

Kỹ thuật Điện - Điện Tử

# Dòng điện xoay chiều hình SIN

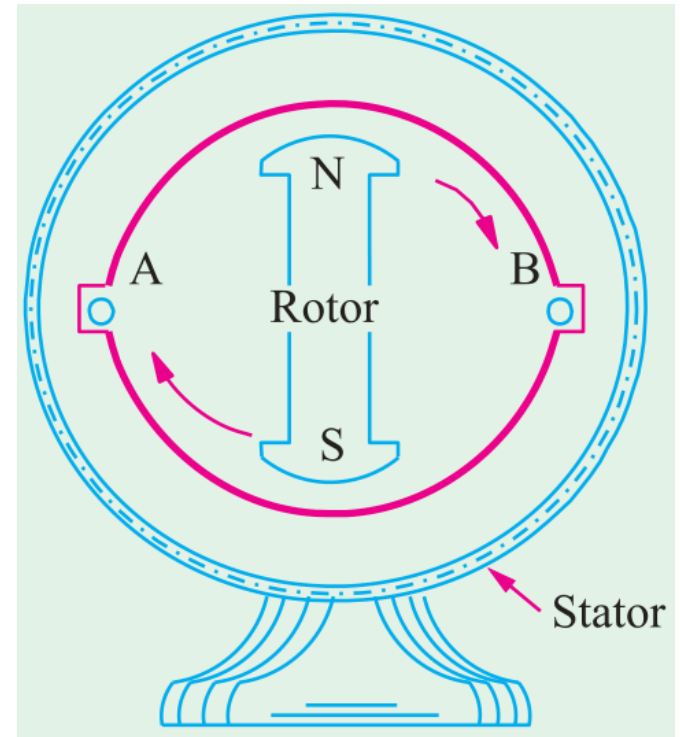
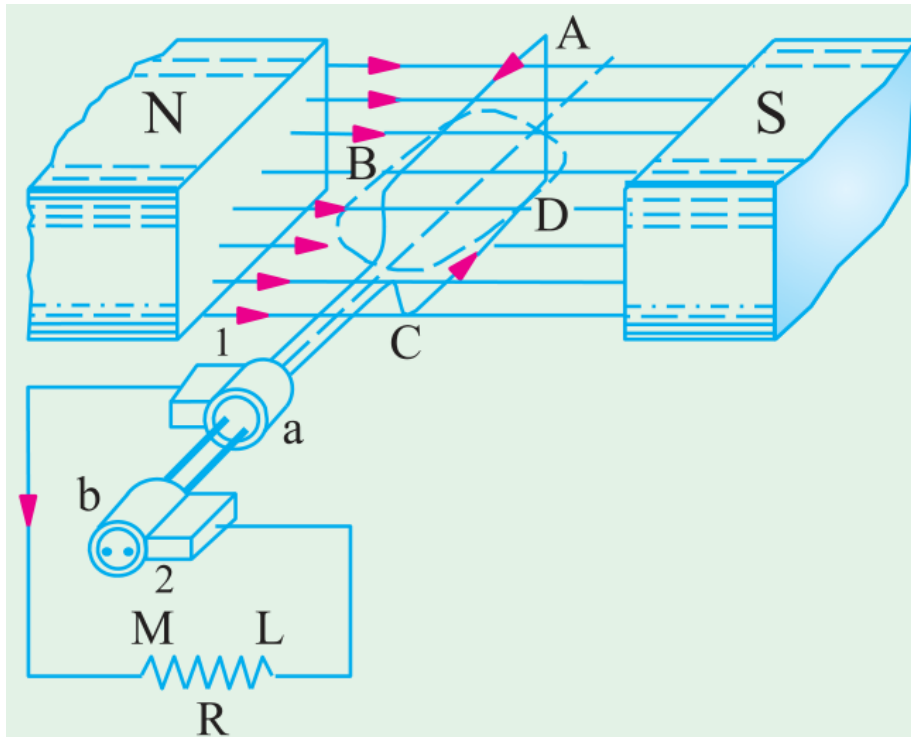
GV: Nguyễn Minh Triết

*Khoa Cơ Khí Chế Tạo Máy,  
Đại học Sư Phạm Kỹ Thuật Tp.HCM*



Tp.HCM, 10/2018

# A.C. fundamentals



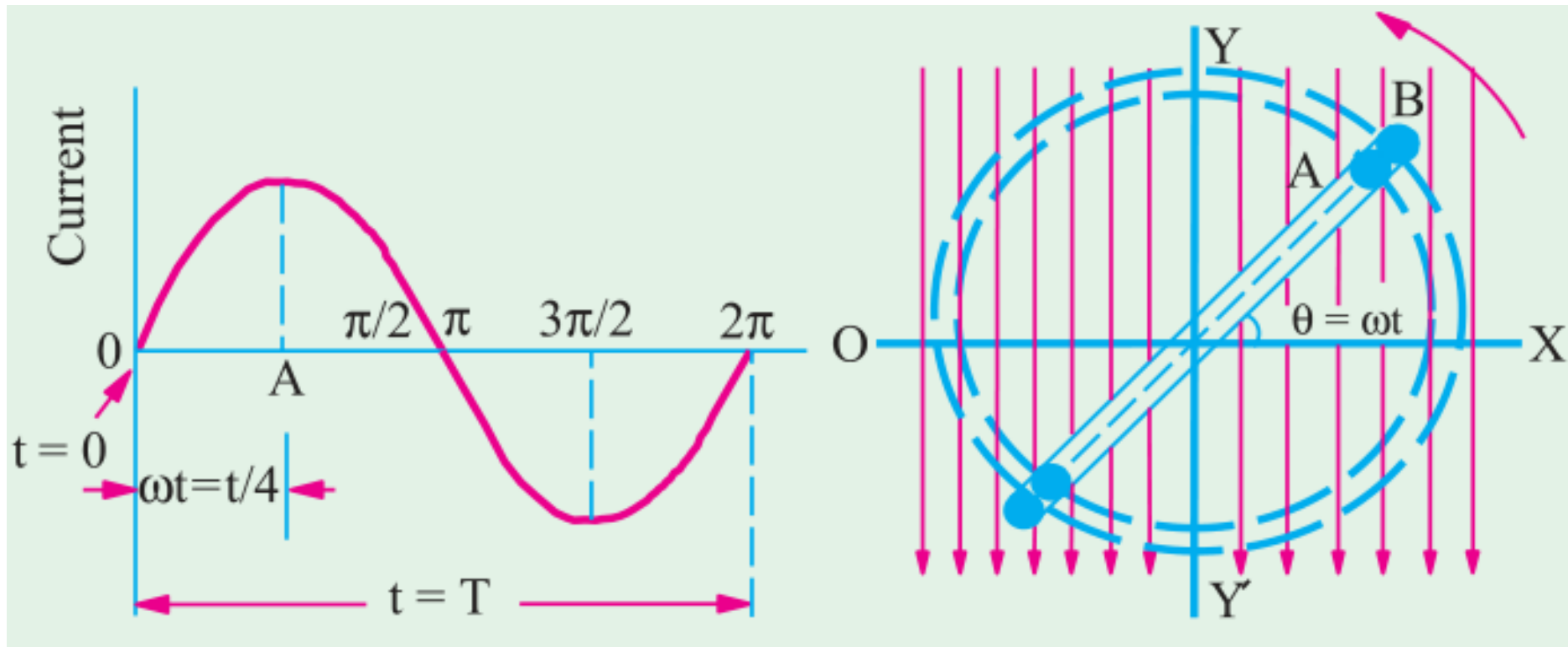
$$u(t) = U_M \sin(\omega t + \theta)$$

$U_M$  [V] là biên độ của  $u(t)$ ;

$\omega$  [rad/s] là tần số góc

$$T [s] = \frac{2\pi}{\omega [rad/s]} = \frac{1}{f [Hz]}$$

# A.C. fundamentals



$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T u^2(t) \cdot dt} = \frac{U_M}{\sqrt{2}}$$

# A.C. fundamentals

Tìm giá trị lớn nhất? Giá trị hiệu dụng? Chu kì và góc lệch phase của các dòng điện sau:

a.  $v = 75\sin(200\pi t - 0.25) \text{ V}$

b.  $v = 90\sin(400 \pi t) \text{ V}$

c.  $i = 50\sin(100\pi t + 0.3) \text{ A}$

d.  $v = 200\sin(628.4t - 0.41) \text{ V}$



# A.C. fundamentals

Hiệu điện thế xoay chiều có chu kỳ 0.01s. Giá trị lớn nhất 40V. Tại thời điểm  $t=0s$ ,  $v= - 20V$ . Biểu diễn hiệu điện thế xoay chiều đó ở dạng  $v=V_m\sin(\omega t \pm \alpha)$



# A.C. fundamentals

Hiệu điện thế xoay chiều có chu kì 20ms và giá trị lớn nhất 200V. Tại thời điểm  $t=0$ s,  $v = -75$ V. Viết biểu thức của hiệu điện thế



# A.C. fundamentals

Cho dòng điện xoay chiều có dạng

$i = 120\sin(100\pi t + 0.36)$ . Tìm:

Giá trị lớn nhất?

Chu kì và góc lệch phase so với  $i = 120\sin(100\pi t)$

Giá trị của dòng điện tại  $t=0s$  và tại  $t=8s$

Thời điểm đầu tiên dòng điện đạt  $60A$

Thời điểm đầu tiên dòng điện đạt giá trị lớn nhất.



