

CHƯƠNG 2

MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU HÌNH SIN MỘT PHA

Dòng điện sin là dòng điện xoay chiều biến đổi theo quy luật hàm sin biến thiên theo thời gian. Trong kỹ thuật và đời sống dòng điện xoay chiều hình sin được dùng rất rộng rãi vì nó có nhiều ưu điểm so với dòng điện một chiều. Dòng điện xoay chiều dễ dàng chuyển tải đi xa, dễ dàng thay đổi cấp điện áp nhờ máy biến áp. Máy phát điện và động cơ điện xoay chiều làm việc tin cậy, vận hành đơn giản, chi số kinh tế - kỹ thuật cao. Ngoài ra trong trường hợp cần thiết, ta có thể dễ dàng biến đổi dòng điện xoay chiều thành một chiều nhờ các thiết bị chỉnh lưu.

§2.1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VỀ DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU HÌNH SIN

- Dòng điện xoay chiều là dòng điện có chiều và trị số thay đổi theo thời gian.
- Dòng điện xoay chiều biến thiên theo quy luật hình sin theo thời gian được gọi là dòng điện xoay chiều hình sin, được biểu diễn bằng đồ thị hình sin trên hình (2-1).

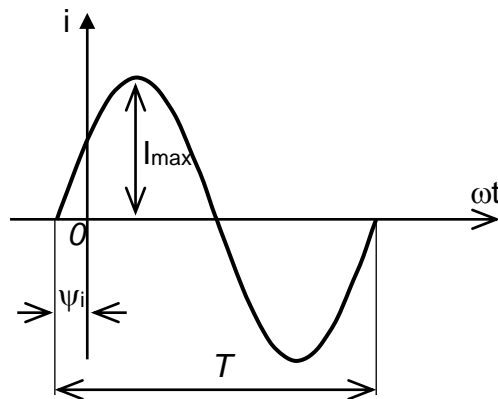
$$i = I_{\max} \sin (\omega t + \Psi_i) \quad (2-1)$$

trong đó: i : là trị số tức thời của dòng điện.

I_{\max} : là giá trị cực đại của dòng điện (hay là biên độ của dòng điện)

ω : là tần số góc

Ψ : là góc pha ban đầu của dòng điện



Hình 2-1. Dòng điện xoay chiều hình sin

2.1.1. Chu kỳ, tần số, tần số góc

- ❖ **Chu kỳ:** Là khoảng thời gian ngắn nhất để dòng điện lặp lại trị số và chiều biến thiên cũ. Chu kỳ có ký hiệu là T , đơn vị: giây (s).
- ❖ **Tần số:** Là số chu kỳ mà dòng điện thực hiện được trong một đơn vị thời gian (trong 1 giây). Tần số có ký hiệu là f .

$$\text{Ta có: } f = \frac{1}{T} \text{ (Hz)} \quad (2-2)$$

Đơn vị là hertz, ký hiệu Hz.

❖ **Tần số góc:** Là tốc độ biến thiên của dòng điện hình sin.

Tần số góc có ký hiệu là ω , đơn vị là rad/s .

Quan hệ giữa tần số góc và tần số:

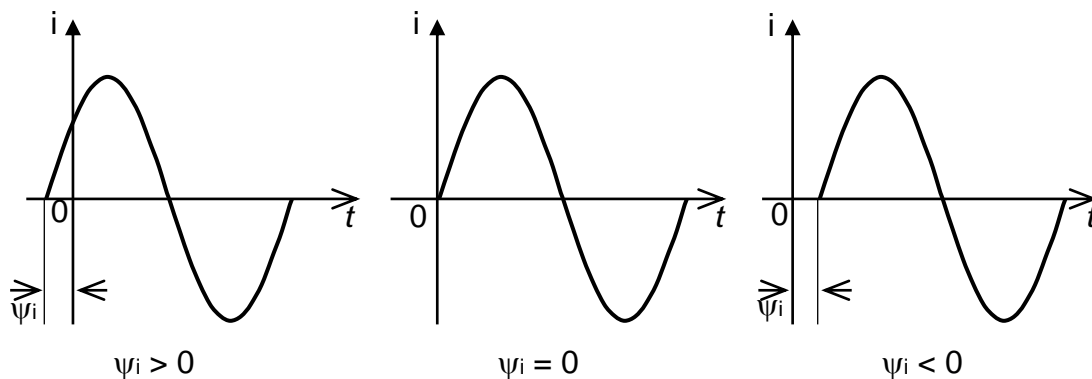
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad (2-3)$$

2.1.2. Trị số tức thời của dòng điện

Trị số tức thời là trị số ứng với thời điểm t , ký hiệu là i . Trong biểu thức (2-1) trị số tức thời phụ thuộc vào biên độ I_{\max} và góc pha $(\omega t + \Psi_i)$.

- Biên độ I_{\max} là trị số cực đại của dòng điện i , cho biết độ lớn của dòng điện.
- Góc pha $(\omega t + \Psi_i)$ nói lên trạng thái của dòng điện ngay tại thời điểm t . Ở thời điểm $t = 0$ thì góc pha của dòng điện là Ψ_i . Ψ_i gọi là góc pha ban đầu của dòng điện. Góc pha ban đầu Ψ phụ thuộc vào thời điểm chọn làm gốc thời gian.

Hình 2-2 chỉ ra góc pha ban đầu Ψ_i khi chọn các mốc thời gian khác nhau.



Hình 2-2. Góc pha của dòng điện ứng với các mốc thời gian khác nhau

2.1.3. Góc lệch pha φ giữa điện áp và dòng điện

Giaû sô cho dòng điện $i = I_{\max} \sin(\omega t + \Psi_i)$ và $u = U_{\max} \sin(\omega t + \Psi_u)$.

Trong đó: U_{\max} , Ψ_u là biên độ và góc pha của điện áp.

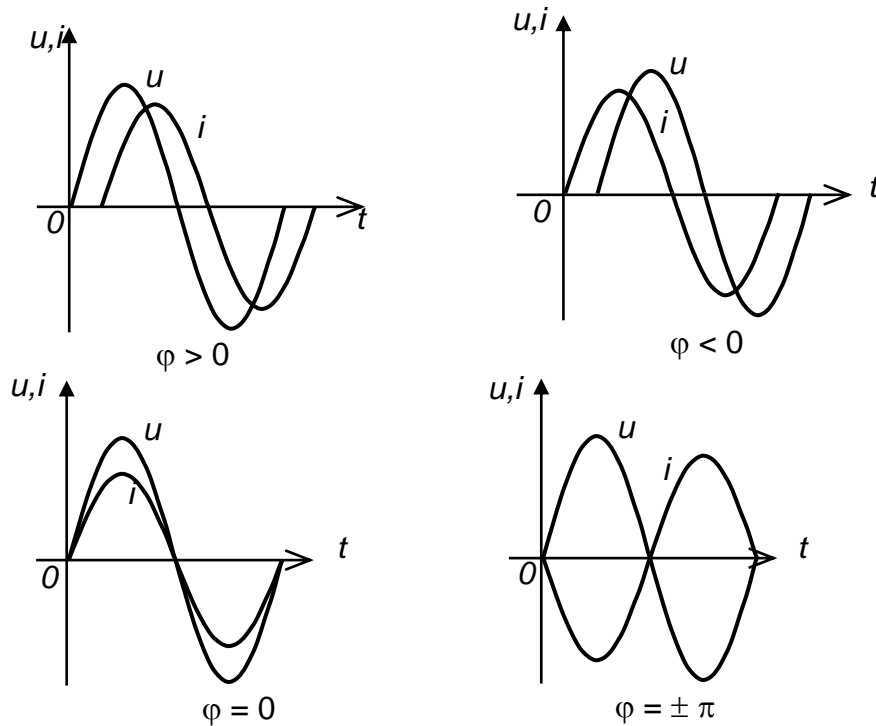
Hãy biểu diễn góc lệch pha giữa u và i .

- Nếu biểu diễn góc lệch pha giữa 2 năng lượng hoặc chu kỳ của chúng phải có cùng tần số góc, cùng hàm sin hoặc hàm cos.
- Góc lệch pha giữa u và i phụ thuộc vào dòng điện ký hiệu là φ

$$\varphi = (\omega t + \Psi_i) - (\omega t + \Psi_u) = \Psi_i - \Psi_u \quad (2-4)$$

Góc φ phụ thuộc vào các thông số của mạch.

- Khi:
- $\varphi > 0$ điện áp vượt trước dòng điện
 - $\varphi < 0$ điện áp chậm sau dòng điện
 - $\varphi = 0$ điện áp trùng pha dòng điện
 - $\varphi = \pm \pi$ điện áp ngược pha với dòng điện



Hình 2-3. Góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện

- ❖ **Ví dụ 2-1:** Cho hai đại lượng điều hòa có cùng tần số góc
 $u = 100 \sin(2t + 60^\circ)$
 $i = 20 \sin(2t + 30^\circ)$
 Hãy biểu diễn góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện.

Giải:

Ta có: $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$
 Vậy: u nhanh pha hơn i một góc 30° .

- ❖ **Ví dụ 2-2:** Cho hai đại lượng điều hòa có cùng tần số góc
 $u = 100 \sin(2t + 60^\circ)$
 $i = 20 \cos 2t$
 Hãy biểu diễn góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện.

Giải:

Do u và i không cùng dạng sin và cos nên ta phải chuyển sang dạng cos hoặc sin
 Ta đổi: $i = 20 \cos 2t = 20 \sin(2t + 90^\circ)$
 $\Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 60^\circ - 90^\circ = -30^\circ$

Vậy: u chậm pha hơn i một góc 30°

+ **Chú ý:** để so sánh góc lệch pha giữa 2 đại lượng điều hòa thì chúng phải có cùng tần số góc; cùng dạng sin hoặc dạng cos.

2.1.4. Trị số hiệu dụng của dòng điện

Trị số hiệu dụng của dòng điện xoay chiều là giá trị tương đương của dòng điện một chiều khi chúng đi qua cùng một điện trở trong thời gian một chu kỳ thì toả ra cùng một năng lượng dưới dạng nhiệt như nhau. Kí hiệu bằng chữ in hoa: $I, U, E \dots$

- Trị số hiệu dụng của dòng điện hình sin:

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = 0,707 I_{\max} \quad (2-5)$$

- Tương tự ta có trị số hiệu dụng của điện áp và sức điện động xoay chiều hình sin là:

$$U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = 0,707 U_{\max} \quad (2-6)$$

$$E = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} = 0,707 E_{\max} \quad (2-7)$$

Chú ý: Để phân biệt, cần chú ý các ký hiệu:

- i, u : Trị số tức thời, kí hiệu chữ thường.
- I, U : Trị số hiệu dụng, kí hiệu chữ in hoa
- I_{\max}, U_{\max} : Trị số cực đại (biên độ).

