Phần 1
Lý thuyết mạch

Contents

Chương 1. Các khái niệm và định nghĩa cơ bản về mạch điện

Bài giảng số 1

- **Thời lượng: 4 tiết.**
- **Tóm tắt nội dung :**
  - **Các phần tử mạch cơ bản**
    - **Phần tử tích cực**
    - **Phần tử thụ động**
  - **Các định nghĩa cơ bản về mạch điện.**
    - **Nguồn lý tưởng và không lý tưởng**
    - **Các định nghĩa về nhánh, nút và vòng trong một mạch điện**

1.1 Các phần tử mạch cơ bản

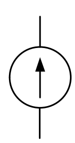
1.1.1 Phần tử tích cực

Trong một mạch điện bao gồm có thể có nhiều thành phần khác nhau nhưng về cơ bản bao giờ cũng gồm các phần tử như nguồn điện, điện trở, tụ điện và cuộn cảm. Dựa vào chức năng và tác dụng của các phần tử trong mạch người ta chia ra làm các phần tử tích cực và các phần tử thụ động trong đó các phần tử tích cực chính là các nguồn điện còn các phần tử còn lại như điện trở, tụ điện và cuộn cảm là các phần tử thụ động.

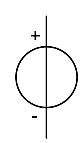
1.1.1.1 Nguồn điện áp

- Là phần tử sinh ra tín hiệu điện áp.
- Hàm tín hiệu sinh ra là hàm điện áp, đơn vị là V.
- Độ lớn tín hiệu sinh ra đặc trưng bởi hàm suất điện động e(t).

Sơ đồ

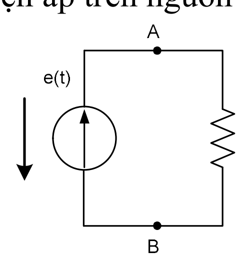


Nguồn áp xoay chiều



Nguồn áp một chiều

<u>Chú ý</u>: chiều điện áp trên nguồn



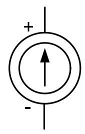
$u_{AB} = e(t)$

$u_{BA} = -e(t)$

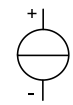
1.1.1.2 Nguồn dòng điện

- Là phần tử sinh ra tín hiệu dòng điện.
- Hàm tín hiệu sinh ra là hàm dòng điện, đơn vị A.
- Độ lớn tín hiệu sinh ra đặc trưng bởi hàm dòng điện nguồn $i_{ng}(t)$.

Sơ đồ



Nguồn dòng xoay chiều

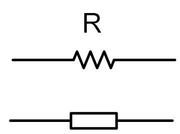


Nguồn dòng một chiều

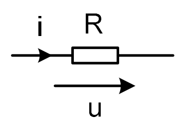
1.1.2 Phần tử thụ động

1.1.2.1 Điện trở

- Là phần tử biến đổi tín hiệu điện nhờ hiệu ứng cản trở dòng điện.
- Sơ đồ:



- Còn được gọi là phần tử không quán tính.
- Thí nghiệm: cho dòng điện i chạy qua điện trở, thấy xuất hiện điện áp u cùng chiều với i



- Quan hệ u – i:

$$u = R.i$$

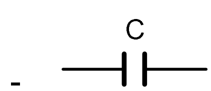
R: thông số đặc trưng, gọi là điện trở có đơn vị là Ohm

- Từ CT trên: $i = u/R = u.G$

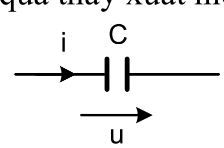
G: thông số đặc trưng, gọi là điện dẫn có đơn vị là Siemen.

1.1.2.2 Tụ điện

- Là phần tử biến đổi tín hiệu nhờ hiện tượng tích tụ điện tích trên các bản tụ.
- Sơ đồ:



- Là phần tử có quán tính, giữa dòng điện và điện áp không có quan hệ tuyến tính.
- Thí nghiệm: cho dòng điện i chạy qua thấy xuất hiện điện áp u cùng chiều với i.



- Quan hệ u – i:

$$i = C\frac{du}{dt}$$

$$u = \frac{1}{C}\int i dt$$

Đại lượng C là thông số đặc trưng cho phần tử tụ điện, gọi là điện dung, có đơn vị Fara.

Nhận xét:

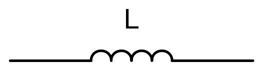
-Dòng điện qua tụ tỷ lệ thuận với biến thiên điện áp trên tụ. Nếu điện áp không đổi thì dòng điện bằng 0.

-Điện áp trên tụ điện biến thiên liên tục theo thời gian.