# A.C. fundamentals

Cho dòng điện xoay chiều có dạng

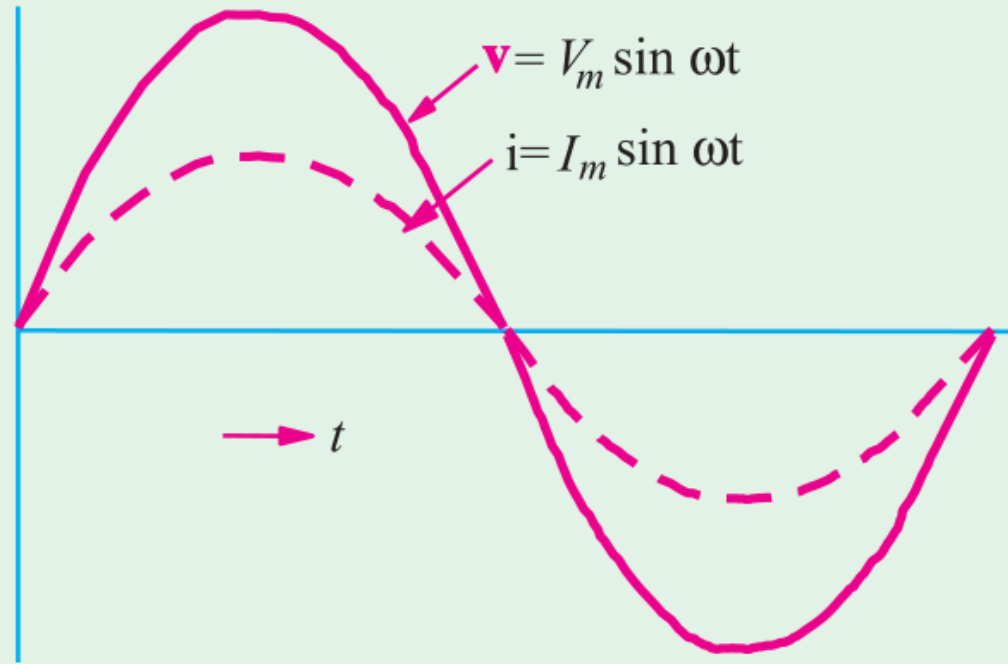
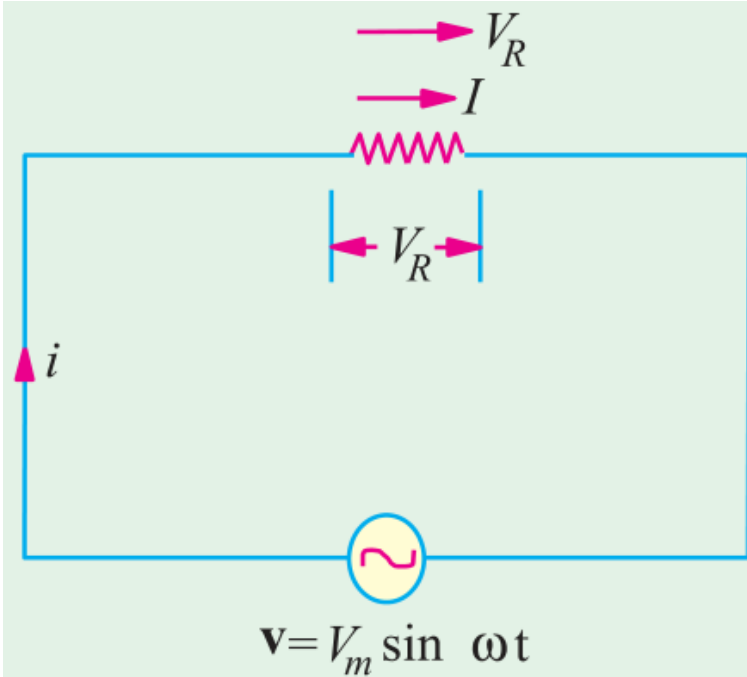
$v = 100\sin(50\pi t - 0.523)$ . Tìm:

- a) Giá trị lớn nhất? Chu kì và góc lệch phase.
- b) Giá trị của điện áp tại  $t=0s$  và tại  $t=8s$
- c) Thời điểm đầu tiên điện áp đạt  $60V$
- d) Thời điểm đầu tiên điện áp đạt giá trị lớn nhất.





# R – L – C circuit



$$i = \frac{V_m}{R} \sin \omega t$$

# R – L – C circuit

$$i = \frac{V_m}{R} \sin \omega t$$

$$p = vi = V_m I_m \sin^2 \omega t$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \times \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

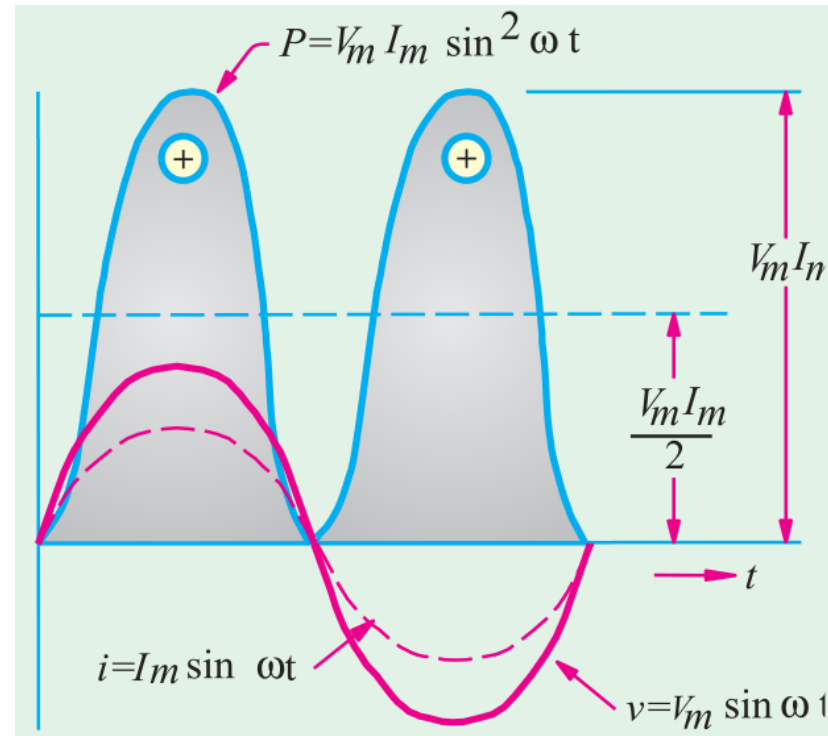
or

$$P = V \times I \text{ watt}$$

where

$V$  = r.m.s. value of applied voltage.

$I$  = r.m.s. value of the current.



# R – L – C circuit

A 60-Hz voltage of 115 V (r.m.s.) is impressed on a 100 ohm resistance. Write the time equations for the voltage and the resulting current.

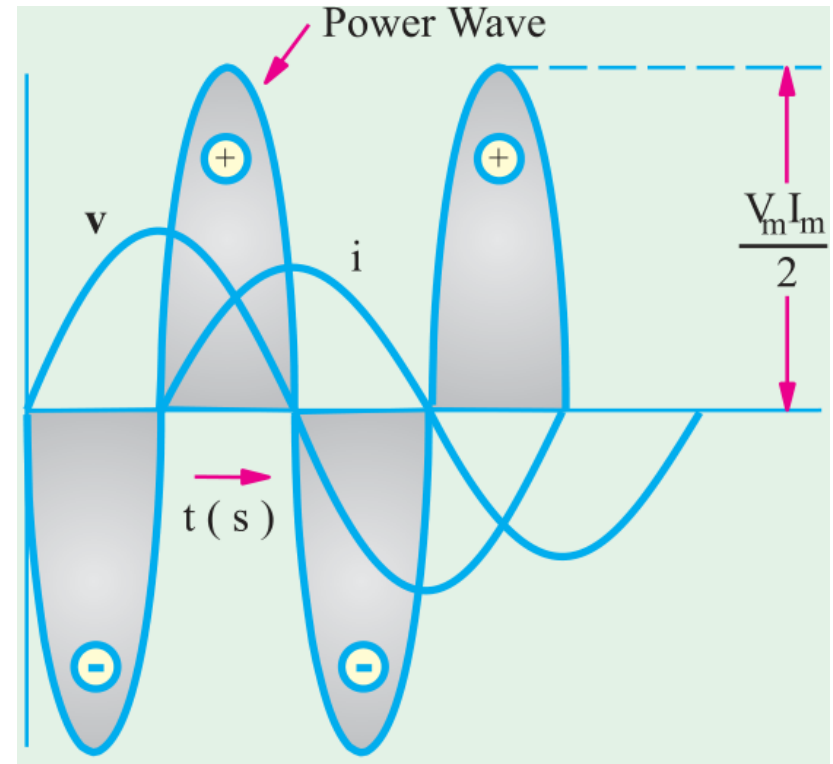
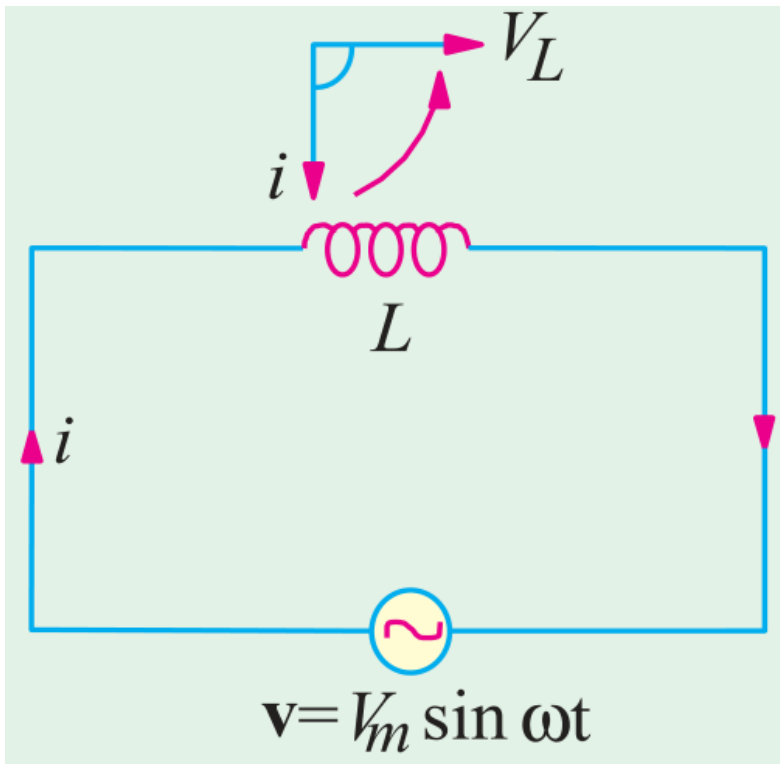
**Solution. (i)**  $V_{\max} = \sqrt{2} V = \sqrt{2} \times 115 = 163 \text{ V}$

$$I_{\max} = V_{\max}/R = 163/100 = 1.63 \text{ A}; \phi = 0; \omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 377 \text{ rad/s}$$

The required equations are :  $v(t) = 163 \sin 377 t$  and  $i(t) = 1.63 \sin 377 t$