§2.2. BIỂU DIỄN DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU HÌNH SIN BẰNG VECTOR

Từ biểu thức trị số tức thời của dòng điện.

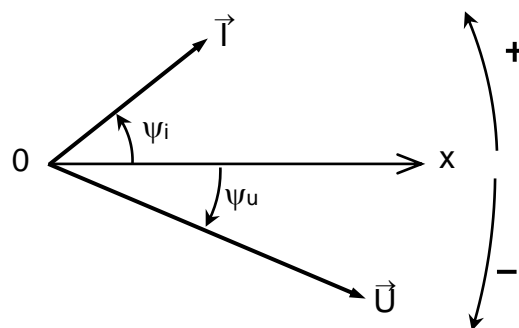
$$i = I_{\max} \sin (\omega t + \Psi_i) = I\sqrt{2} \sin (\omega t + \Psi_i)$$

Ta thấy khi tần số đã cho, nếu biết trị số hiệu dụng I , và pha đầu Ψ_i , thì i hoàn toàn xác định. Vector được đặc trưng bởi độ dài (độ lớn, mô đun) và góc (argument), từ đó ta có thể dùng véctơ để biểu diễn dòng điện hình sin (hình 2-4).

Độ dài của vector được biểu diễn bằng trị số hiệu dụng, góc của vector với trục Ox biểu diễn góc pha ban đầu. Ký hiệu như sau:

Vector dòng điện: $\vec{I} = I \angle \Psi_i$

Vector điện áp: $\vec{U} = U \angle \Psi_u$



Hình 2-4. Biểu diễn vector của điện áp và dòng điện

Ví dụ 2-3: Hãy biểu diễn dòng điện, điện áp bằng vector và chỉ ra góc lệch pha, cho biết:

$$i = 20\sqrt{2} \sin (\omega t - 10^\circ) \quad (A)$$

$$u = 100\sqrt{2} \sin (\omega t + 40^\circ) \quad (V)$$

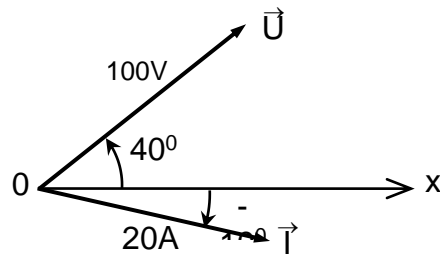
Giải:

Vector dòng điện: $\vec{I} = 20 \angle -10^\circ$

Chương 2. Mạch điện xoay chiều một pha

Vector điện áp: $\vec{U} = 100 \angle 40^\circ$

Biểu diễn chúng bằng vector trên hình 2-5.



Hình 2-5. Vector của điện áp và dòng điện theo ví dụ 2-3

Góc lệch pha φ giữa điện áp và dòng điện là góc giữa hai vector \vec{U} và \vec{I}

Phương pháp biểu diễn vector giúp ta dễ dàng cộng hoặc trừ các đại lượng dòng điện, điện áp xoay chiều hình sin (thực hiện cho các đại lượng hình sin có cùng tần số góc).

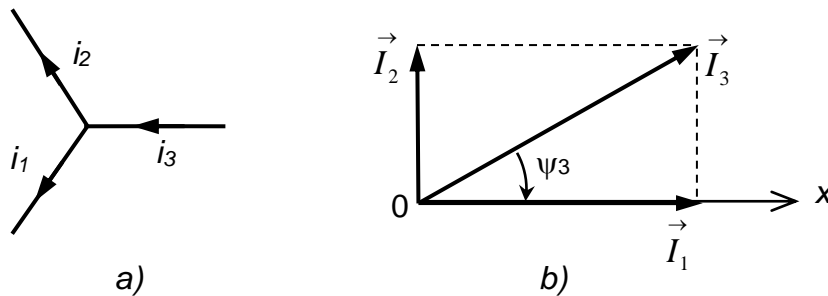
Ví dụ 2-4: Tính dòng điện i_3 trên hình 2-6a. Cho biết trị số tức thời

$$i_1 = 16\sqrt{2} \sin \omega t; \quad i_2 = 12\sqrt{2} \sin (\omega t + 90^\circ).$$

Giải:

Áp dụng định luật Kirchhoff 1 tại nút ta có:

$$i_3 = i_1 + i_2$$



Hình 2-6. Vector dòng điện $i_3 = i_1 + i_2$

Ta không thể cộng trực tiếp trị số tức thời đã cho, mà phải biểu diễn chúng thành vector như hình 2-6b.

$$\vec{I}_1 = 16 \angle 0^\circ$$

$$\vec{I}_2 = 12 \angle 90^\circ$$

Rồi tiến hành cộng vector

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

Trị số hiệu dụng của dòng điện I_3 là:

$$I_3 = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20A$$

Góc pha của dòng điện i_3 là:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Psi_3 &= \frac{12}{16} = 0,75 \\ \Rightarrow \Psi_3 &= 36,87^\circ \end{aligned}$$

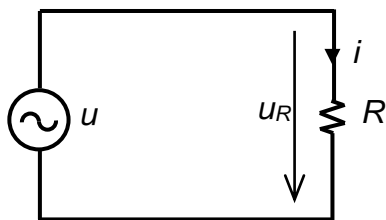
Biết trị số hiệu dụng I và góc pha đầu Ψ_1 ta xác định dễ dàng trị số tức thời. Vậy trị số tức thời của dòng điện i_3 là:

$$i_3 = 20\sqrt{2} \sin(\omega t + 36,87^\circ). \quad (\text{A})$$

Việc ứng dụng vector để biểu diễn các đại lượng điều hòa, và các quan hệ trong mạch điện cũng như để giải mạch điện sẽ được đề cập trong các mục tiếp theo.

§2.3. DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU QUA ĐIỆN TRỞ THUẦN R

Mạch điện xoay chiều thuần điện trở là mạch điện xoay chiều có hệ số tự cảm rất nhỏ có thể bỏ qua, không có thành phần điện dung, trong mạch chỉ còn một thành phần điện trở như bóng đèn, bếp điện...



Hình 2-7. Mạch thuần trở

Giả sử cho dòng điện xoay chiều $i = I_{\max} \sin \omega t$ đi qua điện trở R (2-8)

u : là điện áp đặt giữa 2 đầu điện trở.

Theo định luật Ohm ta có: $u_R = R \cdot i$

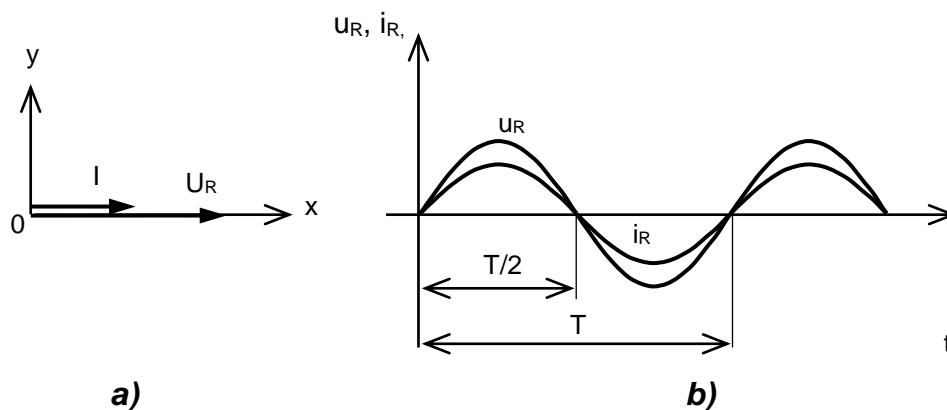
$$u_R = R \cdot I_{\max} \sin \omega t$$

$$\text{Mà } U_{\max} = I_{\max} \cdot R \quad (2-9)$$

$$\Rightarrow u_R = U_{\max} \sin \omega t \quad (2-10)$$

So sánh biểu thức dòng điện i và điện áp u_R , ta thấy: góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện: $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$ (Hình 2-8)

❖ Kết luận: u cùng pha với i



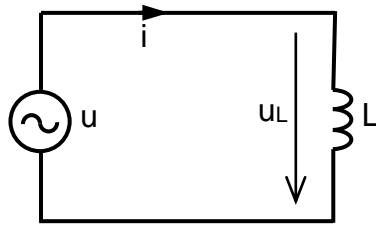
Hình 2-8. Đồ thị của mạch xoay chiều thuần trở

§2.4. DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU QUA CUỘN DÂY THUẦN CẢM

Mạch thuần cảm là mạch điện có cuộn dây có hệ số tự cảm L khá lớn, điện trở R khá nhỏ có thể bỏ qua.

Giả sử cho dòng điện xoay chiều đi qua cuộn dây (hình 2-9), dòng điện i có dạng:

$$i = I_{\max} \sin \omega t \quad (2-11)$$



Hình 2-9. Mạch điện xoay chiều thuần cảm

u : là điện áp đặt giữa 2 đầu cuộn dây

Dòng điện biến thiên đi qua cuộn dây L làm xuất hiện sức điện động tự cảm e_L và giữa hai đầu cuộn dây sẽ có điện áp cảm ứng u_L

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d(I_m \cdot \sin \omega t)}{dt} = L \cdot I_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t. \quad (2-12)$$

$$\Rightarrow u_L = U_{Lm} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (2-13)$$

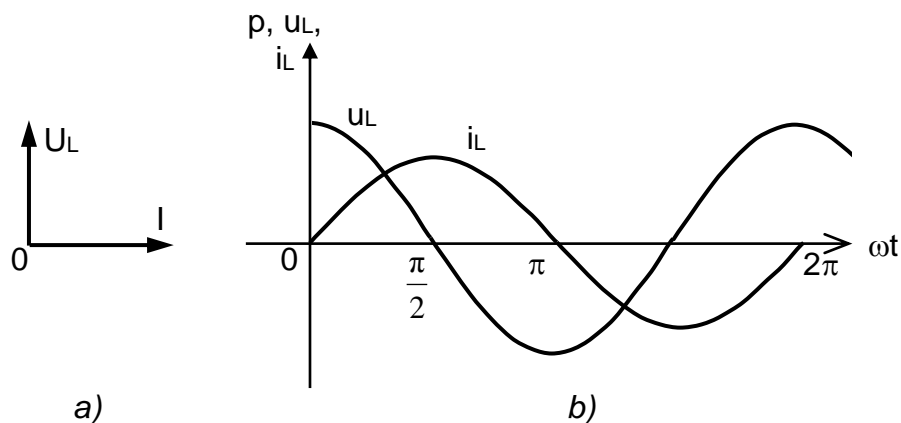
$$\text{Với } U_{Lm} = I_m \cdot L \cdot \omega \quad (2-14)$$

Trong đó:

$$X_L = \omega L \quad (2-15)$$

X_L : là cảm kháng của cuộn dây có đơn vị là Ohm(Ω)

So sánh biểu thức dòng điện i (2-11) và điện áp u_L (2-13), ta thấy: u nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$. Như thể hình 2-10



Hình 2-10

§2.5. MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU THUẦN ĐIỆN DUNG.