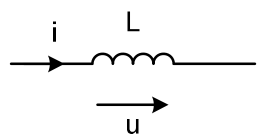
Để giải phương trình vi phân trên tụ cần có điều kiện đầu $u_C(0)$.

1.1.2.3 Cuộn cảm

- Là phần tử biến đổi tín hiệu điện dựa vào hiện tượng cảm ứng điện từ.
- Sơ đồ:



- Là phần tử có quán tính, dòng điện và điện áp không có quan hệ tuyến tính.
- Thí nghiệm: cho dòng điện i chạy qua cuộn cảm L thấy xuất hiện điện áp u cùng chiều với i.



- Quan hệ u – i:

$$u = L\frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L}\int u dt$$

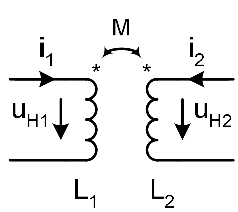
L là đại lượng đặc trưng cho cuộn cảm, được gọi là điện cảm có đơn vị là Henry (H).

Nhận xét:

- Nếu dòng điện chạy qua cuộn cảm không đổi thì điện áp trên cuộn cảm bằng 0.
- Dòng điện qua cuộn cảm là hàm liên tục theo thời gian.
- Để giải phương trình vi phân cho cuộn cảm cần biết điều kiện đầu $i_L(0)$.

1.1.2.4 Hỗ cảm

- Hỗ cảm là hiện tượng tương tác từ giữa các dòng điện đặt đủ gần nhau.
- Ta chỉ xét hiện tượng hỗ cảm giữa các cuộn cảm.
- Xét 2 cuộn cảm có các dòng điện i_1, i_2 như hình vẽ:



- Do hiện tượng hỗ cảm:
    - Dòng điện i_1 gây ra điện áp hỗ cảm u_{H2} trên cuộn L_2.
    - Dòng điện i_2 gây ra điện áp hỗ cảm u_{H1} trên cuộn L_1.

➔ Cần tìm chiều và độ lớn của các điện áp hỗ cảm.

- Quy tắc xác định chiều điện áp hỗ cảm:
    - Mỗi cuộn cảm có một đầu cùng tên được đánh dấu *. (Xem hình vẽ).
    - Nếu dòng điện đi vào cuộn cảm ở đầu có dấu * sẽ được gọi là dòng điện vào. Nếu dòng điện đi vào ở đầu không có dấu * sẽ được gọi là dòng điện ra.
    - Nếu 2 dòng điện đi qua 2 cuộn cảm là cùng tên thì điện áp hỗ cảm trên mỗi cuộn sẽ cùng chiều với dòng điện đi qua nó.
    - Nếu 2 dòng điện đi qua 2 cuộn cảm là khác tên thì điện áp hỗ cảm trên mỗi cuộn sẽ ngược chiều với dòng điện đi qua nó.
- Công thức tính độ lớn điện áp hỗ cảm:
    - Giữa các cuộn cảm có hiện tượng hỗ cảm sẽ xác định một thông số đặc trưng, gọi là thông số hỗ cảm, ký hiệu là M.
    - Độ lớn điện áp hỗ cảm:

$$u_{H1} = M\frac{di_2}{dt}$$

$$u_{H2} = M\frac{di_1}{dt}$$

1.2 Tính toán năng lượng trên các phần tử thụ động

1.2.1 Điện trở

- Điện trở không có khả năng tích tụ năng lượng.
- Năng lượng cung cấp cho điện trở được giải phóng dưới dạng nhiệt và các dạng năng lượng khác.
- Định luật Jule-Lenx tính công suất tiêu tán trên điện trở:

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t).i(t) \\ &= Ri^2(t) \\ &= \frac{1}{R}u^2(t) = Gu^2(t) \end{aligned}$$

1.2.2 Tụ điện

- Có khả năng tích tụ năng lượng.
- Năng lượng cung cấp cho tụ điện được tích tụ lại dưới dạng năng lượng điện trường nằm giữa hai bản cực
- Gọi E(t) là năng lượng do dòng điện tích tụ trên tụ tại thời điểm t.