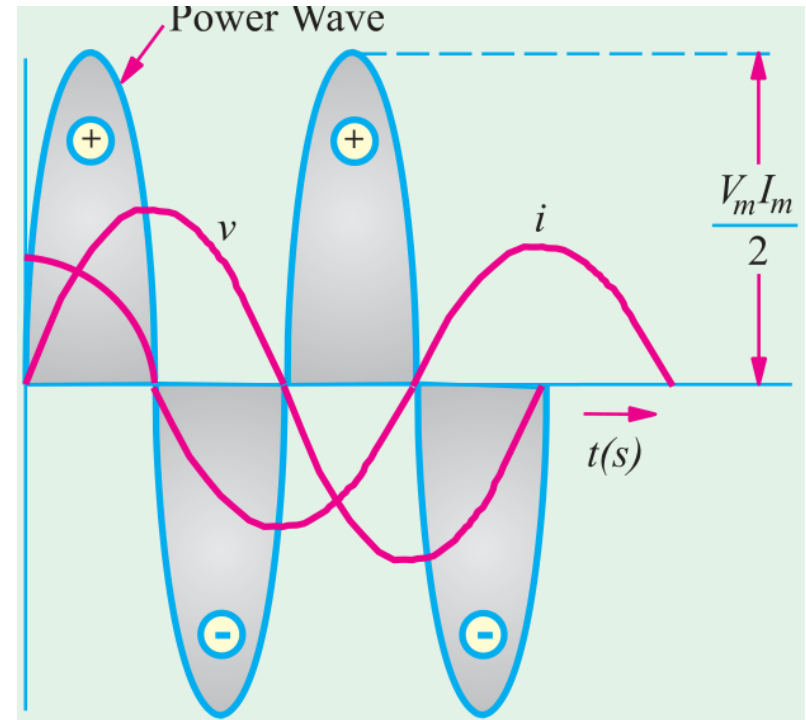
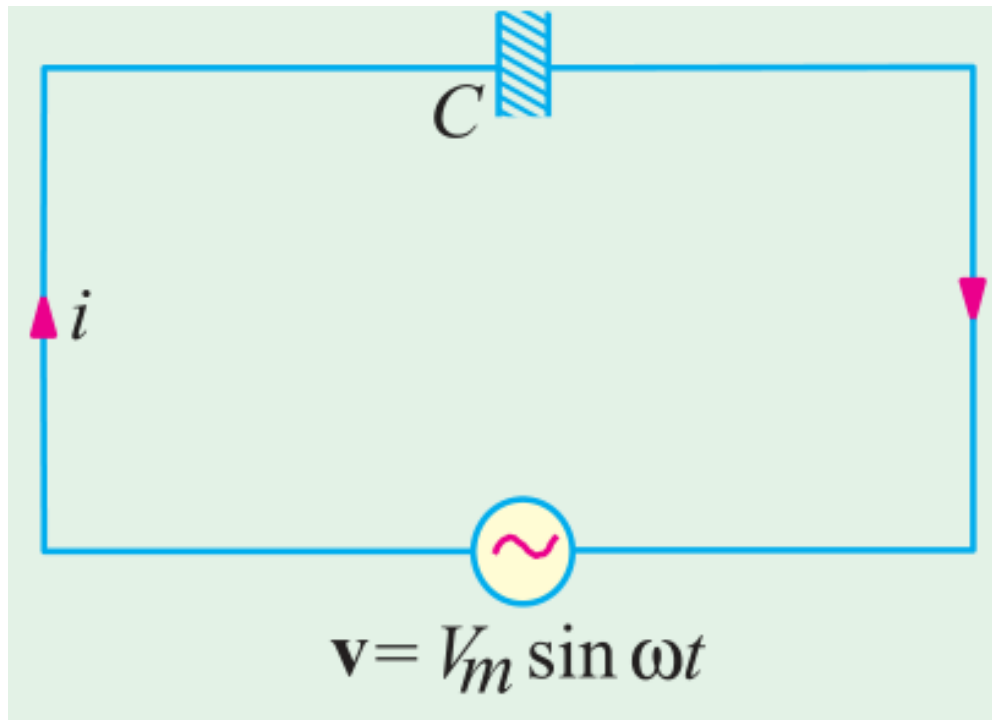
# R – L – C circuit



$$v = L \frac{di}{dt}$$
$$i = I_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$P = -\frac{V_m I_m}{2} \int_0^{2\pi} \sin 2\omega t \, dt = 0$$

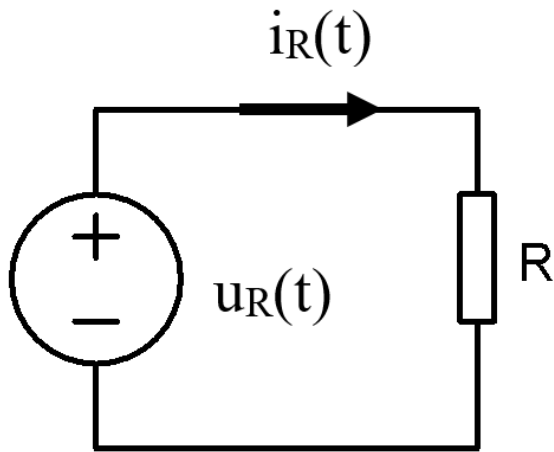
# R – L – C circuit



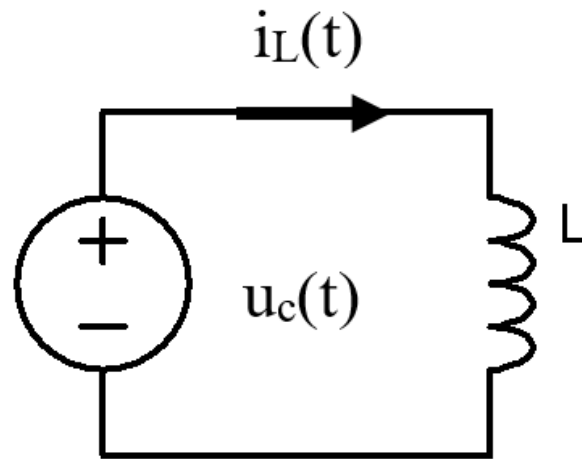
$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \int_0^{2\pi} \sin 2\omega t \, dt = 0$$

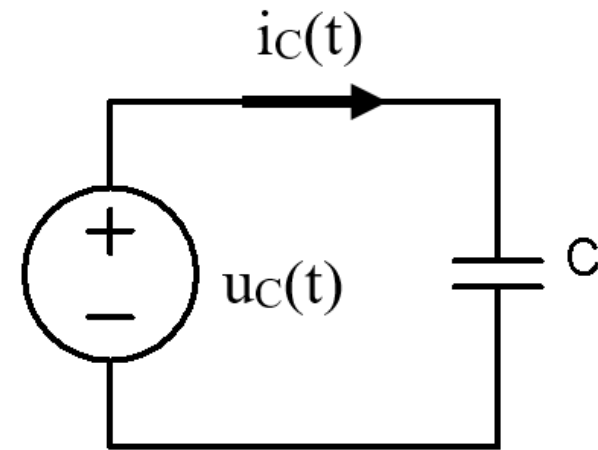
# R – L – C circuit



$$i_R(t) = \frac{U_R(t)}{R}$$



$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$



$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

Công suất thực (công suất tác dụng)

$$P [W] = UI \cos \varphi$$

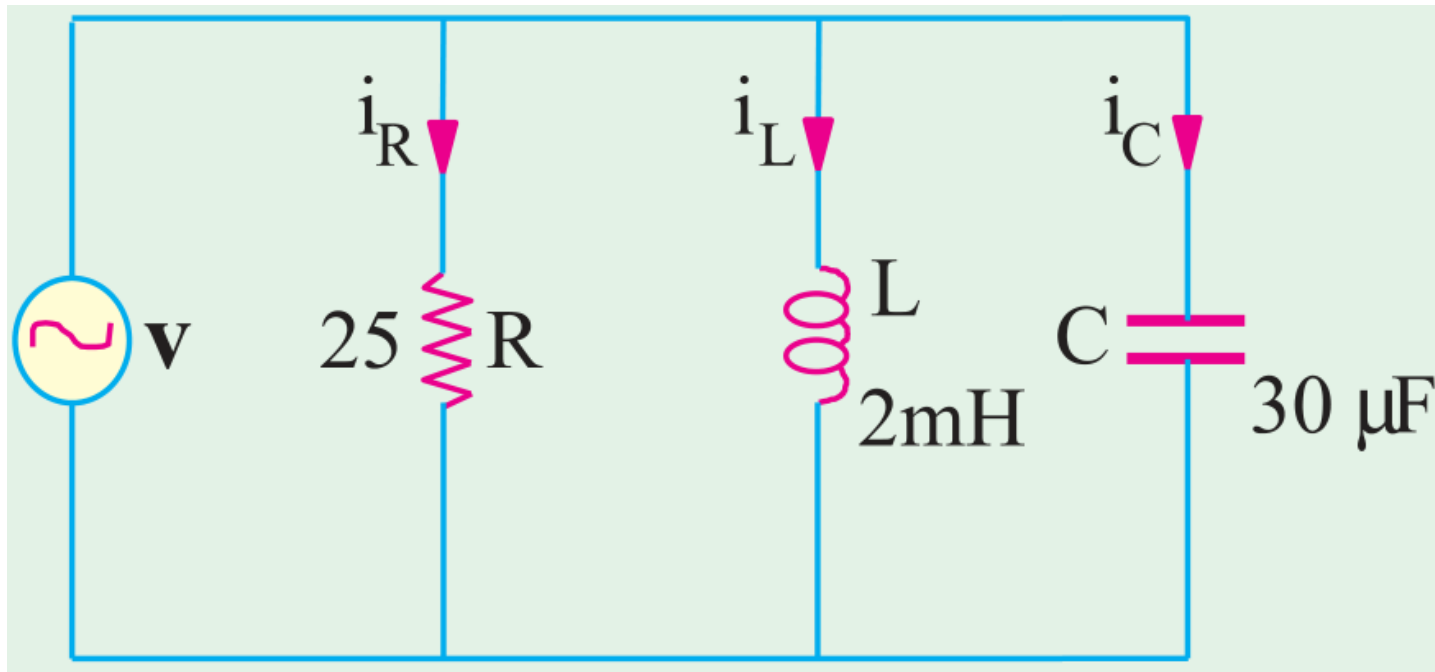
Công suất phản kháng là

$$Q [\text{var}] = UI \sin \varphi$$

Công suất biểu kiến (công suất toàn phần)  $S [VA] = UI$

# R – L – C circuit

The voltage applied across 3-branched circuit of Fig. is given by  $v = 100.\sin(5000t + \pi/4)$ . Calculate the branch currents and total current.