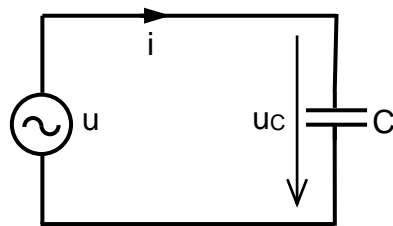
Mạch điện xoay chiều thuần điện dung là mạch điện chỉ có điện dung C và điện trở nhỏ coi như không đáng kể.

Giả sử khi có dòng điện: $i = I_m \sin \omega t$ (2-16) qua tụ điện thuần điện dung C (hình 2-11), điện áp trên tụ điện là:

$$u_C = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int I_m \sin \omega t dt = \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (2-17)$$

$$= U_{Cm} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Với $U_{Cm} = \frac{1}{\omega C} I_m \Rightarrow I_m = C \omega U_{Cm}.$ (2-18)



Hình 2-11. Mạch điện xoay chiều thuần điện dung

So sánh biểu thức dòng điện i và điện áp u_C , ta thấy:

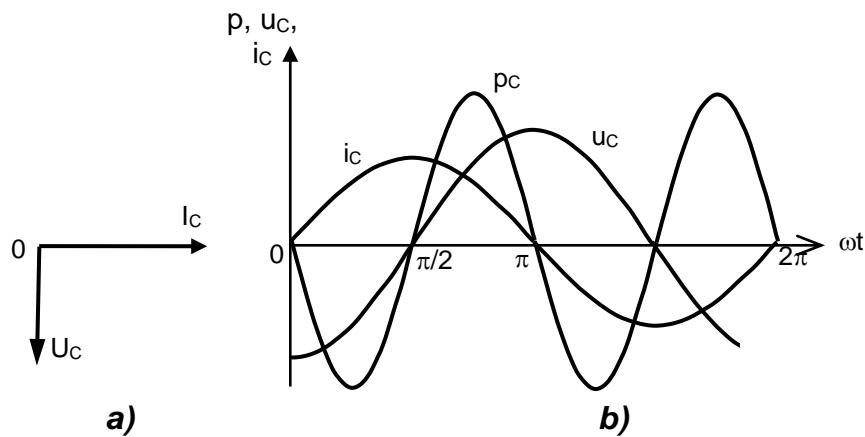
- Quan hệ giữa trị số hiệu dụng của điện áp và dòng điện là:

$$I = C \omega U_C = \frac{U_C}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_C}{X_C} \quad (2-19)$$

Với $X_C = \frac{1}{\omega C}$ (2-20)

- X_C : được gọi là dung kháng của tụ điện có đơn vị là ohm (Ω).

- Dòng điện i và điện áp u_C có cùng tần số, dòng điện i vượt trước điện áp u_C một góc là $\frac{\pi}{2}$ (hoặc điện áp chậm sau dòng điện góc pha $\frac{\pi}{2}$). Đồ thị vectơ điện áp và dòng điện được vẽ trên hình 2-12a.



Hình 2-12. Đồ thị của mạch điện xoay chiều thuần điện dung

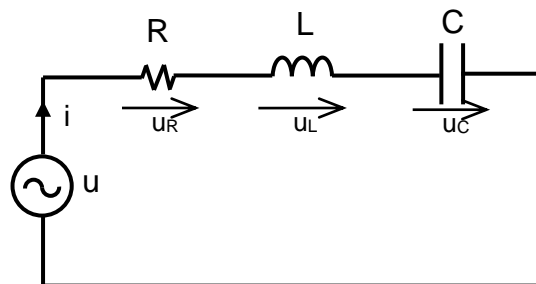
§2.6. MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU GỒM R - L - C MẮC NỐI TIẾP

Mạch xoay chiều không phân nhánh, trường hợp tổng quát có cả ba thành phần là R, L, C mắc nối tiếp với nhau.

Giả sử khi đặt điện áp xoay chiều, trong mạch sẽ có dòng điện là:

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t)$$

Chạy trong nhánh R, L, C mắc nối tiếp, sẽ gây ra điện áp rơi trên điện trở u_R , trên điện cảm u_L , trên điện dung u_C (hình 2-13). Các đại lượng dòng điện và điện áp đều biến thiên theo hình sin và cùng một tần số. Do đó có thể biểu diễn chúng trên cùng một đồ thị vectơ trên hình 2-14a.



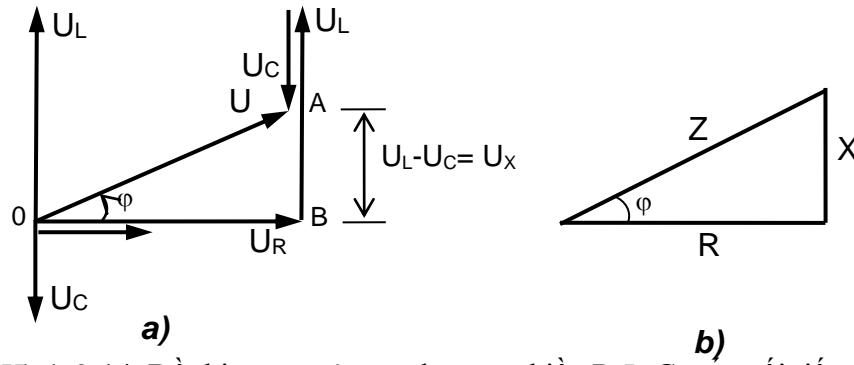
Hình 2-13. Mạch xoay chiều R-L-C mắc nối tiếp

Ta có: $u = u_R + u_L + u_C$

Hay biểu diễn bằng vectơ

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$$

Tam giác vuông OAB có cạnh huyền là véc tơ điện áp tổng, hai cạnh góc vuông là hai điện áp thành phần (tác dụng và phản kháng) được gọi là tam giác điện áp của mạch xoay chiều có R - L - C mắc nối tiếp với nhau.



Hình 2-14. Đồ thị vectơ của mạch xoay chiều R-L-C mắc nối tiếp

Từ tam giác điện áp ta có:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_X^2} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

$$U = \sqrt{(I.R)^2 + (I.X_L - I.X_C)^2}$$

$$U = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Từ đó ta có:
$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{Z} \quad (2-21)$$

Đây là định luật ohm cho mạch xoay chiều có R, L, C mắc nối tiếp nhau.

Trong đó:
$$X = X_L - X_C = 2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC} \quad (2-22)$$

được gọi là điện kháng của mạch.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (2-23)$$

được gọi là tổng trở của mạch.

Từ biểu thức (2-23) ta có thể biểu diễn chúng lên 3 cạnh của một tam giác vuông, trong đó tổng trở Z là cạnh huyền, còn hai cạnh góc vuông là điện trở R và điện kháng X, gọi là tam giác tổng trở (hình 2-14b). Tam giác tổng trở giúp ta dễ dàng nhớ các quan hệ giữa các thông số R, X, Z và góc lệch pha φ .

Góc lệch pha φ giữa điện áp và dòng điện được xác định như sau:

$$\text{tg } \varphi = \frac{U_X}{U_R} = \frac{U_L - U_C}{U_R} \quad (2-24a)$$

Hay

$$\text{tg } \varphi = \frac{X}{R} = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (2-24b)$$

Trong mạch xoay chiều hỗn hợp (R - L - C mắc nối tiếp) dòng điện và điện áp lệch pha nhau một góc φ . Biểu thức điện áp có dạng:

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (2-25)$$

- Nếu $X_L > X_C$ thì $U_L > U_C$, $\varphi > 0$ điện áp vượt trước dòng điện một góc φ (hình 2-14a), mạch có tính chất điện cảm.
- Nếu $X_L < X_C$ thì $U_L < U_C$, $\varphi < 0$ điện áp chậm sau dòng điện một góc φ (hình 2-15a) mạch có tính chất điện dung.

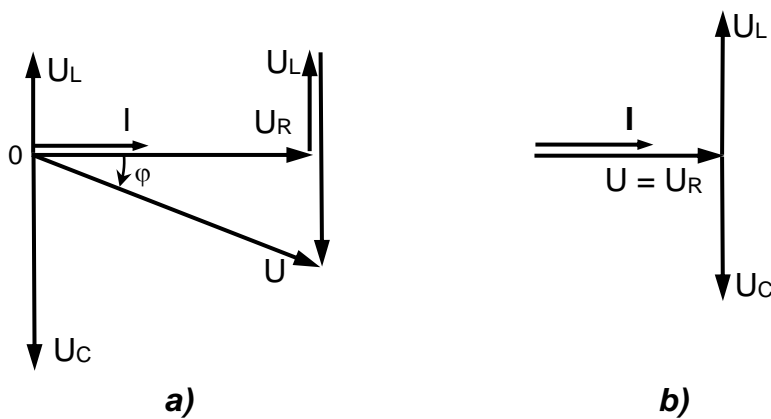
- Nếu $X_L = X_C$ thì $U_L = U_C$, $\varphi = 0$ điện áp trùng pha với dòng điện (hình 2-15b), mạch R, L, C lúc này có hiện tượng cộng hưởng nối tiếp, dòng điện trong mạch có trị số lớn nhất:

$$I = \frac{U}{R}$$

Điều kiện để cộng hưởng nối tiếp là: $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

Tần số góc cộng hưởng là: $\omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$

Tần số cộng hưởng là: $f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}}$

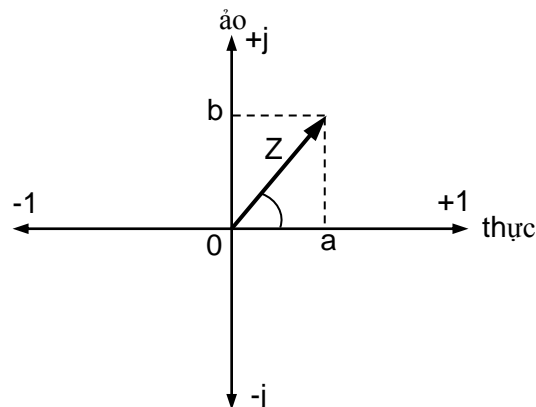


Hình 2-15. Đồ thị vector của mạch xoay chiều R-L-C mắc nối tiếp khi $U_C > U_L$ và khi $U_L = U_C$

§2.7. BIỂU DIỄN DÒNG ĐIỆN HÌNH SIN BẰNG SỐ PHỨC

2.7.1. Định nghĩa và cách biểu diễn số phức

Số phức là số mà trong thành phần của nó gồm hai thành phần: phần số thực và phần số ảo. Trong mặt phẳng tọa độ, số phức được biểu diễn dưới hai dạng sau (hình 2-16).