$$E(t) = \int_0^t u(t).i(t).dt$$

$$= \int_0^t u(t).C\frac{du}{dt}$$

$$= C\int_0^t u(t)du(t)$$

$$= \frac{1}{2}Cu^2(t) - \frac{1}{2}Cu^2(0)$$

- Nếu tại thời điểm ban đầu tụ không tích điện u(0) = 0, thì năng lượng trên tụ tại thời điểm bất kỳ là:

$$E(t) = \frac{1}{2}Cu^2(t)$$

1.2.3 Cuộn cảm

- Có khả năng tích tụ năng lượng.
- Năng lượng cung cấp cho tụ điện được tích tụ lại dưới dạng năng lượng từ trường.
- Gọi năng lượng do dòng điện tích tụ trên cuộn cảm là E(t)

$$E(t) = \int_0^t u(t).i(t).dt$$

$$= \int_0^t L\frac{di}{dt}.i(t).dt$$

$$= L\int_0^t i(t)di(t)$$

$$= \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(0)$$

- Nếu tại thời điểm ban đầu dòng điện qua cuộn cảm bằng 0 thì năng lượng trên cuộn cảm tại thời điểm bất kỳ là

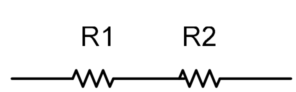
$$E(t) = \frac{1}{2}Li^2(t)$$

1.3 Ghép nối tiếp và song song các phần tử

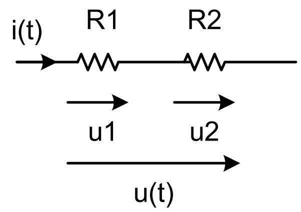
1.3.1 Ghép nối tiếp các phần tử

Các phần tử được gọi là mắc nối tiếp khi chúng có chung một dòng điện chạy qua và điện áp tổng cộng bằng tổng điện áp của từng phần tử.

- Ví dụ:



- Công thức tính toán thông số:
  Xét 2 điện trở mắc nối tiếp:



$$\left.\begin{array}{l} u_1(t) = R_1 i(t) \\ u_2(t) = R_2 i(t) \end{array}\right\} \Rightarrow u(t) = u_1(t) + u_2(t)$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow u(t) = i(t)(R_1 + R_2) \\ &\qquad = i(t)R \end{aligned}$$

Trong đó:

$$R = R1+R2$$

<u>Nhận xét:</u>

- R là thông số biểu diễn mạch điện.
- Cho phép biểu diễn mạch như một phần tử duy nhất.

Trường hợp tổng quát:

- n điện trở mắc nối tiếp

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

- Với tụ điện mắc nối tiếp:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

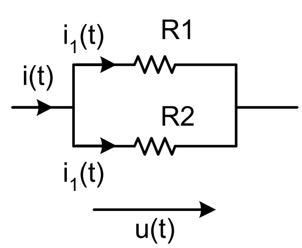
- Với cuộn cảm mắc nối tiếp:

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_i$$

1.3.2 Ghép song song các phần tử

Các phần tử được gọi là mắc song song khi chúng có chung một điện áp và dòng điện tổng cộng bằng tổng dòng điện đi qua từng phần tử.

- Ví dụ:



- Tính toán thông số song song:

$$
\begin{aligned}
i(t) &= i_1(t) + i_2(t) \\
&= (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})u(t) \\
&= \frac{1}{R}u(t)
\end{aligned}
$$

- **Nhận xét:**
  - R là thông số biểu diễn mạch điện.
  - Mạch điện được biểu diễn như một phần tử.

Trường hợp tổng quát:

- Với n điện trở mắc song song

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

- Với n tụ điện mắc song song.

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

- Với n cuộn cảm mắc song song.

$$\frac{1}{L} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{L_i}$$

1.3.3 Ghép hỗn hợp

- Ghép hỗn hợp các phần tử:
  - Sử dụng nhiều phần tử khác loại trong cùng một mạch.
  - Các phần tử được mắc theo cấu hình bất kỳ.
- **Nhận xét**:
  - Mạch vẫn được biểu diễn bằng một thông số đặc trưng.
  - Không có công thức tổng quát để tính thông số đặc trưng từ các thông số thành phần mà phải tính tùy theo từng trường hợp cụ thể.
- Thông số đặc trưng có thể có 2 loại
  - Trở kháng Z thỏa mãn phương trình:

$$u(t) = Z.i(t)$$

  - Dẫn nạp Y

$$i(t) = Y.u(t)$$

$$Y = \frac{1}{Z}$$

1.4 Các định nghĩa cơ bản về mạch điện

1.4.1 Nguồn lý tưởng và không lý tưởng

1.4.1.1 Nguồn lý tưởng

Phần lớn trong các mạch điện chúng ta xem xét trong chương trình này là nguồn lý tưởng. Vậy nguồn lý tưởng là gì ?

Nguồn lý tưởng là nguồn điện mà điện áp và dòng điện đầu ra của nguồn không thay đổi hay phụ thuộc vào đặc tính cũng như giá trị của mạch tải bên ngoài.