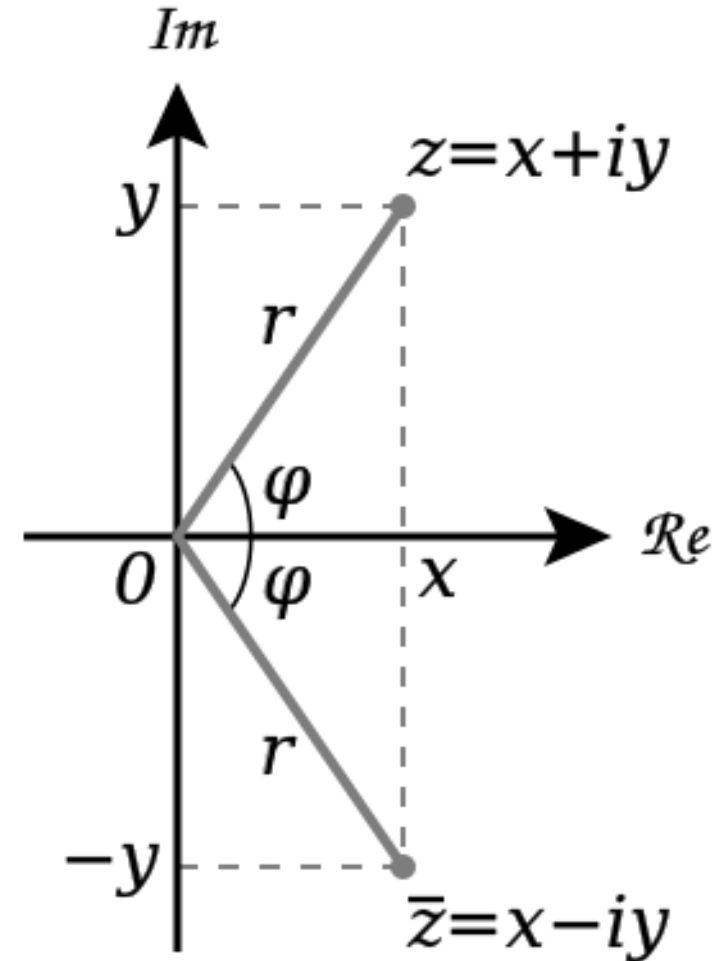
$$4.\sin(5000.t + \pi/4) + 5.\cos(5000.t + \pi/4)$$

# Complex numbers for Electrical Engineering

Số phức được biểu diễn bằng hệ trục tọa độ phức gồm trục thực và trục ảo. Với đơn vị ảo  $j^2 = -1$ . Số phức  $\dot{A}$  với  $a$  là phần thực còn  $b$  là phần ảo được biểu diễn:

$$\dot{A} = a + jb = r.e^{j\theta} = r\angle\theta$$

$$\text{Với } r = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ và } \operatorname{tg}\theta = \frac{b}{a}$$





# Complex numbers for Electrical Engineering

## Các phép tính số phức:

Với  $\dot{A} = a + jb = r_1 \angle \theta_1$  ;  $\dot{B} = c + jd = r_2 \angle \theta_2$

$\dot{A} = \dot{B} \Leftrightarrow a = c$  và  $b = d$  hoặc  $r_1 = r_2$  và  $\theta_1 = \theta_2$

$$\dot{A} + \dot{B} = (a + c) + j(b + d)$$

$$\dot{A} - \dot{B} = (a - c) + j(b - d)$$

$$\dot{A} \cdot \dot{B} = (ac - bd) + j(bc + ad) \text{ hoặc } r_1 r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$$

$$\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{\dot{A} \cdot \dot{B}^*}{\dot{B} \dot{B}^*} = \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} \text{ hoặc } \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$$



# Complex numbers for Electrical Engineering

## Biểu diễn dòng điện bằng số phức:

$$u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \theta) ; i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \alpha).$$

$$\dot{U} = U\angle\theta = Ue^{j\theta} = U(\cos\theta + j\sin\theta)$$

$$\dot{I} = I\angle\alpha = Ie^{j\alpha} = I(\cos\alpha + j\sin\alpha)$$

## Biểu diễn tải theo số phức:

$$\dot{Z}_R = R$$

$$\dot{Z}_L = j\omega L = jX_L = \omega L\angle 90^\circ = X_L\angle 90^\circ$$

$$\dot{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C}\angle -90^\circ = X_C\angle -90^\circ$$



# Complex numbers for Electrical Engineering

## Biểu diễn dòng điện bằng số phức:

$$u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \theta) ; i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \alpha).$$

$$\dot{U} = U\angle\theta = Ue^{j\theta} = U(\cos\theta + j\sin\theta)$$

$$\dot{I} = I\angle\alpha = Ie^{j\alpha} = I(\cos\alpha + j\sin\alpha)$$

## Biểu diễn tải theo số phức:

$$\dot{Z}_R = R$$

$$\dot{Z}_L = j\omega L = jX_L = \omega L\angle 90^\circ = X_L\angle 90^\circ$$

$$\dot{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C}\angle -90^\circ = X_C\angle -90^\circ$$



# Complex numbers for Electrical Engineering

**Giải mạch hình SIN bằng số phức gồm ba bước:**

**Bước 1:** Chuyển sang mạch phức

**Bước 2:** Giải mạch phức bằng định luật Ohm phức, Kirchhoff,...

**Bước 3:** Đổi ngược về giá trị thực.

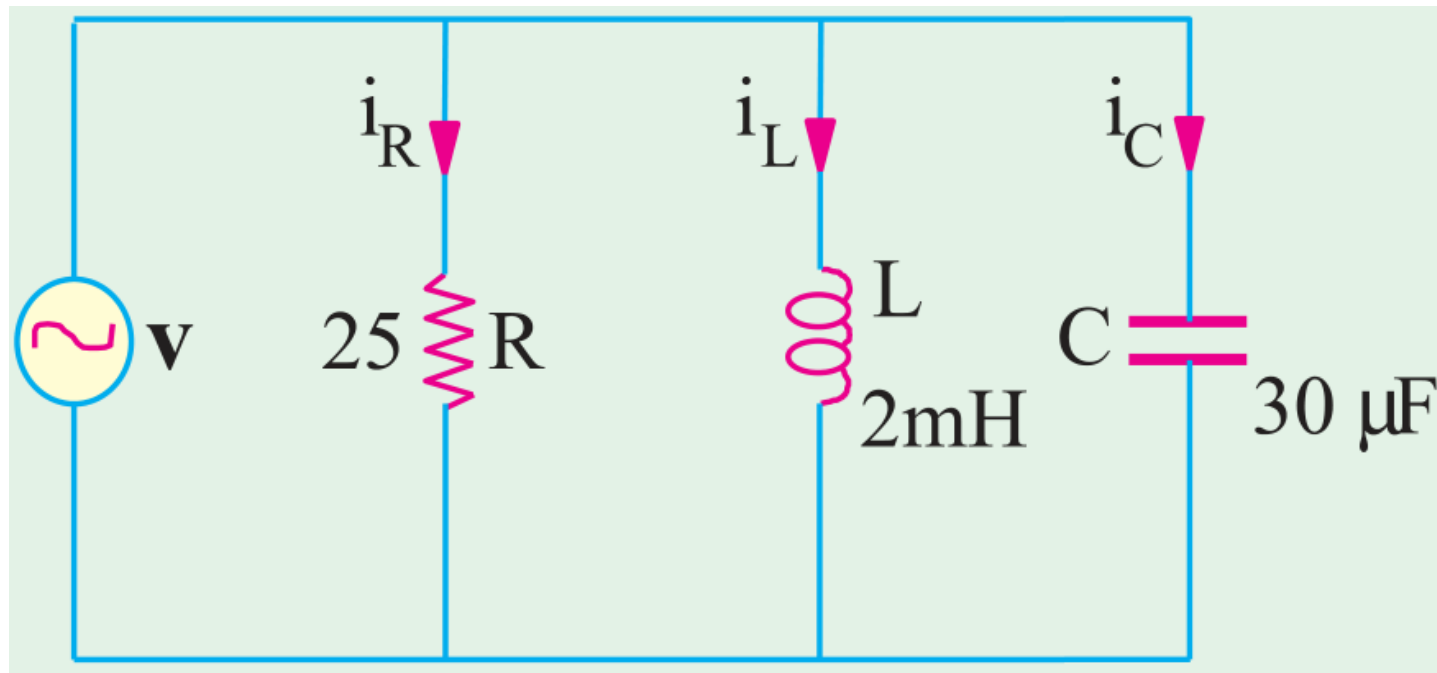
**Định luật Ohm phức:**  $\dot{U} = \dot{Z}\dot{I}$

với  $\dot{Z} = R + jX = Z \angle \varphi = \frac{U \angle \theta}{I \angle \alpha} = \frac{U}{I} \angle (\theta - \alpha)$  là tổng trở phức của mạch



# Complex numbers for Electrical Engineering

The voltage applied across 3-branched circuit of Fig. is given by  $v = 100.\sin(5000t + \pi/4)$ . Calculate the branch currents and total current.



$$4.\sin(5000.t + \pi/4) + 5.\cos(5000.t + \pi/4)$$

# Exercises

Bài tập 1: Đổi các điện áp và dòng điện sau sang dạng phức:

a.  $u(t) = 100\sqrt{2}\sin(400t-30^\circ)$  [V]

b.  $i(t) = 5\sqrt{2}\sin(314t+150^\circ)$  [A]

c.  $i(t) = -20\sqrt{2}\sin(120t+40^\circ)$  [A]

d.  $u(t) = 15\sqrt{2}\cos(120t) + 10\sqrt{2}\sin(120t-30^\circ)$  [V]



# Exercises

Bài tập 2: Ta có điện áp  $u(t)$  và dòng điện  $i(t)$  của một mạch

$$u(t) = 10\sqrt{2}\sin(\omega t + 56,9^\circ) \quad ; \quad i(t) = 2\sqrt{2}\sin(\omega t + 20^\circ)$$

Tính tổng trở thực  $Z$ , góc  $\varphi$  của  $\dot{Z}$ , điện trở  $R$  và điện kháng  $Z$  của mạch.