Hình 2-16. Mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức

Chương 2. Mạch điện xoay chiều một pha

a. Dạng đại số

$$\dot{Z} = a + jb$$

Trong đó: a là phần thực;

jb là phần ảo với $j^2 = -1$ và a, b là số thực.

b. Dạng mũ

$$\dot{Z} = Ze^{j\alpha} = Z\angle\alpha$$

Trong đó: Z là mô đun (độ lớn)

α là Argument (góc)

Đổi từ dạng đại số sang dạng mũ

$$\dot{Z} = a + jb \rightarrow \dot{Z} = |Z| \cdot e^{j\alpha} = |Z|\angle\alpha$$

Trong đó:

$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}; \alpha = \arctg \frac{b}{a}$$

Ví dụ 2-5: Cho $\dot{Z} = 3 + j4$. Hãy chuyển sang dạng hàm mũ $\dot{Z} = |Z|\angle\alpha$

Giải: Ta có: $|Z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$$\alpha = \arctg \frac{b}{a} = \arctg \frac{4}{3} = 53^\circ$$

Vậy: $\dot{Z} = 5\angle 53^\circ$

Ví dụ 2-6: Cho $\dot{Z} = 8 - j6$. Hãy chuyển sang dạng hàm mũ $\dot{Z} = |Z|\angle\alpha$

Giải: Ta có: $|Z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = 10$

$$\alpha = \arctg \frac{b}{a} = \arctg\left(-\frac{6}{8}\right) = -37^\circ$$

Vậy: $\dot{Z} = 10\angle -37^\circ$

Ví dụ 2-7: Cho $\dot{Z} = j10$. Hãy chuyển sang dạng hàm mũ $\dot{Z} = |Z|\angle\alpha$

Giải: Ta có: $|Z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{0^2 + 10^2} = 10$

$$\alpha = \arctg \frac{b}{a} = \arctg\left(\frac{10}{0}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Vậy: $\dot{Z} = 10\angle 90^\circ$

Đổi từ dạng mũ sang dạng đại số

$$\dot{Z} = |Z|e^{j\alpha} = |Z|\angle\alpha \rightarrow \dot{Z} = a + jb$$

$$a = |Z| \cos\alpha; b = |Z| \sin\alpha$$

2.7.2. Một số phép tính đối với số phức

a. Cộng, trừ số phức

Để cộng (trừ) số phức, ta biến đổi chúng về dạng đại số rồi cộng (trừ) phần thực với phần thực, phần ảo với phần ảo.

Ví dụ 2-8: Cho $\dot{Z}_1 = a_1 + jb_1$ và $\dot{Z}_2 = a_2 + jb_2$. Hãy thực hiện phép cộng (trừ) 2 số phức

$$\text{Ta có: } \dot{Z} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 = (a_1 + jb_1) + (a_2 + jb_2) = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$$

$$\dot{Z} = \dot{Z}_1 - \dot{Z}_2 = (a_1 + jb_1) - (a_2 + jb_2) = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$$

b. Nhân, chia số phức

Khi nhân (chia) ta nên đưa về dạng mũ: Nhân (chia) hai số phức, ta nhân (chia) môđun còn argument (góc) thì cộng (trừ) cho nhau.

Ví dụ 2-9: Cho $\dot{Z}_1 = |Z_1| \angle \alpha_1$ và $\dot{Z}_2 = |Z_2| \angle \alpha_2$. Hãy thực hiện phép nhân (chia) 2 số phức

$$\text{Ta có: } \dot{Z} = \dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2 = |Z_1| \cdot |Z_2| \angle \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} = \frac{|Z_1|}{|Z_2|} \angle \alpha_1 - \alpha_2$$

Nhân (chia) số phức cũng có thể thực hiện dưới dạng đại số.

Khi nhân ta tiến hành nhân bình thường như trong phép tính đa thức.

* Qui tắc biểu diễn các đại lượng điện hình sin bằng số phức

Ta có thể biểu diễn các đại lượng hình sin bằng biên độ phức hoặc hiệu dụng phức:

- Môđun (độ lớn) của số phức là trị số hiệu dụng hoặc biên độ (giá trị cực đại)
- Acrgumen (góc) của số phức là pha ban đầu.

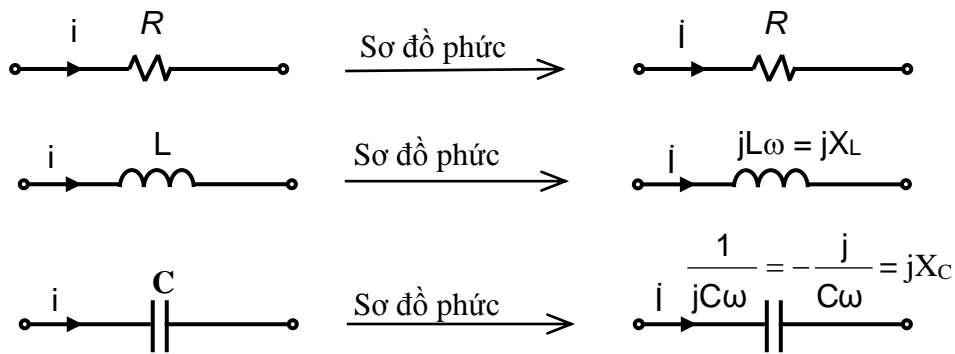
$$\text{Dòng điện } i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \psi_i) \xrightarrow[\text{số phức}]{\text{biểu diễn sang}} \begin{cases} \dot{I} = I_{\max} \angle \psi_i : \text{biên độ phức} \\ \dot{I}_{hd} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \angle \psi_i : \text{hiệu dụng phức} \end{cases}$$

$$\text{Điện áp } u(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \psi_u) \xrightarrow[\text{số phức}]{\text{biểu diễn sang}} \begin{cases} \dot{U} = U_{\max} \angle \psi_u : \text{biên độ phức} \\ \dot{U}_{hd} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \angle \psi_u : \text{hiệu dụng phức} \end{cases}$$

Sức điện động

$$e(t) = E_{\max} \sin(\omega t + \psi_e) \xrightarrow[\text{số phức}]{\text{biểu diễn sang}} \begin{cases} \dot{E} = E_{\max} \angle \psi_e : \text{biên độ phức} \\ \dot{E}_{hd} = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} \angle \psi_e : \text{hiệu dụng phức} \end{cases}$$

*** Sơ đồ phức:**



Hình 2-17

2.7.3. Biểu diễn các định luật dưới dạng dưới dạng số phức

a. Định luật Ohm

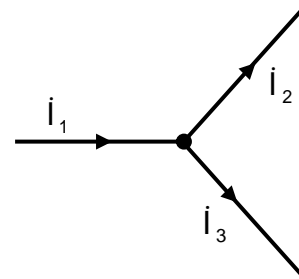
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R}$$

b. Định luật Kirchhoff 1 cho một nút

Tổng đại số các ảnh phức của dòng điện vào hoặc ra 1 nút hoặc một mặt kín bất kỳ thì bằng 0: $\sum_{K=1}^n \pm I_K = 0$ (2-26)

Theo định luật K₁ ta có:

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \quad (2-27)$$



Hình 2-18

c. Định luật Kirchhoff 2 cho mạch vòng kín

Tổng đại số các ảnh phức của các điện áp trên các phần tử dọc theo tất cả các nhánh trong một vòng kín bất kỳ thì bằng 0: $\sum_{K=1}^n \pm \dot{U}_K = 0$

§2.8. PHƯƠNG PHÁP GIẢI MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU HÌNH SIN

Để giải các mạch điện xoay chiều, một số phương pháp sau đây thường được sử dụng:

- Phương pháp đồ thị vector
- Phương pháp số phức

2.8.1. Phương pháp đồ thị vector

Nội dung của phương pháp này là biểu diễn dòng điện, điện áp, sức điện động bằng vector, viết các định luật dưới dạng vector và thực hiện tính toán trên đồ thị vector.

2.8.2. Phương pháp số phức

Biểu diễn dòng điện, điện áp, sức điện động, tổng trở bằng số phức, viết các định luật dưới dạng số phức.

Ví dụ 2-10: Cho mạch điện hình 2-19a. Biết: $U = 100V$, $R = 10\Omega$, $X_L = 5\Omega$, $X_C = 10\Omega$.