Nguồn dòng điện lý tưởng là nguồn có nội trở bằng 0

Nguồn điện áp lý tưởng là nguồn có nội trở bằng vô cùng lớn

1.4.1.2 Nguồn không lý tưởng

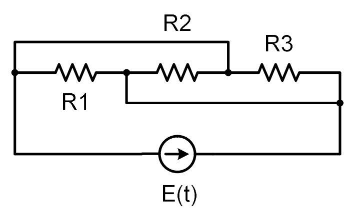
Tuy nhiên trong thực tế các nguồn điện của chúng ta phần lớn là không lý tưởng đó là do phần lớn các nguồn điện của chúng ta có nội trở khác không và không phải là quá lớn. Vì vậy khi làm việc với các nguồn điện thực tế chúng ta cần quan tâm tính toán đến nội trở trong của nguồn.

1.4.2 Nhánh

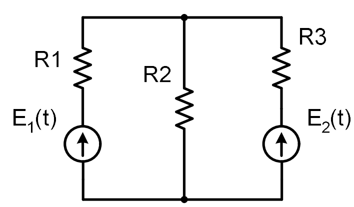
Nhánh là một phần của mạch gồm 1 hoặc nhiều phần tử mắc nối tiếp có chung một dòng điện, trong đó có ít nhất 1 phần tử thụ động.

Số nhánh ký hiệu là B.

- Ví dụ:



➔ 3 nhánh



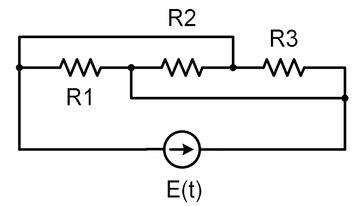
➔ 3 nhánh

1.4.3 Nút

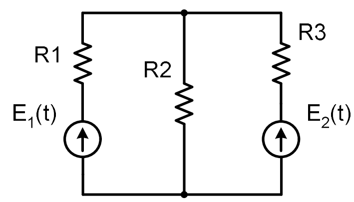
Nút là điểm chung của từ 3 nhánh trở lên.

Số nút ký hiệu là N. Dễ thấy N < B.

- Ví dụ:



➔ 2 nút

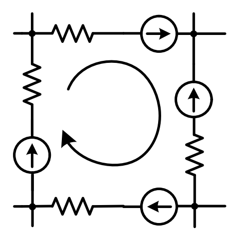


➔ 2 nút

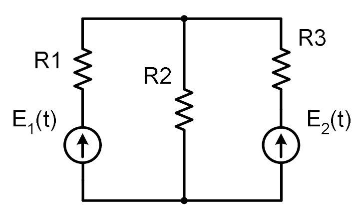
1.4.4 Vòng

Vòng là một phần của mạch gồm các nhánh và nút tạo thành vòng kín.

- Ví dụ:



Ví dụ 1 vòng mạch



➔ tổng cộng 3 vòng

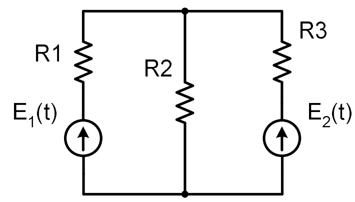
1.4.5 Vòng cơ bản

Vòng cơ bản là một vòng trong tập hợp vòng mà vòng này không thể được tạo thành từ các vòng còn lại.

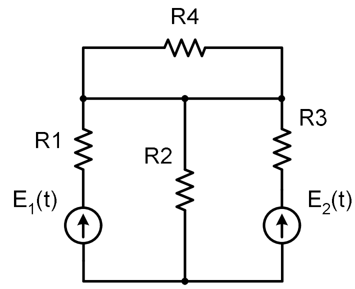
Xét trong mạch có B nhánh và N nút, số vòng cơ bản là

$$B - (N - 1)$$

- Ví dụ:



➔ B-(N-1) = 2 vòng cơ bản



➔ B-(N-1) = 3 vòng cơ bản

Chương 2. Các hệ phương trình mạch cơ bản

Bài giảng số 1

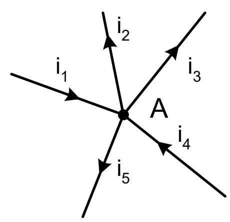
- ❖ **Thời lượng: 4 tiết.**
- ❖ **Tóm tắt nội dung :**
  - ➢ **Các định luật Kirchoff 1 và 2**
  - ➢ **Phương pháp tổng quát xây dựng hệ phương trình mạch điện**
  - ➢ **Phương pháp dòng điện vòng**
  - ➢ **Phương pháp điện áp nút**

2.1 Định luật Kirchoff

2.1.1 Định luật 1

Phát biểu 1: "Tổng dòng điện đi vào một nút bằng tổng dòng điện đi ra khỏi nút đó".