# Exercises

Bài tập 3: Cho hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu mạch  $u(t) = 10\sqrt{2}\sin(100t+30^\circ)$ . Hãy tìm dòng  $i(t)$  bằng mạch phức nếu mạch điện là

- a. Điện trở  $5\Omega$
- b. Cuộn cảm  $50\text{ mH}$
- c. Tụ điện  $2\text{mF}$





# Exercises

Bài tập 4: Mạch gồm điện trở và một phần tử mắc nối tiếp (có thể là tụ điện hoặc cuộn dây). Xác định giá trị điện trở và phần tử mắc nối tiếp đó. Biết tần số điện nguồn 50Hz và tổng trở của mạch:

- a.  $12 + j5 \text{ } (\Omega)$
- b.  $-j40 \text{ } (\Omega)$
- c.  $30 \angle 60^\circ \text{ } (\Omega)$
- d.  $2.2 \times 10^6 \angle -30^\circ$



# Exercises

Bài tập **5**: Tổng trở của một mạch điện là  $(30-j50) \Omega$ . Xác định:

- a. Điện trở và điện dung
- b. Dòng điện chạy qua mạch và góc phase khi mạch điện được nối vào nguồn 240V, 50Hz



# Exercises

Bài tập 6: Nguồn điện xoay chiều 200V, 50Hz được nối vào mạch gồm cuộn dây 0.15H mắc nối tiếp điện trở  $32\Omega$ . Xác định

- a. Tổng trở của mạch
- b. Dòng điện chạy qua mạch và góc lệch phase
- c. Điện áp rơi qua điện trở  $V_R$  và cuộn dây  $V_L$



# Exercises

Bài tập 7: Mạch điện gồm điện trở  $90\Omega$  mắc nối tiếp với cuộn dây có cảm kháng  $150\Omega$ . Biết dòng điện trong mạch là  $1.35\angle 0^\circ$  A. Xác định:

- a. Giá trị nguồn cấp
- b. Điện áp rơi qua các phần tử
- c. Góc lệch phase giữa  $u$  và  $i$



# Exercises

**Bài 8:** Cuộn dây không thuần trở có điện trở  $25\Omega$  và độ tự cảm  $20\text{mH}$  được nối vào nguồn xoay chiều  $v = 282.8\sin(628.4t + \pi/3)$  (V). Hãy xác định

- Tổng trở phức của mạch
- Góc lệch phase giữa  $u$  và  $i$



# Exercises

**Bài 9:** Cho mạch điện gồm điện trở  $12\Omega$  nối tiếp cuộn dây  $0.1\text{H}$  và tụ điện  $120\mu\text{F}$  nối vào nguồn xoay chiều  $240\text{V}$ ,  $50\text{Hz}$ . Xác định dòng điện qua mạch



# Exercises

**Bài 10:** Mạch điện gồm điện trở  $R$ , cuộn dây  $L$  và tụ điện  $50\mu\text{F}$  mắc nối tiếp. Biết điện áp mạch là  $225\text{V}$ ,  $50\text{Hz}$  và dòng điện qua mạch là  $1.5\angle -30^\circ (\text{A})$ .

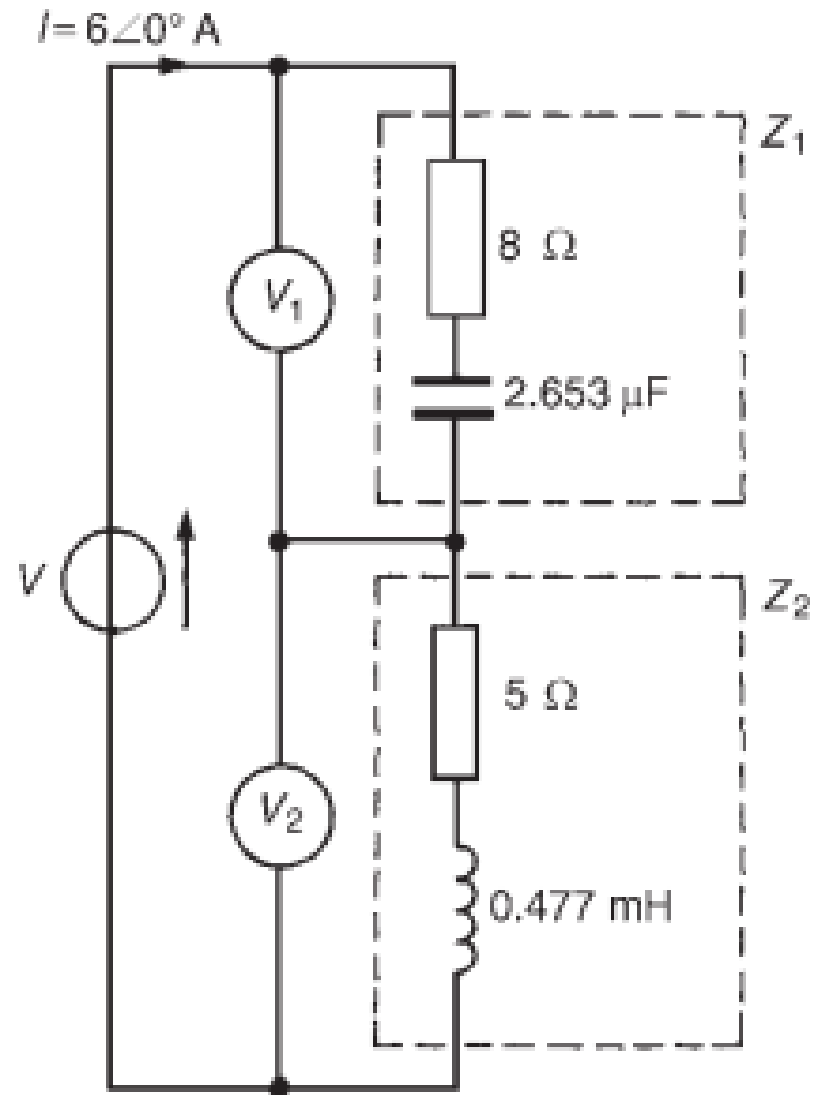
- Xác định giá trị của  $R$  và  $L$ .
- Xác định điện áp qua các phần tử trong mạch.



# Exercises

**Bài 11:** Cho mạch điện như hình bên, biết tần số điện nguồn là 4kHz.

- Xác định giá trị của  $V_1$  và  $V_2$
- Xác định  $V$  và góc phase của mạch (u so với i)
- Vẽ sơ đồ vectơ của mạch.



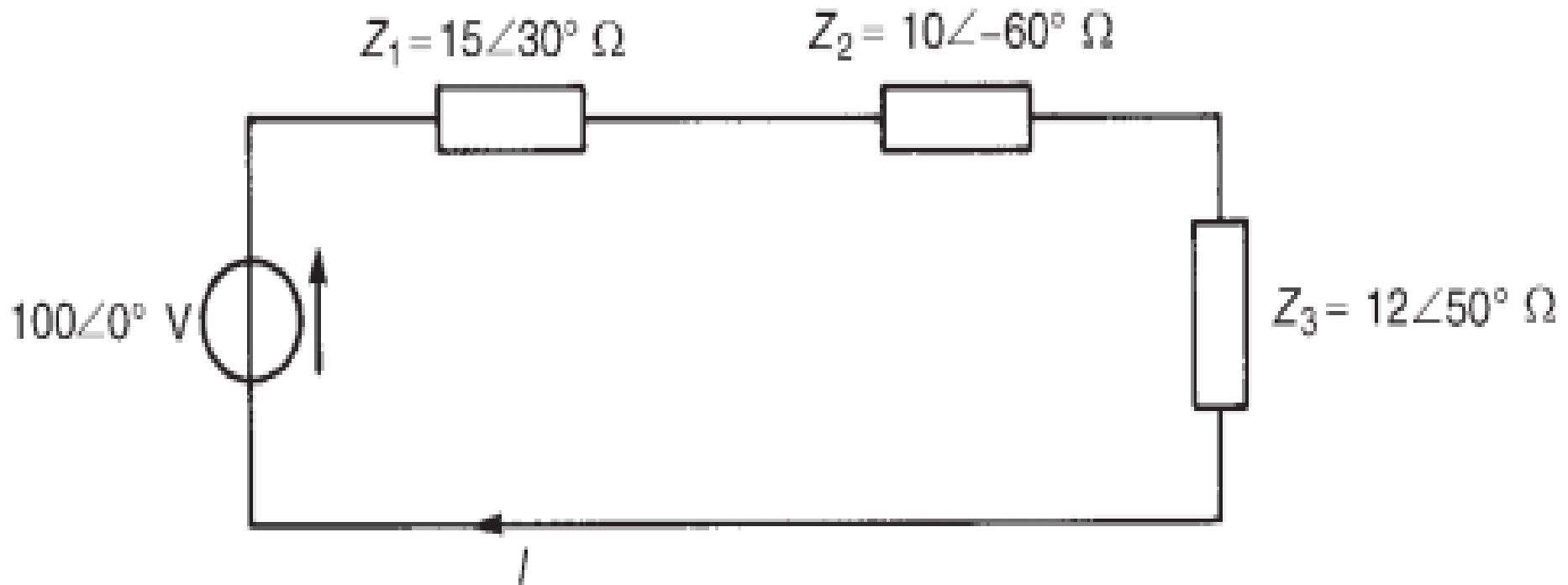


# Exercises

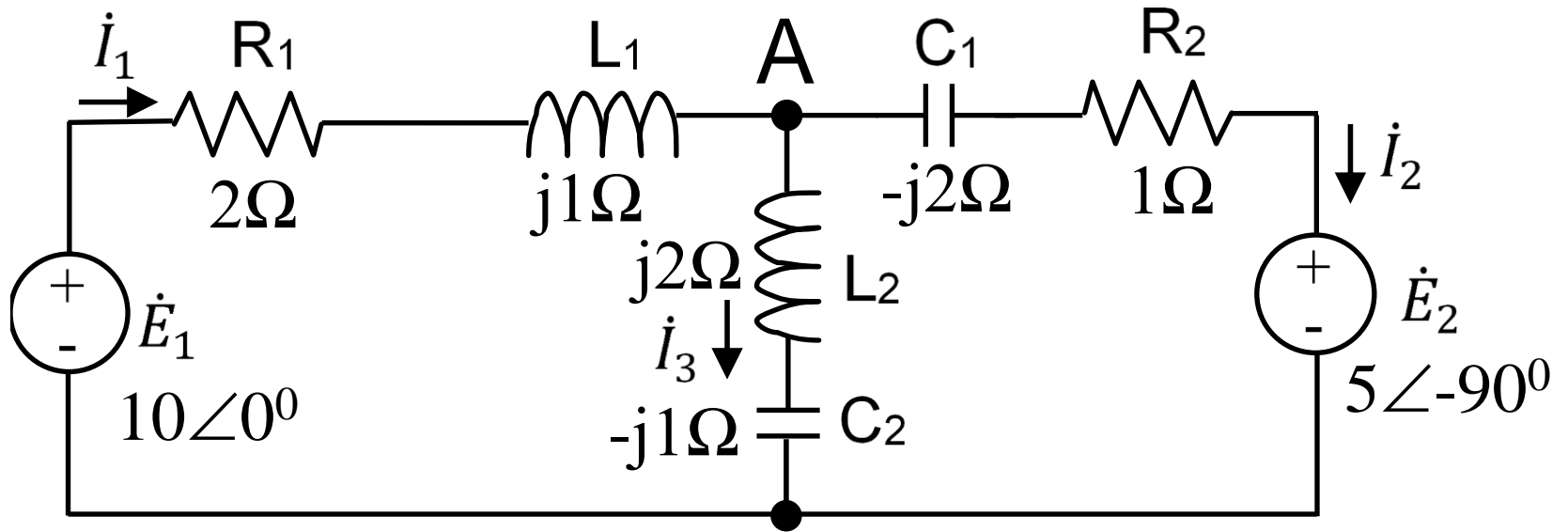
Bài 12: Cho mạch như hình bên. Xác định:

a. Dòng điện chạy qua mạch

b. Điện áp rơi qua các tổng trở  $Z_1$ ,  $Z_2$  và  $Z_3$ .