Hãy tính dòng điện qua các nhánh bằng phương pháp véc-tơ và bằng số phức

Giải:

a. Phương pháp đồ thị véc-tơ

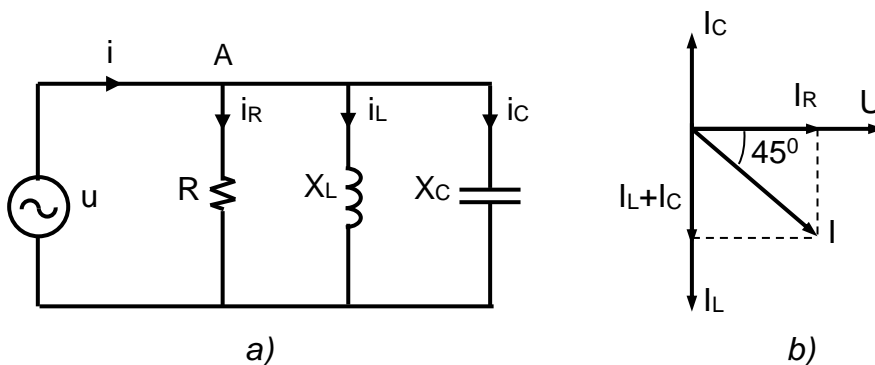
Dòng điện trong nhánh

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{100}{5} = 20 \text{ A}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$$

Đồ thị véc-tơ của mạch điện được vẽ trên hình 2-19b. Chọn pha đầu của điện áp $\psi_u = 0$, véc-tơ \vec{U} trùng với trục Ox vẽ dòng điện \vec{I} trùng pha với véc-tơ điện áp \vec{U} , véc-tơ dòng điện \vec{I}_L chậm sau véc-tơ điện áp \vec{U} một góc 90° , véc-tơ dòng điện \vec{I}_C vượt trước véc-tơ điện áp \vec{U} một góc 90°



Hình 2-19. Mạch điện và đồ thị véc-tơ ví dụ 2-16

Áp dụng định luật Kirchhoff 1 tại nút A ta có:

$$\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$$

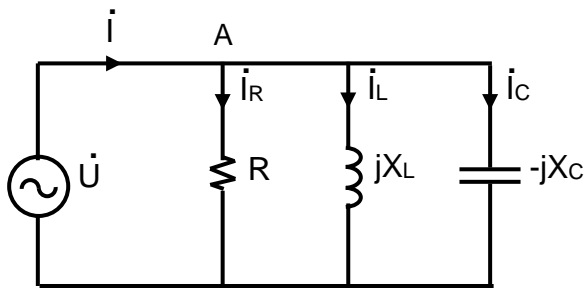
Trực tiếp cộng véc-tơ trên đồ thị ta có \vec{I} ở mạch chính.

Trị số hiệu dụng

$$I = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,14 \text{ (A)}$$

b. Phương pháp số phức: biểu diễn các định luật bằng số phức

Lập sơ đồ phức như hình 2-20.



Hình 2-20. Biến đổi sơ đồ trong ví dụ 1 dưới dạng số phức

Áp dụng định luật Ohm

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R} = \frac{100\angle 0^\circ}{10} = 10\angle 0^\circ$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{jX_L} = \frac{100\angle 0^\circ}{j5} = \frac{100\angle 0^\circ}{5\angle 90^\circ} = 20\angle -90^\circ$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{-jX_C} = \frac{100\angle 0^\circ}{-j10} = \frac{100\angle 0^\circ}{10\angle -90^\circ} = 10\angle 90^\circ$$

Áp dụng định luật Kirchhoff 1 tại nút A:

$$\begin{aligned}\dot{I} &= \dot{I}_L + \dot{I}_R + \dot{I}_C = 10\angle 0^\circ + 20\angle -90^\circ + 10\angle 90^\circ \\ &= 10 + j0 + 0 - j20 + 0 + j10 = 10 - j10 = 14,14\angle -45^\circ\end{aligned}$$

Trị số hiệu dụng các dòng điện là:

$$\begin{aligned}I_R &= 10 \text{ (A)} \\ I_L &= 20 \text{ (A)} \\ I_C &= 10 \text{ (A)} \\ I &= 14,14 \text{ (A)}\end{aligned}$$

Ví dụ 2-11:

Cho $i = 10\sqrt{2} \sin(100t + 30^\circ)$ và $u = 100\sqrt{2} \sin(314t - 45^\circ)$. Hãy biểu diễn u, i dưới dạng hiệu dụng phức:

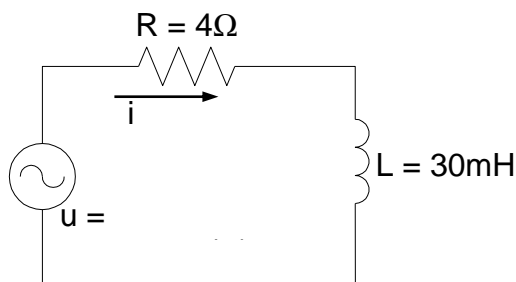
Giải:

$$\text{Ta có: } \dot{I} = 10\angle 30^\circ = 10(\cos 30^\circ + j\sin 30^\circ) = 5\sqrt{3} + j5$$

$$\dot{U} = 100\angle -45^\circ = 100[\cos(-45^\circ) + j\sin(-45^\circ)] = 50\sqrt{2} - j50\sqrt{2}$$

Ví dụ 2-12: Cho mạch điện như hình vẽ.

Tìm biểu thức dòng điện i

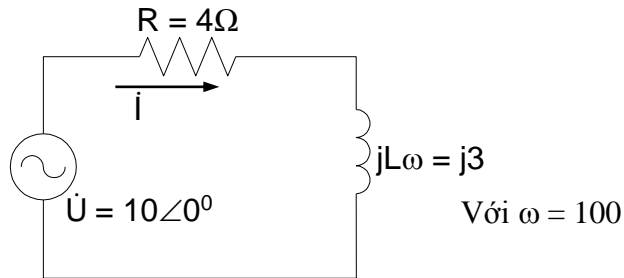


Hình 2-21

Giải:

Muốn giải bài toán về mạch điện xoay chiều ta phải chuyển về sơ đồ hiệu dụng phức hoặc biên độ phức. Khi đã chuyển xong ta giải giống như mạch điện một chiều vì trở kháng của chúng có cùng đơn vị là Ohm (Ω).

❖ Ta chuyển về sơ đồ biên độ phức



Hình 2-22

❖ Tổng trở phức toàn mạch:

$$\dot{Z} = 4 + j3 = 5\angle 37^\circ \quad (\text{do điện trở } R \text{ mắc nối tiếp với cuộn dây } L)$$

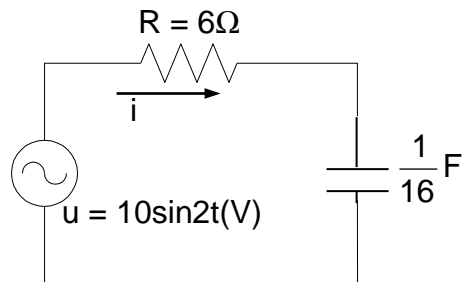
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \frac{10\angle 0^\circ}{5\angle 37^\circ} = 2\angle -37^\circ \quad (\text{A})$$

Vậy dòng điện chạy trong mạch là:

$$\Rightarrow i(t) = 2 \cos(100t - 37^\circ) \quad (\text{A})$$

Ví dụ 2-13: Cho mạch điện như hình vẽ.

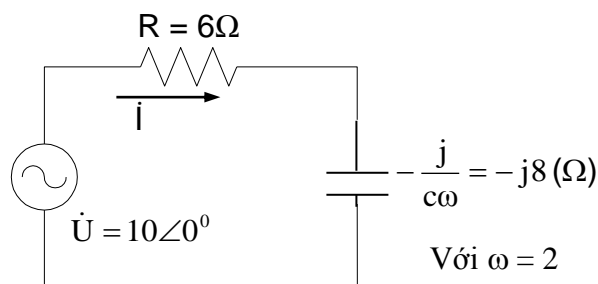
Tìm biểu thức dòng điện i



Hình 2-23

Giải:

❖ Ta chuyển về sơ đồ biên độ phức



Hình 2-24

Chương 2. Mạch điện xoay chiều một pha

❖ Tổng trở phức toàn mạch:

$$\dot{Z} = 6 + j8 = 10\angle -53^\circ \quad (\Omega) \quad (\text{do điện trở } R \text{ mắc nối tiếp với tụ điện } C)$$

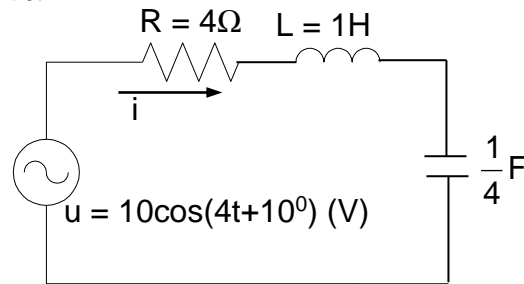
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \frac{10\angle 0^\circ}{10\angle -53^\circ} = 1\angle 53^\circ \quad (\text{A})$$

Vậy dòng điện chạy trong mạch là:

$$\Rightarrow i(t) = 1 \sin(2t + 53^\circ) \quad (\text{A})$$

Ví dụ 2-14: Cho mạch điện như hình vẽ.

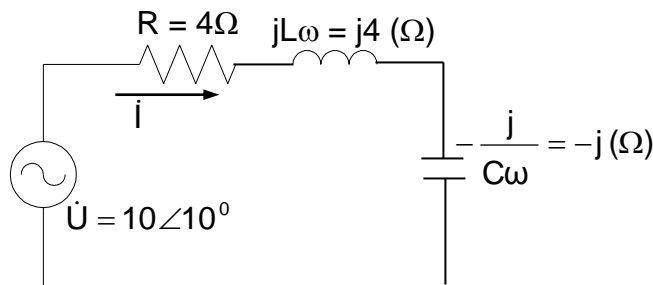
Tìm biểu thức dòng điện i



Hình 2-25

Giải:

❖ Ta chuyển về sơ đồ biên độ phức



Hình 2-26

❖ Tổng trở phức toàn mạch:

$$\dot{Z} = 4 + j4 - j = 4 + j3 = 5\angle 37^\circ \quad (\Omega) \quad (\text{do điện trở } R \text{ mắc nối tiếp với cuộn dây } L \text{ và tụ điện } C)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \frac{10\angle 10^\circ}{5\angle 37^\circ} = 2\angle -27^\circ \quad (\text{A})$$

Vậy dòng điện chạy trong mạch là:

$$\Rightarrow i(t) = 2\cos(4t - 27^\circ) \quad (\text{A})$$

§2.9. CÔNG SUẤT

2.9.1. Công suất tức thời

+ Ký hiệu: p

$$p = u \cdot i$$

(2-28)

trong đó:

u : là điện áp tức thời tại thời điểm đang xét

i : là dòng điện tức thời tại thời điểm đang xét

+ Đơn vị công suất là Watt (W)

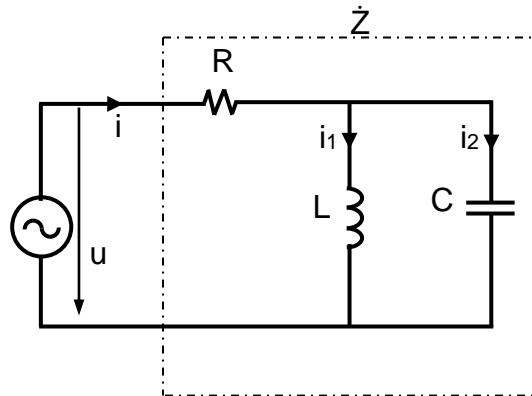
2.9.2. Công suất tác dụng

Công suất tác dụng còn gọi là công suất trung bình hay công suất tiêu thụ.