- Ví dụ:



$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3 + i_5$$

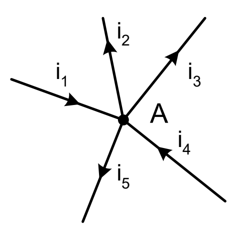
→ **Nhận xét**: phương trình viết theo phát biểu trên không mang tính tổng quát, phụ thuộc chiều dòng điện cụ thể.

Coi dòng điện là dòng điện đại số, theo quy ước dấu:

- o Dòng điện đi vào nút mang dấu (-).
- o Dòng điện đi ra khỏi nút mang dấu (+).

Phát biểu 2: "Tổng dòng điện đại số tại một nút bằng 0".

- Ví dụ:



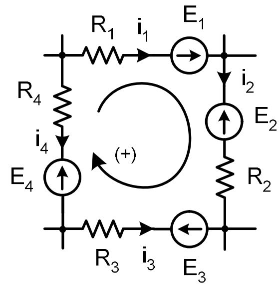
$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 + i_5 = 0$$

Nhận xét: Định luật 1 cho phép tạo ra N-1 phương trình độc lập tuyến tính tại N-1 nút của mạch.

2.1.2 Định luật 2:

Phát biểu 1: "Trong một vòng kín bất kỳ, tổng điện áp trên các phần tử tích cực bằng tổng điện áp trên các phần tử thụ động".

- Ví dụ: xét vòng



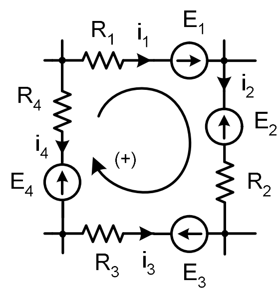
Chọn chiều (+) như hình vẽ, áp dụng định luật ta có phương trình

$$R_1 i_1 + R_2 i_2 - R_3 i_3 - R_4 i_4 = E_1 - E_2 + E_3 - E_4$$

Coi điện áp là đại lượng đại số, theo quy ước dấu: chọn một chiều (+) tùy ý trong vòng.

- Các điện áp cùng chiều (+) mang dấu (+).
- Các điện áp ngược chiều (+) mang dấu (-).

Phát biểu 2: "Trong một vòng kín, tổng các điện áp đại số bằng 0".



$$-E_1 + E_2 - E_3 + E_4 + R_1 i_1 + R_2 i_2 - R_3 i_3 - R_4 i_4 = 0$$

<u>**Nhận xét**</u>: Định luật 2 cho phép tạo ra B-(N-1) phương trình độc lập tuyến tính.

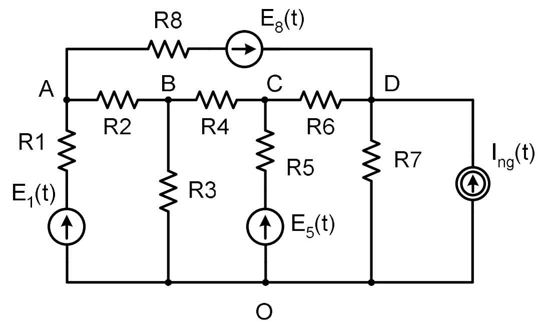
2.2 Phương pháp tổng quát

2.2.1 Phương pháp

- Chọn dòng điện qua các nhánh làm ẩn, như vậy với B nhánh của mạch sẽ có B ẩn số.
- Áp dụng định luật Kirchoff để tạo ra hệ gồm B phương trình. Đây chính là hệ phương trình tổng quát của mạch. Trong đó:
    - Định luật 1: tạo ra N-1 phương trình.
    - Định luật 2: tạo ra B-(N-1) phương trình.

2.2.2 Áp dụng

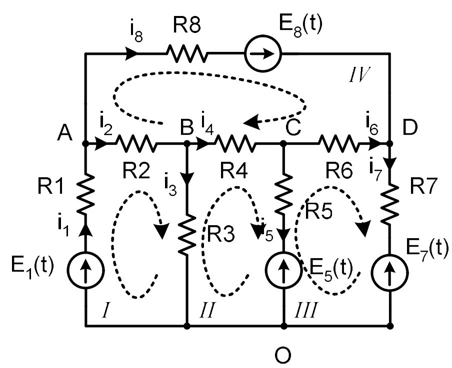
- Xét mạch



- Nhận xét:
  - Số nhánh B = 8
  - Số nút N = 5
  - ➔ Số vòng cơ bản = 8 – (5 – 1) = 4
- Chuyển nguồn dòng thành nguồn áp

$$E_7(t) = I_{ng}(t).R7$$

  Mạch tương đương



- Chọn chiều dương quy ước cho các dòng điện nhánh. Coi $i_1 - i_7$ là ẩn.
- Áp dụng định luật 1 tại 4 nút A, B, C, D.

