主要研究方向为战场声探测、被动声定位、信息融合。

[责任编辑] 闫雯雯

[收稿日期] 2008-01-29