+ Ký hiệu: P

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt \quad (2-29)$$

Ví dụ 2-15: Xét một mạch điện gồm R, L, C như hình vẽ. Tính công suất tác dụng toàn mạch.



Hình 2-27

Ta gọi:

u: là điện áp tức thời đặt giữa 2 đầu mạch điện

$$u = U_{\max} \cos(\omega t + \psi_u) \quad (V)$$

i: là dòng điện tức thời chạy qua mạch

$$i = I_{\max} \cos(\omega t + \psi_i) \quad (A)$$

p: là công suất tức thời.

Theo định nghĩa ta có:

$$\begin{aligned} p &= u \cdot i = U_{\max} I_{\max} \cos(\omega t + \psi_u) \cdot \cos(\omega t + \psi_i) \\ &= \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} [\cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i) + \cos(\psi_u - \psi_i)] \\ &= \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} [\cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i) + \cos\varphi] \quad \text{Với } \varphi = (\psi_u - \psi_i) \end{aligned}$$

+ Công suất tác dụng:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt = \frac{U_{\max} I_{\max}}{2T} \left[\int_0^T \cos\varphi \, dt + \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) dt \right] \\ &= \frac{U_{\max} I_{\max}}{2T} \cdot \cos\varphi \cdot T \quad (\text{Vì } \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) dt = 0) \\ P &= U \cdot I \cdot \cos\varphi \quad (2-30) \end{aligned}$$

Trong đó:

$$U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} : \text{điện áp hiệu dụng}$$

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} : \text{dòng điện hiệu dụng}$$

$\cos\varphi$: hệ số công suất

φ : là góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện

φ : là argumen của $\vec{Z} = Z \angle \varphi$ (góc của \vec{Z})

2.9.3. Công suất phản kháng

+ Ký hiệu: Q

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi \quad (Var) \quad (2-31)$$

+ Đơn vị: là Var

2.9.4. Công suất tiêu thụ và công suất phản kháng trên điện trở R

Giả sử cho dòng điện $i = I_{\max} \cos \omega t$ đi qua điện trở R.

u: là điện áp đặt giữa 2 đầu R.

Ta có: $p = u \cdot i = i^2 \cdot R$

$$P = R \cdot I_{\max}^2 \cos^2 \omega t$$

⇒ Công suất tác dụng:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T R I_{\max}^2 \cos^2 \omega t \cdot dt$$

$$P = \frac{I_{\max}^2 \cdot R}{2T} \left[\int_0^T (1 + \cos 2\omega t) \cdot dt \right] = \frac{I_{\max}^2 \cdot R}{2T} \left[\int_0^T 1 \cdot dt + \int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt \right]$$

$$P = \frac{I_{\max}^2 \cdot R}{2} = R \cdot I^2 \quad \left(\text{Vì } \int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt = 0 \right) \quad (2-32)$$

Với $I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$: dòng điện hiệu dụng

⇒ Công suất phản kháng trên điện trở R:

$$Q = 0 \quad (\text{do } \varphi = 0 \text{ nên } \sin \varphi = 0)$$

2.9.5. Công suất tác dụng và công suất phản kháng trên cuộn dây

Giả sử cho dòng điện $i = I_{\max} \cos \omega t$ đi qua cuộn dây L.

u: là điện áp đặt giữa 2 đầu cuộn dây.

Ta có:

+ Công suất tác dụng trên cuộn dây:

Từ biểu thức $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$

$$\Rightarrow P = 0$$

Do góc lệch pha giữa u và i khi qua cuộn

dây thuần cảm là $\varphi = \frac{\pi}{2}$ nên $\Rightarrow \cos \varphi = 0$

+ Kết luận: Cuộn dây không tiêu thụ điện năng

+ Công suất phản kháng trên cuộn dây:

$$\begin{aligned} \text{Từ biểu thức } Q_L &= U \cdot I \cdot \sin \varphi \\ \Rightarrow Q_L &= U \cdot I \end{aligned} \quad \text{Do } \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \\ \sin \varphi = 1 \end{cases}$$

$$\text{Mà } U = I \cdot X_L$$

$$\text{Vậy } \Rightarrow Q_L = I^2 \cdot X_L \quad \text{Với } X_L = L \cdot \omega \quad (2-33)$$

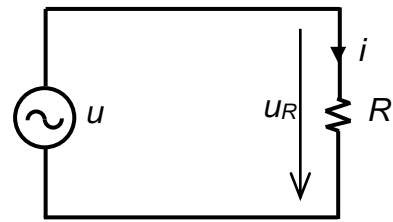
2.9.6. Công suất tác dụng và công suất phản kháng trên tụ điện

Giả sử cho dòng điện $i = I_{\max} \cos \omega t$ đi qua tụ điện C.

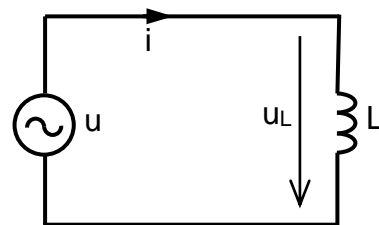
u: là điện áp đặt giữa 2 đầu tụ điện.

+ Công suất tác dụng trên cuộn dây:

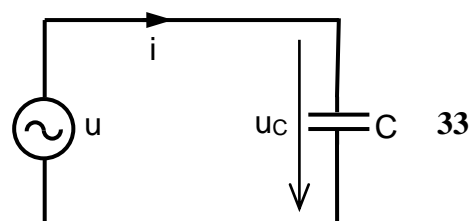
Từ biểu thức $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$



Hình 2-28. Mạch thuần trở



Hình 2-29. Mạch điện xoay chiều thuần cảm



$$\Rightarrow P = 0$$

Do góc lệch pha giữa u và i khi qua cuộn

dây thuần dung là $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ nên $\Rightarrow \cos\varphi = 0$

+ Kết Luận: Tự điện không tiêu thụ điện năng

+ Công suất phản kháng trên tự điện:

$$\begin{aligned} \text{Từ biểu thức } Q_C &= U \cdot I \cdot \sin\varphi \\ \Rightarrow Q_C &= -U \cdot I \end{aligned} \quad \text{Do } \begin{cases} \varphi = -\frac{\pi}{2} \\ \sin\varphi = 1 \end{cases}$$

$$\text{Mà } U = I \cdot X_C$$

$$\text{Vậy } \Rightarrow Q_C = -I^2 \cdot X_C \quad \text{Với } X_C = \frac{1}{C\omega} \quad (\Omega) \quad (2-34)$$

2.9.7. Công suất biểu kiến S

Ngoài công suất tác dụng P và công suất phản kháng Q , người ta còn đưa ra khái niệm công suất biểu kiến hay công suất toàn phần S .

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2-35)$$

Công suất biểu kiến đặc trưng cho khả năng làm việc của thiết bị. Do nhào chéo tạo qui nòng. Quan hệ giữa S , P , Q được mô tả bằng một tam giác vuông, trong đó S là cạnh huyền và P , Q là hai cạnh góc vuông gọi là tam giác công suất (hình 2-31).

Đơn vị của S là: VA.

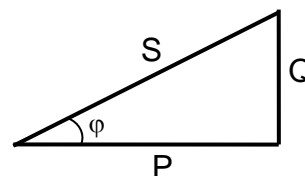
Từ tam giác công suất ta có:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$$

$$\tan\varphi = \frac{Q}{P}$$

$$P = S \cos\varphi$$

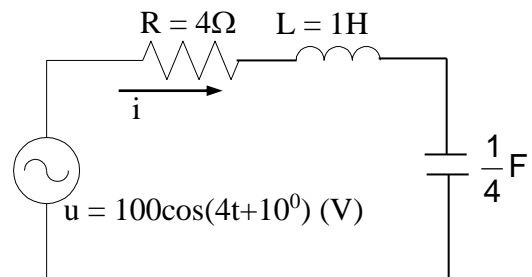
$$Q = S \sin\varphi$$



Hình 2-31. Tam giác công suất trong mạch điện xoay chiều

Ví dụ 2-16: Cho mạch điện R - L - C mắc nối tiếp (hình 2-32).

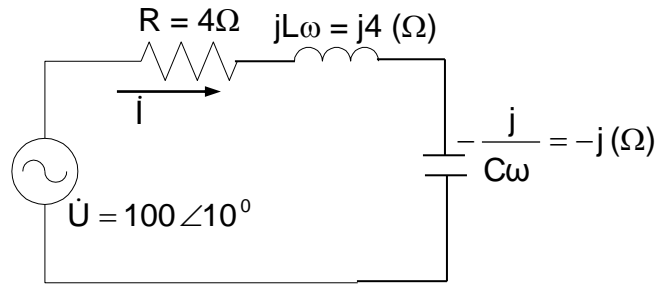
- Tìm biểu thức dòng điện i
- Tính công suất trung bình và công suất phản kháng toàn mạch



Hình 2-32

Giải:

- ❖ Ta chuyển về sơ đồ biên độ phức



Hình 2-33

❖ Tổng trở phức toàn mạch:

$\dot{Z} = 4 + j4 - j = 4 + j3 = 5 \angle 37^\circ \text{ (}\Omega\text{)}$ (do điện trở R mắc nối tiếp với cuộn dây L và tụ điện C)

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \frac{100 \angle 10^\circ}{5 \angle 37^\circ} = 20 \angle -27^\circ \text{ (A)}$$

Vậy dòng điện chạy trong mạch là:

$$\Rightarrow i(t) = 20 \cos(4t - 27^\circ) \text{ (A)}$$

❖ Công suất trung bình:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \cos 37^\circ = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{5} = 800 \text{ W}$$

Ta có thể tính P theo công thức:

$$P = R \cdot I^2 = 4 \cdot \left(\frac{20}{\sqrt{2}} \right)^2 = 800 \text{ W}$$

❖ Công suất phản kháng:

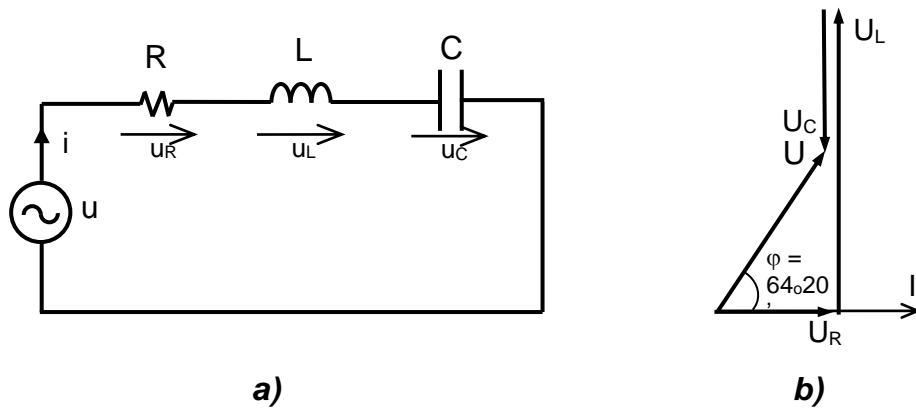
$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \sin 37^\circ = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{5} = 600 \text{ Var}$$

Ta có thể tính Q theo công thức:

$$Q = Q_L + Q_C = I^2 \cdot X_L + (-I^2 \cdot X_C) = \left(\frac{20}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 4 - \left(\frac{20}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 1 = 600 \text{ Var}$$

Ví dụ 2-17: Cho mạch điện R - L - C mắc nối tiếp (hình 2-34a). Với $U = 127 \text{ V}$, $R = 12 \text{ }\Omega$, $L = 160 \text{ mH}$, $C = 127 \text{ }\mu\text{F}$, $f = 50 \text{ Hz}$.