$$(A): -i_1 + i_2 + i_8 = 0$$
$$(B): -i_2 + i_3 + i_4 = 0$$
$$(C): -i_4 + i_5 + i_6 = 0$$
$$(D): -i_6 + i_7 - i_8 = 0$$

- Chọn các vòng cơ bản và áp dụng định luật 2

$$(I): -E_1 + i_1R_1 + i_2R_2 + i_3R_3 = 0$$
$$(II): +E_5 - i_3R_3 + i_4R_4 + i_5R_5 = 0$$
$$(III): -E_5 + E_7 - i_5R_5 + i_6R_6 + i7R7 = 0$$
$$(IV): -E_8 - i_2R_2 - i_4R_4 - i_6R_6 + i8R8 = 0$$

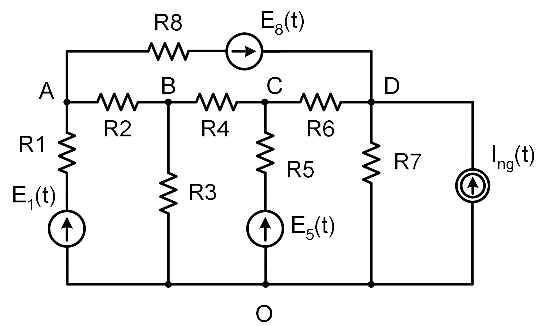
2.3 Hệ phương trình dòng điện vòng

2.3.1 Phương pháp

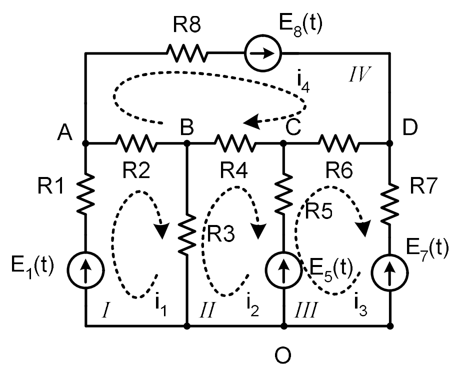
- Giả sử trong mỗi vòng có một dòng điện chạy qua. Dòng điện này chỉ tồn tại trong vòng và chạy qua tất cả các phần tử thuộc vòng.
- Chọn dòng điện vòng trong các vòng cơ bản làm ẩn số. Tổng cộng sẽ có B-(N-1) ẩn số.
- Áp dụng định luật 2 để lập B-(N-1) phương trình độc lập tuyến tính. Đây là hệ phương trình dòng điện vòng của mạch.

2.3.2 Áp dụng

- Xét mạch



- Biến đổi nguồn dòng thành nguồn áp.
- Gọi dòng điện qua các vòng cơ bản làm ẩn số, chọn chiều (+) quy ước cho các vòng này.



- Áp dụng định luật 2 tạo hệ B-(N-1) phương trình.

$$(I)\ : -E_1 + i_1(R_1 + R_2 + R_3) - i_4R_2 - i_2R_3 = 0$$

$$(II): +E_5 + i_2(R_3 + R_4 + R_5) - i_4R_4 - i_3R_5 = 0$$

$$(III): -E_5 + E_7 + i_3(R_5 + R_6 + R_7) = 0$$

$$(IV): -E_8 + i_4(R_2 + R_4 + R_6 + R_8) - i_1R_2 - i_2R_4 - i_3R_6 = 0$$

- Hệ phương trình dòng điện vòng dưới dạng ma trận

$$Z_V.I_V = E_V$$

trong đó

$$I_V = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{pmatrix}; E_V = \begin{pmatrix} E_1 \\ -E_5 \\ E_5 - E_7 \\ E_8 \end{pmatrix}$$

$$Z_V = \begin{pmatrix} R1+R2+R3 & -R3 & 0 & -R2 \\ -R3 & R3+R4+R5 & -R5 & -R4 \\ 0 & -R5 & R5+R6+R7 & -R6 \\ -R2 & -R4 & -R6 & R2+R4+R6+R8 \end{pmatrix}$$

Quy tắc lập ma trận:

- I_v : Ma trận dòng điện vòng.
- E_v : Ma trận điện áp vòng

  E_i = tổng các nguồn áp trong vòng, theo quy tắc dấu:

  Nguồn ngược chiều + : mang dấu (-)

  Nguồn cùng chiều + : mang dấu (+)

- Z_v : Ma trận điện áp vòng
  - z_{ii} = Tổng trở kháng trong vòng thứ i
  - z_{ij} = Trở kháng chung giữa vòng i và vòng j, lấy theo quy tắc

    Nếu dòng i và dòng j cùng chiều

    z_{ij} = trở kháng nhánh chung giữa vòng i và vòng j

    Nếu dòng i và dòng j khác chiều

    z_{ij} = - trở kháng nhánh chung giữa vòng i và vòng j

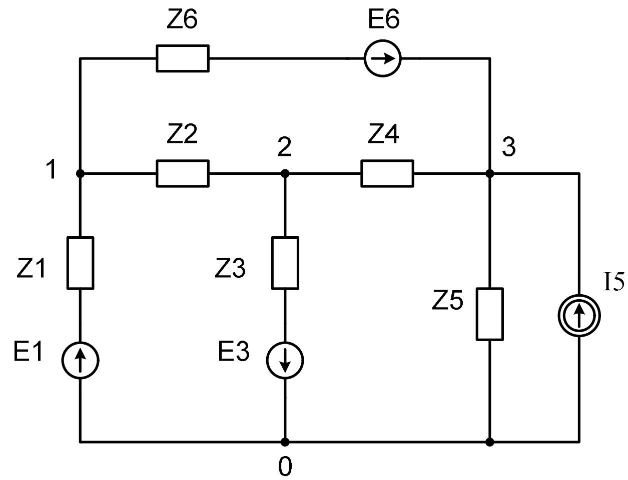
2.4 Phương pháp điện áp nút

2.4.1 Phương pháp

- Trong N nút của mạch, chọn một nút làm nút gốc có điện áp bằng 0.
- Tại mỗi nút còn lại của mạch coi như xác định một điện áp cố định. Gọi các giá trị điện áp này là ẩn số. Khi đó có tổng cộng N-1 ẩn số.
- Áp dụng định luật 1 tại N-1 nút để xây dựng hệ phương trình N-1 ẩn số. Đây là hệ phương trình điện áp nút của mạch.

2.4.2 Áp dụng

- Xét mạch



- Nhận xét: mạch trên có 4 nút. Đặt nút dưới cùng là nút gốc 0 và coi điện áp tại các nút 1, 2, 3 là ẩn số.
- Áp dụng định luật I tại các nút 1, 2, 3 thu được hệ phương trình

$$(Y_1 + Y_2 + Y_6)U_1 - Y_2U_2 - Y_6U_3 = Y_1E_1 - Y_6E_6$$
$$-Y_2U_1 + (Y_2 + Y_3 + Y_4)U_2 - Y_4U_3 = -Y_3E_3$$
$$-Y_1U_1 - Y_4U_2 + (Y_4 + Y_5 + Y_6)U_3 = Y_6E_6 + I_5$$

- Đây chính là hệ phương trình điện áp nút của mạch. Nếu viết dưới dạng ma trận ta có:

$$Y_N.U_N = I_N$$

trong đó

$$Y_N = \begin{bmatrix} Y_{N1} & -Y_2 & -Y_6 \\ -Y_2 & Y_{N2} & -Y_4 \\ -Y_6 & -Y_4 & Y_{N3} \end{bmatrix}; \quad \begin{matrix} Y_{N1} = Y_1 + Y_2 + Y_6 \\ Y_{N2} = Y_2 + Y_3 + Y_4 \\ Y_{N3} = Y_4 + Y_5 + Y_6 \end{matrix}$$

$$U_N = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}; \quad I_N = \begin{bmatrix} Y_1E_1 - Y_6E_6 \\ -Y_3E_3 \\ Y_6E_6 + I_5 \end{bmatrix}$$

- Cách thành lập các ma trận:
  - Y_N :
    - ❖ y_{ii} : dẫn nạp tại nút i.
    - ❖ y_{ij} : dẫn nạp chung giữa 2 nút i và j lấy dấu -.
  - I_N : các nguồn đi vào nút mang dấu +, nguồn ra khỏi nút mang dấu -.

2.5 Mạch điện tuyến tính tương hỗ và các tính chất

2.5.1 Mạch điện tuyến tính

- Các phần tử thụ động tuyến tính: là các thông số thụ động R, L, C, M có giá trị không phụ thuộc dòng điện và điện áp.