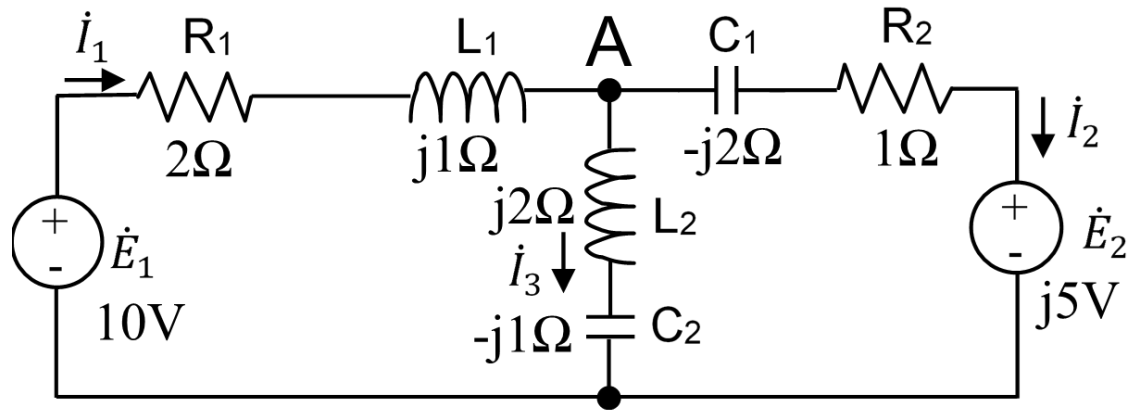


# Ví dụ 1



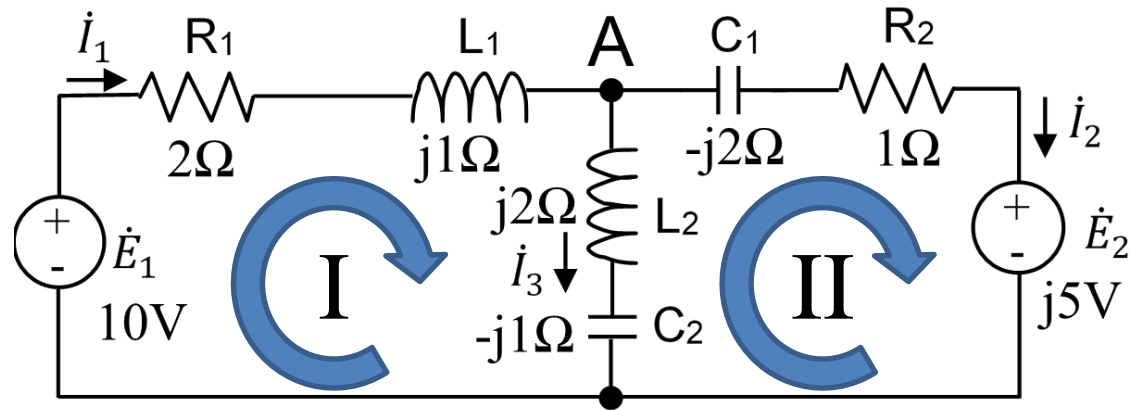
Tính  $\dot{I}_1$  và  $\dot{I}_2$

# Ví dụ 1



Tại nút A:  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$

# Ví dụ 1



Tại nút A:  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$

Tại vòng I:  $(2 + j1)\dot{I}_1 + j1\dot{I}_3 = 10$

Tại vòng II:  $(-j2 + 1)\dot{I}_2 - j1\dot{I}_3 = j5$

Khử  $\dot{I}_3$  ta được hệ: 
$$\begin{cases} (2 + j2)\dot{I}_1 - j\dot{I}_2 = 10 \\ -j\dot{I}_1 + (1 - j)\dot{I}_2 = j5 \end{cases}$$

# Ví dụ 1

$$\begin{cases} (2 + j2)\dot{I}_1 & -j\dot{I}_2 & = & 10 \\ -j\dot{I}_1 & + (1 - j)\dot{I}_2 & = & j5 \end{cases}$$

Giải hệ bằng quy tắc Cramer:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 + j2 & -j \\ -j & 1 - j \end{vmatrix} = 5$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 1 - j2$$

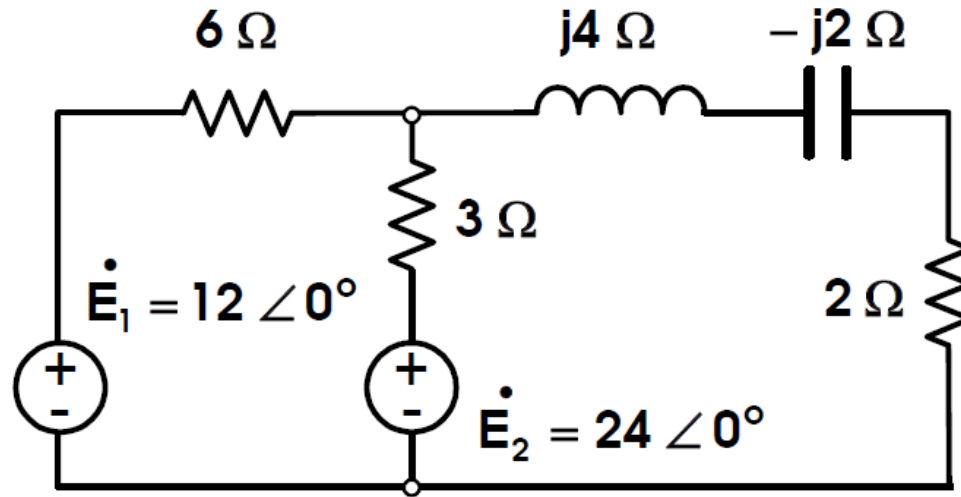
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & -j \\ j5 & 1 - j \end{vmatrix} = 5 - j10$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -2 + j4$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 + j2 & 10 \\ -j & j5 \end{vmatrix} = -10 + j20$$



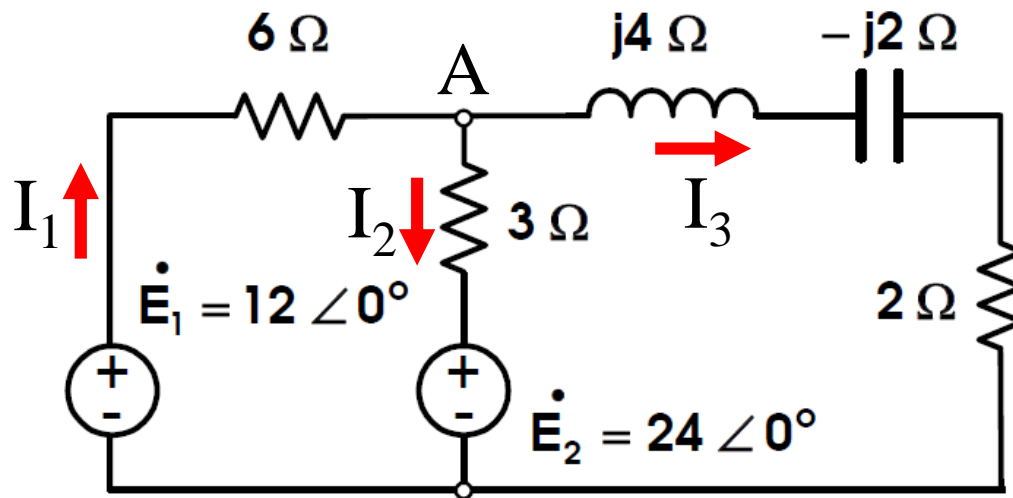
## Ví dụ 2



Cho mạch điện theo hình vẽ, xác định:

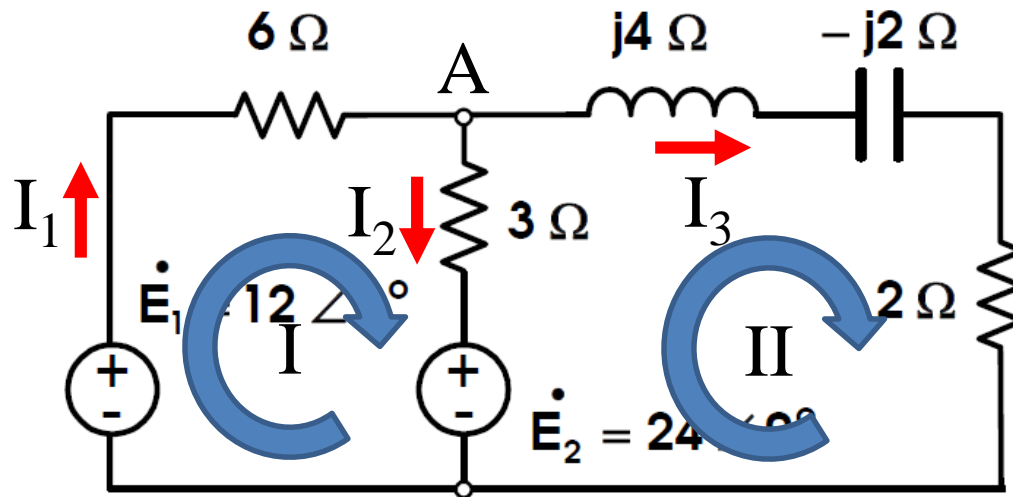
- (a) **Công suất tác dụng** tiêu thụ trên điện trở  $2\Omega$ .
- (b) **Công suất phức** cấp bởi mỗi nguồn áp.