Tính dòng điện, điện áp rơi trên các phần tử R, L, C, góc lệch pha φ và công suất P, Q, S, vẽ đồ thị véc tơ.



Hình 2-34. Mạch điện và đồ thị vector trong ví dụ 2-23

Giải:

Tính dòng điện:

$$X_L = 2\pi f \cdot L = 2.3,14.50.160.10^{-3} = 50 \, \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2.3,14.50.127.10^{-6}} = 25 \, \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{12^2 + (50 - 25)^2} = 27,7 \, \Omega$$

Dòng điện trong mạch:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{127}{27,7} = 4,6 \, A$$

Điện áp trên điện trở R:

$$U_R = I \cdot R = 4,6.12 = 55,2 \, V$$

Điện áp trên điện cảm L:

$$U_L = I \cdot X_L = 4,6.50 = 230 \, V$$

Điện áp trên điện dung C:

$$U_C = I \cdot X_C = 4,6.25 = 115 \, V$$

Góc lệch pha φ :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{50 - 25}{12} = 2,08$$

$$\Rightarrow \varphi = 64^{\circ}20'$$

Vậy dòng điện chậm pha sau điện áp một góc $64^{\circ}20'$. Đồ thị vector được trình bày trong hình 2-34b.

Công suất tác dụng P:

$$P = I^2 \cdot R = 4,6^2 \cdot 12 = 254 \, W$$

Công suất phản kháng Q:

$$Q = I^2 \cdot (X_L - X_C) = 4,6^2 \cdot 25 = 529 \, VAR$$

Công suất biểu kiến S:

Chương 2. Mạch điện xoay chiều một pha

$$S = I^2 \cdot Z = 4,6^2 \cdot 27,7 = 584 \text{ VA.}$$

Ví dụ 2-18: Một cuộn dây khi đặt vào điện áp một chiều 48V, dòng điện qua nó là 8A, đặt vào điện áp xoay chiều 120V, 50Hz, thì dòng điện qua nó là 12A. Tìm điện trở và điện cảm của cuộn dây.

Giải:

Trong mạch điện một chiều:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{48}{8} = 6 \Omega$$

Trong mạch điện xoay chiều:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{120}{12} = 10 \Omega$$

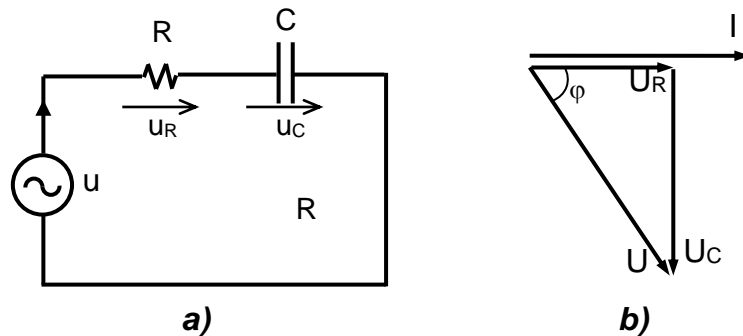
Từ tam giác tổng trở ta có:

$$X = X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \Omega$$

Biết: $X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$

$$\Rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi \cdot f} = \frac{8}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 0,0255 \text{ H} = 25,5 \text{ mH}$$

Ví dụ 2-19: Mạch điện xoay chiều 125V, 50Hz có điện trở $R = 7,5 \Omega$ nối tiếp với tụ điện $C = 320 \mu F$ (hình 2-35a). Tính dòng điện và các thành phần của tam giác điện áp, vẽ đồ thị vector.



Hình 2-35. Mạch điện và đồ thị vector trong ví dụ 2-25

Giải:

Tổng trở của mạch:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 320 \cdot 10^{-6}} = 10 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{7,5^2 + 10^2} = 12,5 \Omega$$

Dòng điện trong mạch:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{125}{12,5} = 10 \text{ A}$$

Điện áp trên điện trở R:

$$U_R = I.R = 7,5.10 = 75 \text{ V}$$

Điện áp trên tụ điện C:

$$U_C = I.X_C = 10.10 = 100 \text{ V}$$

$$\tan \varphi = \frac{-X_C}{R} = \frac{-10}{7,5} = -1,333 \Rightarrow \varphi = -53^\circ 10'.$$

Dòng điện vượt pha trước điện áp. Đồ thị vector hình II-35b.

2.9.8. Hệ số công suất

2.9.8.1. Định nghĩa và ý nghĩa của hệ số công suất

Từ tam giác công suất ta có:

$$P = S.\cos \varphi = U.I.\cos \varphi$$

Từ tam giác tổng trở ta có:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (2-36)$$

$\cos \varphi$ được gọi là *hệ số công suất*, nó phụ thuộc vào kết cấu mạch điện.

Hệ số công suất có ý nghĩa rất lớn trong sản xuất, chuyển tải và tiêu thụ điện.

- Mỗi máy điện đều được chế tạo với một công suất biểu kiến định mức (S_{dm}). Từ đó máy có thể cung cấp một công suất tác dụng là $P = S_{dm}.\cos \varphi$. Do đó muốn tận dụng khả năng làm việc của máy điện và thiết bị thì hệ số công suất phải lớn.

- Mỗi hộ tiêu dùng yêu cầu một công suất tác dụng là P xác định. Khi đó, dòng điện chuyển tải đường dây $I = \frac{P}{U.\cos \varphi}$, nếu hệ số công suất càng bé thì dòng điện càng lớn và điều này dẫn đến tác hại:

- Dòng điện lớn phải dùng dây dẫn lớn dẫn đến tăng vốn đầu tư.
- Tổn thất năng lượng đường dây lớn khi dòng điện lớn vì $\Delta A = I^2.R.t$.

Vì thế, việc nâng cao hệ số công suất sẽ làm giảm vốn đầu tư, xây dựng đường dây và làm giảm tổn thất năng lượng chuyển tải.

Ví dụ 2-20: Với một máy phát điện có $S_{dm} = 10.000 \text{ KVA}$

- Nếu $\cos \varphi = 0,7$ thì công suất định mức phát ra

$$P_{dm} = S_{dm}.\cos \varphi = 10.000 \times 0,7 = 7000 \text{ KW}$$

- Nếu $\cos \varphi = 0,9$ thì công suất định mức phát ra

$$P_{dm} = S_{dm}.\cos \varphi = 10.000 \times 0,9 = 9000 \text{ KW}$$

2.9.8.2. Nâng cao hệ số công suất

Chương 2. Mạch điện xoay chiều một pha

Nâng cao hệ số công suất sẽ tăng được khả năng sử dụng công suất nguồn và tiết kiệm dây dẫn, giảm được tổn hao điện trên đường dây.

Như vậy với cùng một công suất biểu kiến, $\cos\varphi$ càng lớn (tối đa $\cos\varphi = 1$) thì công suất tác dụng P càng lớn, do đó $\cos\varphi$ đặc trưng cho khả năng tận dụng của thiết bị điện để biến năng lượng của nguồn thành công có ích.

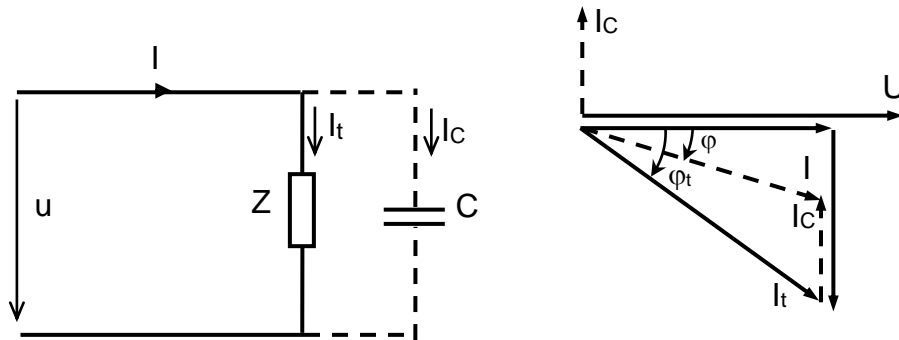
Mặt khác nếu cần một công suất P nhất định trên đường dây một pha thì dòng điện trên đường dây là:

$$I = \frac{P}{U \cos\varphi}$$

Nếu $\cos\varphi$ càng lớn thì I nhỏ dẫn đến tiết diện dây nhỏ hơn, tổn hao điện dây trên đường dây bé, điện áp rơi trên đường dây cũng giảm.

$$\Delta p = \frac{RP^2}{U^2 \cos^2 \varphi}$$

Trong sinh hoạt và trong công nghiệp, tải thường có tính cảm kháng nên làm cho $\cos\varphi$ giảm thấp. Để nâng cao $\cos\varphi$, ta dùng tụ điện nối song song với tải.



Hình 2-36. Nâng cao hệ số công suất sử dụng tụ điện

Khi chưa bù (chưa có nhánh tụ điện), dòng điện trên đường dây I bằng dòng điện qua tải I_1 , hệ số công suất của mạch là $\cos\varphi_1$.

Khi có bù (có nhánh tụ điện), dòng điện trên đường dây I bằng $I_1 + I_C$.

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_C$$

Từ đồ thị ta thấy: dòng điện trên đường dây giảm, $\cos\varphi$ tăng, φ giảm.

$$I < I_1; \varphi < \varphi_1; \cos\varphi > \cos\varphi_1$$

Khi chưa bù: $Q_1 = P \cdot \tan\varphi_1$

Khi có bù: $Q = P \cdot \tan\varphi$. Khi này, công suất phản kháng trong mạch gồm: Q_1 của tải và Q_C của tụ bù.