# Ví dụ 2



Tại nút A:  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$

# Ví dụ 2



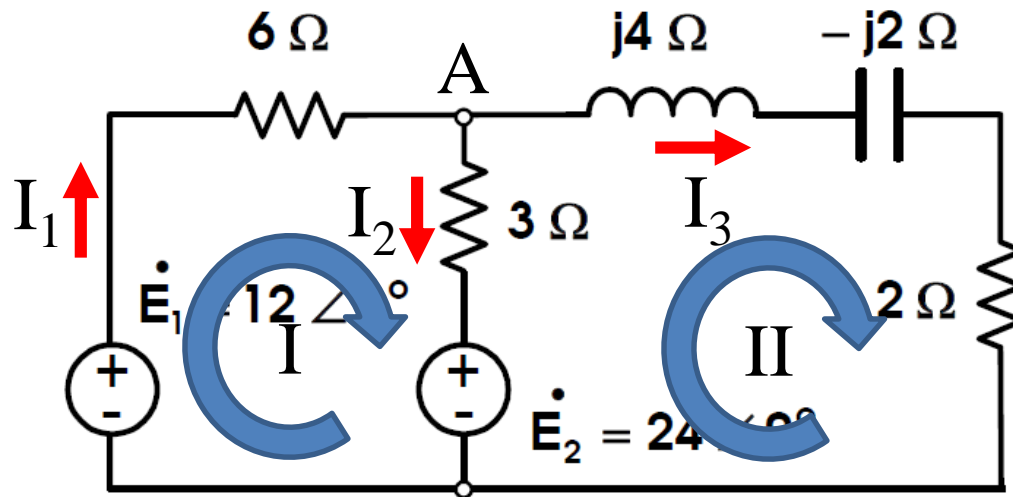
Tại nút A:  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$

Vòng I:  $-\dot{E}_1 + 6\dot{I}_1 + 3\dot{I}_2 + \dot{E}_2 = 0$

Vòng II:  $-\dot{E}_2 - 3\dot{I}_2 + j4\dot{I}_3 - j2\dot{I}_3 + 2\dot{I}_3 = 0$



# Ví dụ 2

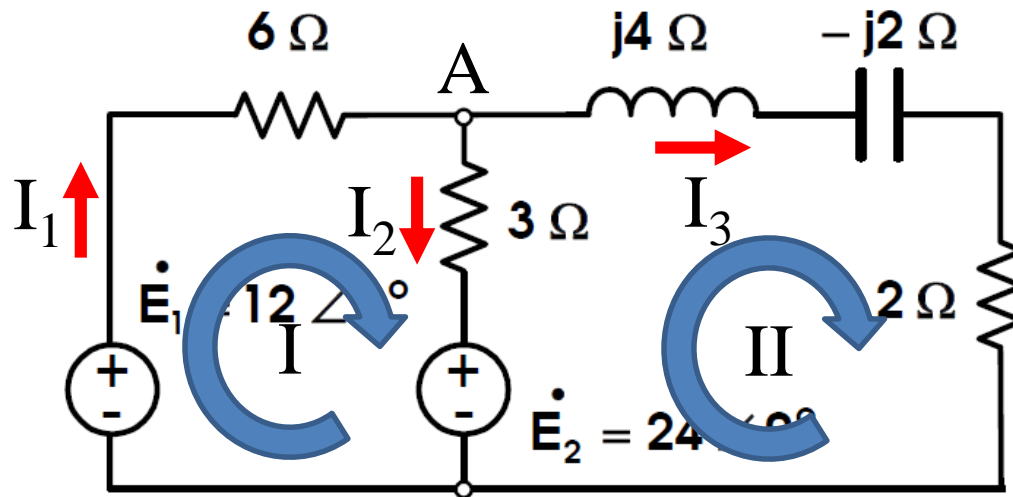


Tại nút A:  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$

Vòng I:  $2\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = -4$

Vòng II:  $-3\dot{I}_2 + (2 + j2)\dot{I}_3 = 24$

# Ví dụ 2



Tại nút A:  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$

$$3\dot{I}_2 + 2\dot{I}_3 = -4$$

$$-3\dot{I}_2 + (2 + j2)\dot{I}_3 = 24$$

# Ví dụ 2

$$\begin{cases} 3\dot{I}_2 + 2\dot{I}_3 = -4 \\ -3\dot{I}_2 + (2 + j2)\dot{I}_3 = 24 \end{cases}$$

Giải hệ bằng quy tắc Cramer:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -3 & 2 + j2 \end{vmatrix} = 12 + j6$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -4 + 1.33j$$

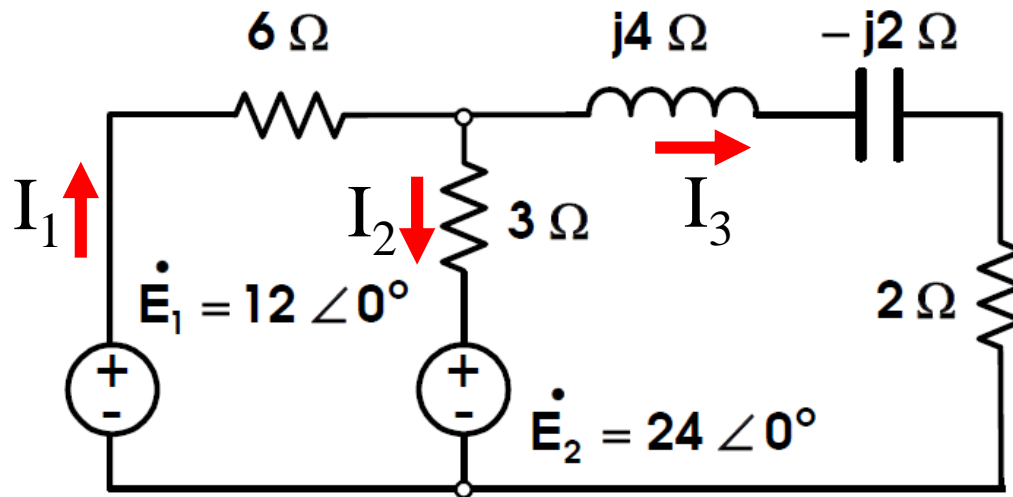
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 24 & 2 + j2 \end{vmatrix} = -56 - j8$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 4 - j2$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -3 & 24 \end{vmatrix} = 60$$

$$\dot{I}_1 = -j0.67$$

## Ví dụ 2

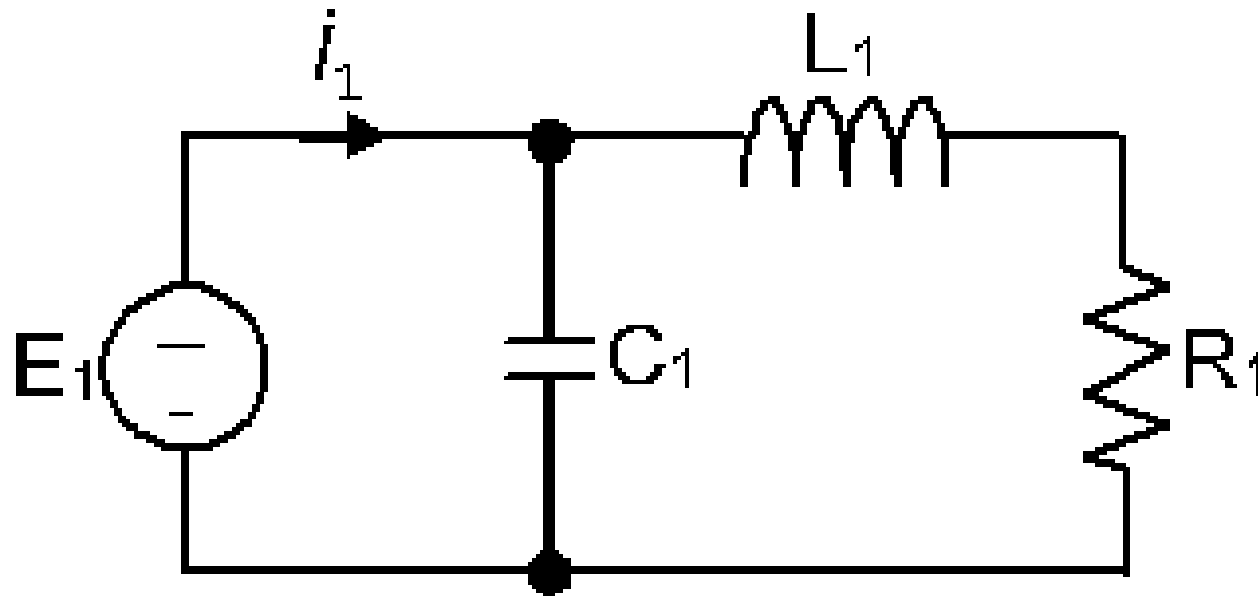


$$\dot{I}_3 = 4 - j2 \Rightarrow P_{2\Omega} = (\dot{I}_3)^2 \cdot 2 = 40\text{W}$$

$$\dot{I}_1 = -j0.67 \Rightarrow S_{E_1} = \dot{E}_1 \cdot \dot{I}_1^* = j8.04\text{ VA}$$

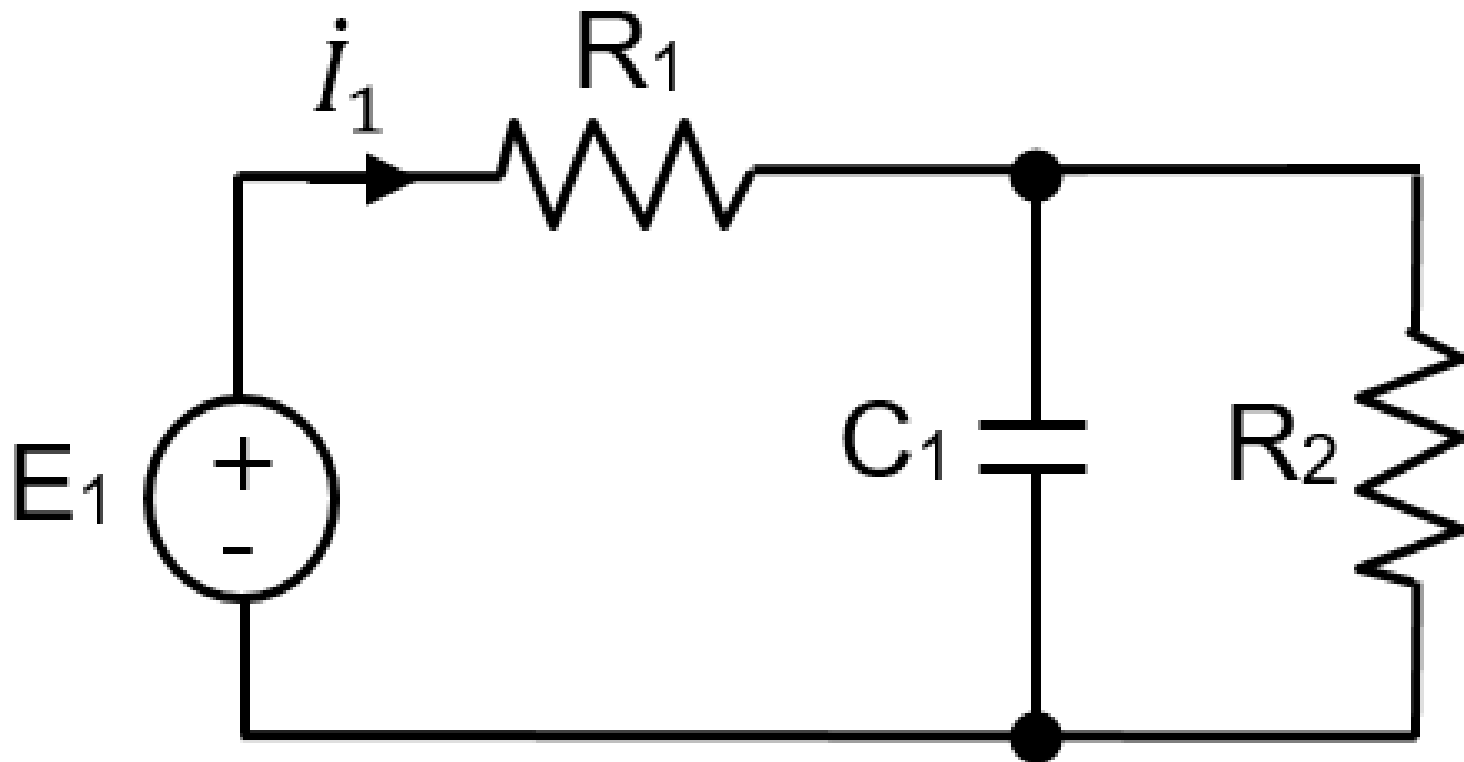
$$\dot{I}_2 = -4 + 1.33j \Rightarrow S_{E_2} = \dot{E}_2 \cdot \dot{I}_2^* = -96 - j31.92\text{ VA}$$

Cho  $C_1=0.1\text{F}$ ;  $L_1=0.4\text{H}$ ;  $R_1=1\Omega$ .  $E_1=\sqrt{2}\sin 5t$  [V].  
Tìm dòng điện  $i_1$



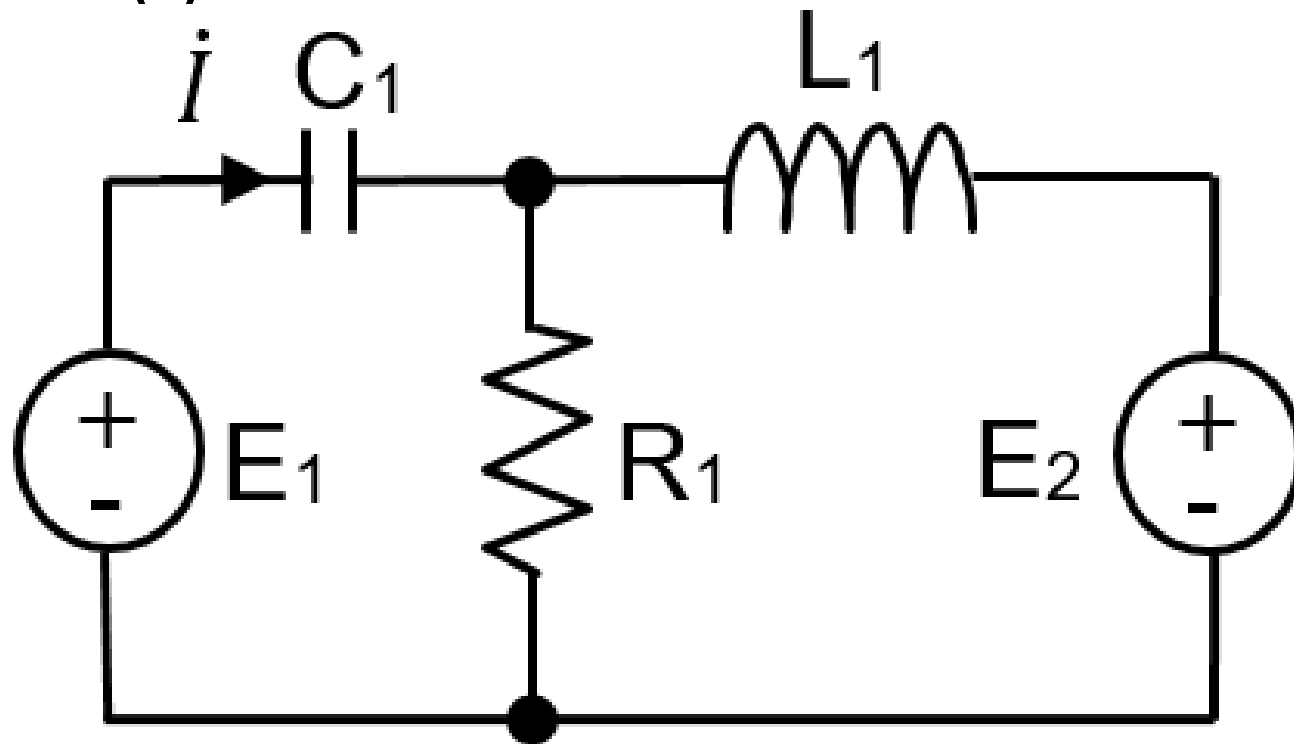
# Ex

Cho  $R_1=2\Omega$ ;  $R_2=1\Omega$ ;  $C_1=1F$ ;  $E_1=U\sqrt{2}\sin\omega t$  [V]. Xác định  $\omega$  sao cho dòng  $\dot{I}_1$  sớm phase  $10^\circ$  so với áp  $E_1$ .



# Ex

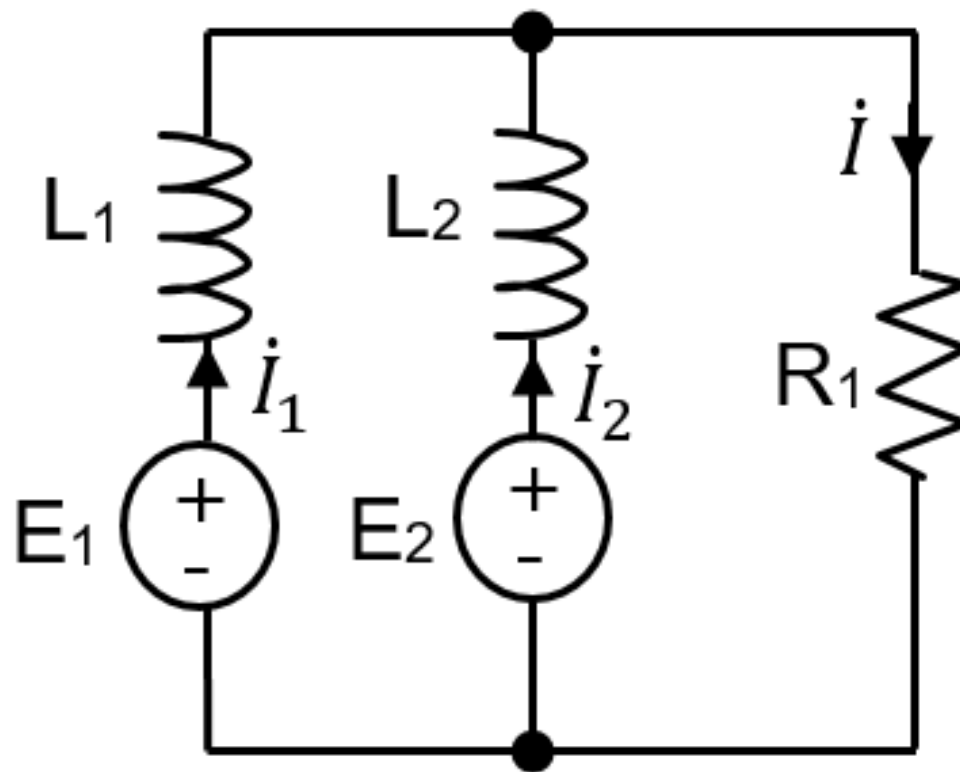
Cho  $R_1=10\Omega$ ;  $C_2=0.02\text{F}$ ;  $L_1=2\text{H}$ ;  $E_1 = 100\sqrt{2}\sin 10t$  [V];  $E_2 = 200\sqrt{2}\sin 10t$  [V]. Tìm dòng  $i$  và viết biểu thức của  $i(t)$ .



# Ex

Cho  $R_1=3\Omega$ ;  $L_1=j5\Omega$ ;  $L_2=j200\Omega$  ;

$E_1 = E_2 = 100\sqrt{2}\sin\omega t$  [V]. Tính dòng điện.

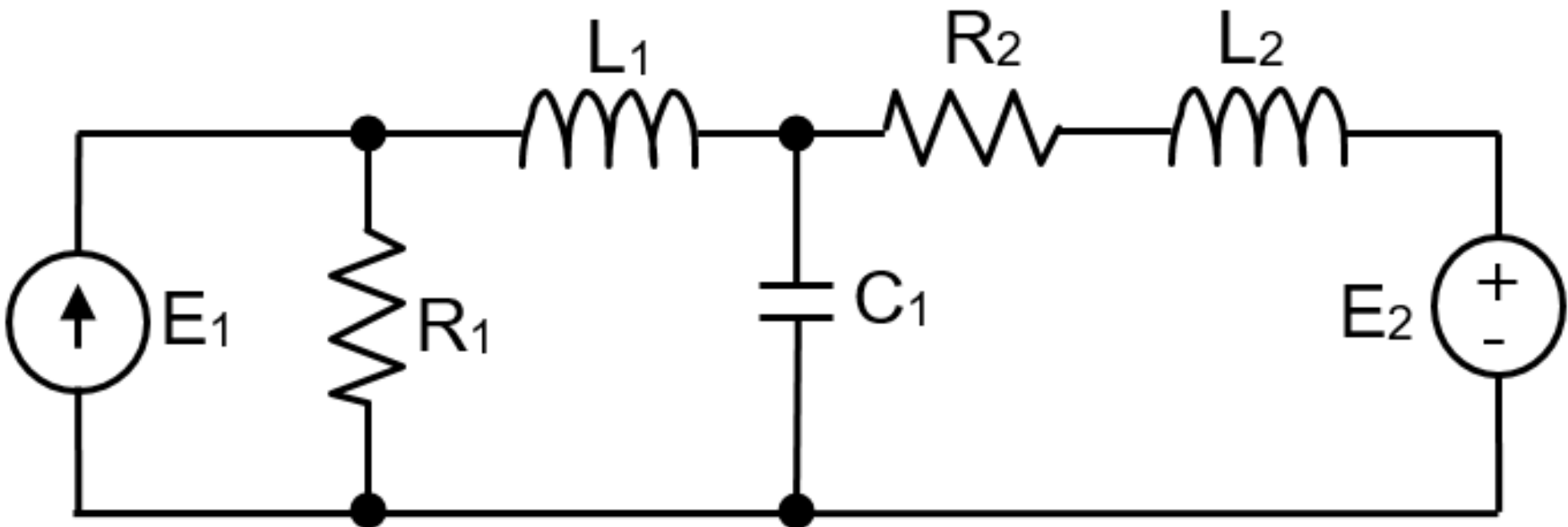




# Ex

Cho  $R_1=1\Omega$ ;  $R_2=1\Omega$ ;  $C_1=\frac{1}{2}\text{F}$ ;  $L_1=L_2=\frac{1}{4}\text{H}$ ;

$E_1 = 4\text{ [A]}$ ;  $E_2 = 8\cos 4t\text{ [V]}$ . Tính điện áp qua điện trở  $R_1$ .



*Chúc các bạn học tốt*