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_C = P \cdot \tan\varphi_1 + Q_C = P \cdot \tan\varphi \\ \Rightarrow Q_C &= -P \cdot (\tan\varphi_1 - \tan\varphi) \quad (1) \end{aligned}$$

Mặt khác: $Q_C = -U_C \cdot I_C = -U^2 \cdot \omega \cdot C \quad (2)$

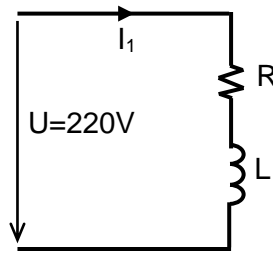
Từ (1) và (2), ta tính được giá trị điện dung C cần thiết:

$$C = \frac{P}{\omega \cdot U^2} \cdot (\tan\varphi_1 - \tan\varphi) \quad (F)$$

Ví dụ 2-21: Một tải gồm $R = 6\Omega$, $X_L = 8\Omega$ mắc nối tiếp, đấu với nguồn $U = 220V$ (hình 2-37).

a) Tính dòng điện I_1 , công suất P , Q , S và $\cos\varphi_1$ của tải.

- b) Người ta muốn nâng hệ số công suất của mạch điện đạt $\cos\varphi = 0,93$. Tính điện dung C của bộ tụ đầu song song với tải.



Hình 2-37. Mạch điện ví dụ 2-27

Giải:

- a) Tổng trở tải:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \Omega$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R}{Z} = \frac{6}{10} = 0,6$$

Dòng điện tải I_1 :

$$I_1 = \frac{U}{Z} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A}$$

Công suất P của tải:

$$P = R I^2 = 6 \cdot 22^2 = 2904 \text{ W}$$

Công suất Q của tải:

$$Q = X_L I^2 = 8 \cdot 22^2 = 3872 \text{ VAR}$$

- b) Tính C:

$$\cos\varphi_1 = 0,6 \rightarrow \tan\varphi_1 = 1,333$$

$$\cos\varphi = 0,93 \rightarrow \tan\varphi = 0,395$$

Bộ tụ cần có điện dung là:

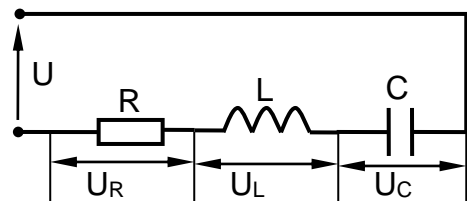
$$C = \frac{P}{\omega \cdot U^2} \cdot (\tan\varphi_1 - \tan\varphi) = \frac{2904}{314 \cdot 220^2} (1,333 - 0,395) = 1,792 \cdot 10^{-4} \text{ F}$$

§2.10. BÀI TẬP CHƯƠNG 2

Bài 2.1: Cho một mạch điện R – L – C nối tiếp đặt vào một điện áp xoay chiều: $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R = 9 \Omega$, $L = 0,03 \text{ H}$, $C = 220 \mu\text{F}$.

Tính: - Trị số hiệu dụng I và viết biểu thức tức thời dòng điện của mạch.

- Hệ số $\cos\varphi$.



Chương 2. Mạch điện xoay chiều một pha

Bài 2.2: Cho: $u = 10\sqrt{2} \cos(3t + 60^\circ)$
 $i = 5\sqrt{2} \cos(3t + 30^\circ)$

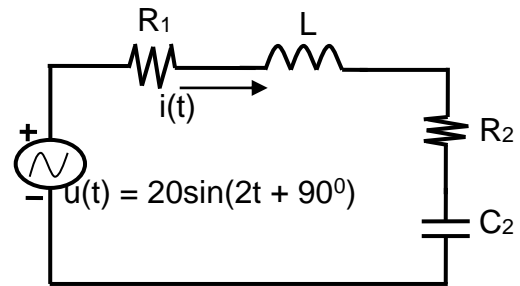
Biểu diễn : $\dot{U}, \dot{I}, \dot{Z}, R, X$ vẽ đồ thị

Bài 2.3: Cho mạch điện R – L – C mắc nối tiếp đặt vào một điện áp xoay chiều có :

$u(t) = 20\sin(2t + 90^\circ)$, $R_1 = 8\Omega$; $R_2 = 2\Omega$;

$L = 6H$; $C_2 = \frac{1}{4} F$.

Tính: - Trị số hiệu dụng I và viết biểu thức tức thời dòng điện của mạch.
 - Hệ số $\cos\varphi$ của mạch.



Bài 2.4: Trị số dòng điện và điện áp trên một phần tử được biểu diễn dưới dạng hiệu dụng phức:

$\dot{U} = 100\sqrt{2}\angle 90^\circ (V)$; $\dot{I} = 10\angle 45^\circ (A)$.

Hãy biểu diễn u, i dưới dạng tức thời và tính R, P, Q, S của mạch

Bài 2.5: Trị số điện áp và dòng điện trên một phần tử được biểu diễn dưới dạng tức thời :

$u = 200\sqrt{2} \sin(100t + 90^\circ) (V)$

$i = 10\sqrt{2} \sin(100t + 60^\circ) (A)$

Hãy biểu diễn u, i dưới dạng hiệu dụng phức (\dot{U}, \dot{I}). Tính R, P, Q, S của mạch.

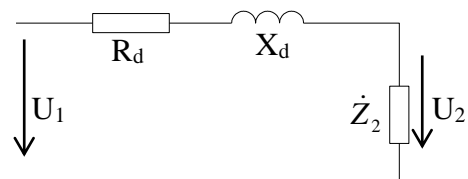
Bài 2.6: Điện năng được truyền từ máy phát điện đến tải.

Tải và đường dây có các thông số sau:

- Thông số của đường dây: $R_d = 0,5\Omega$; $X_d = 2,5\Omega$

- Thông số của tải: $U_2 = 220V$; $R_2 = 25\Omega$; $\cos\varphi_2 = 0.8$.

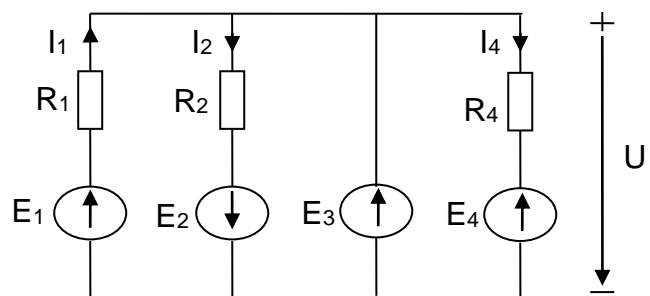
Tính : điện áp U_1 , P_1 , Q_1 đầu nguồn ứng với tải có tính chất cảm kháng.



Bài 2.7: Hãy xác định điện áp U và dòng điện I_1, I_2, I_4 .

Biết : $E_1 = 24V$; $E_2 = 12V$; $E_3 = 9V$; $E_4 = 6V$

$R_1 = 3\Omega$; $R_2 = 7\Omega$; $R_4 = 3\Omega$

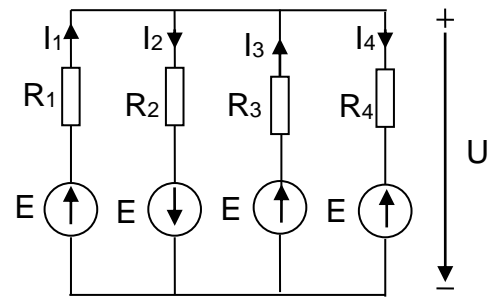


Chương 2. Mạch điện xoay chiều một pha

Bài 2.8: Hãy xác định điện áp U và dòng điện I_1, I_2, I_3, I_4 .

Biết : $E_1 = 24\text{V}; E_2 = 12\text{V}; E_3 = 9\text{V}; E_4 = 6\text{V}$

$R_1 = 4\Omega; R_2 = 6\Omega; R_3 = 3\Omega; R_4 = 2\Omega$

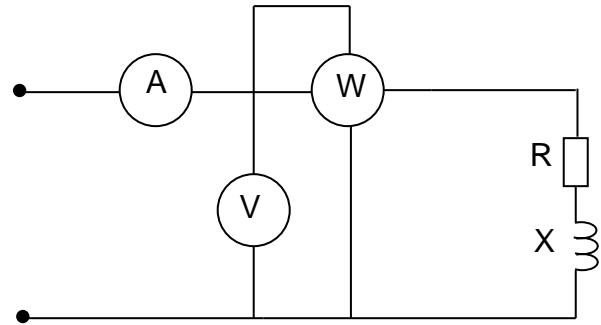


Bài 2.9: Cho mạch điện như hình vẽ.

Biết chỉ số các dụng cụ đo như sau:

$I = 166\text{A}; U = 6200\text{V}; P = 623\text{KW};$

Tính hệ số $\cos\varphi$ và trị số tức thời dòng điện và điện áp của mạch.



Bài 2.10: Cho mạch điện như hình vẽ :

Khi chưa có tụ các dụng cụ

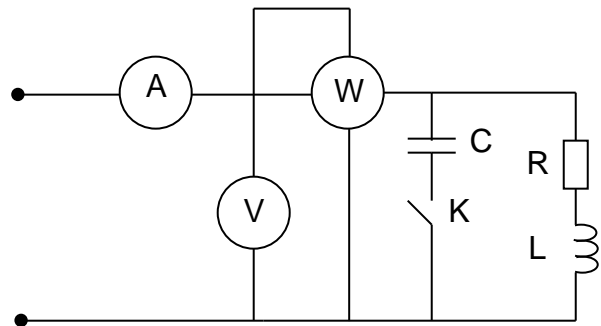
đo chỉ : $P = 1200\text{ W}; I = 11\text{A};$

$U = 220\text{ V}$. Xác định hệ số $\cos\varphi$

khi chưa có tụ.

Khi nối tụ C vào mạch thì hệ số công

suất $\cos\varphi = 0,91$. Tính C và Q_C ?



Bài 2.11: Cho mạch điện như hình vẽ. Các số đo ở 2 chế độ như sau:

a) Khi nối tụ điện: $I = 115\text{A}; P = 665\text{KW}; U = 6,4\text{KV}$

b) Khi cắt tụ điện: $I = 166\text{A}; P = 623\text{KW}; U = 6,2\text{KV}$.

Tính thông số R, X của tải, trị số của tụ điện C .