- Nguồn tuyến tính: là nguồn có trở kháng trong Z (hay dẫn nạp Y) là phần tử thụ động tuyến tính.
- Mạch tuyến tính:
    - Là mạch được tạo thành từ các phần tử tuyến tính.
    - Chỉ cần 1 phần tử không tuyến tính thì mạch là không tuyến tính.
- Tính chất của mạch tuyến tính
    - Trong mạch tuyến tính thì quan hệ u, i là bậc nhất. (u = zi, z không phụ thuộc u, i)
    - Hệ phương trình tổng quát của mạch tuyến tính là hệ phương trình vi phân hệ số hằng.
    - Có thể áp dụng nguyên lý xếp chồng.
- Nguyên lý xếp chồng: trong mạch điện có nhiều nguồn tác động thì dòng điện trên một nhánh bằng tổng các dòng điện gây bởi từng nguồn tác dụng độc lập trên nhánh đó.
- Hệ quả:
    - Chỉ có mạch tuyến tính mới áp dụng được hệ phương trình dòng điện vòng.
    - Trong mạch tuyến tính, nếu ta tác động 1 nguồn có tần số omega thì các đáp ứng trên các nhánh của mạch cũng có tần số omega. (Dưới tác động của tín hiệu vào bất kỳ cũng sẽ không sinh ra các hài mới)

2.5.2 Mạch tương hỗ

- Khái niệm: nếu nguồn tác dụng đặt ở nhánh i gây ra một dòng điện ở nhánh j cũng tương đương với nguồn đó đặt ở nhánh j gây ra một dòng ở nhánh i.
- Ví dụ:
- Hệ quả:
    - $M_{ij} = M_{ji}$
    - Ma trận Z_v (Y_N) có $Z_{ij} = Z_{ji}$ ($Y_{ij} = Y_{ji}$) chỉ khi mạch là tương hỗ.
- Chú ý: trong môn học này chỉ xét mạch tuyến tính tương hỗ.

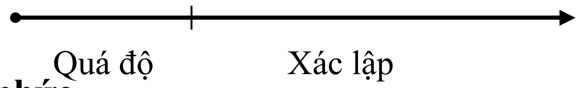
Chương 3. Các phương pháp cơ bản giải hệ phương trình mạch

Bài giảng số 1

- **Thời lượng: 3 tiết.**
- **Tóm tắt nội dung :**
  - **Điều kiện đầu của mạch**
  - **Khái niệm giai đoạn quá độ và ổn định trong mạch.**
  - **Biểu diễn và tính toán với số phức.**
  - **Cách chuyển đổi các thông số của mạch sang dạng phức.**
  - **Phương pháp số phức giải hệ phương trình mạch.**

3.1 Điều kiện đầu của mạch

- Qua kết quả xây dựng hệ phương trình mạch trong các ví dụ ở trên, có thể thấy các phương trình mạch ở dạng tổng quát đều là các phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng.
- Các phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng đều có 2 loại nghiệm: nghiệm tổng quát và nghiệm riêng.
  - Nghiệm tổng quát đặc trưng cho phản ứng của mạch dưới tác động của nguồn tín hiệu bên ngoài lên mạch điện. Nghiệm tổng quát được tính toán dựa vào giá trị nguồn tác động và không phụ thuộc trạng thái của mạch tại trạng thái bắt đầu hoạt động.
  - Các nghiệm riêng đặc trưng cho phản ứng của riêng mạch không phụ thuộc các tác động đầu vào bên ngoài. Nghiệm riêng được tính toán dựa trên các điều kiện đầu của mạch. Với các mạch ổn định nghiệm riêng của mạch là các hàm tín hiệu tắt dần.
- Điều kiện đầu của mạch được thể hiện qua thông số tín hiệu dòng điện, điện áp trên các phần tử quán tính như tụ điện, cuộn cảm…
- Ý nghĩa vật lý của nghiệm riêng và nghiệm tổng quát được thể hiện qua hai giai đoạn xảy ra trong quá trình hoạt động của mạch gồm giai đoạn quá độ và giai đoạn xác lập.
  - Giai đoạn quá độ là giai đoạn các tín hiệu trong mạch chưa đạt đến trạng thái ổn định do tác động của các nghiệm riêng của phương trình mạch.
  - Do các nghiệm riêng là tắt dần nên sau một thời gian tác động của các nghiệm này sẽ chấm dứt và mạch chuyển sang trạng thái xác lập. Giai đoạn xác lập là giai đoạn tất cả các tín hiệu trong mạch đạt trạng thái ổn định và dao động cùng tần số với nguồn tác động.



3.2 Phương pháp số phức

Tổng quan

- Với mạch tuyến tính tương hỗ, hệ phương trình mạch là hệ phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng. Việc giải trực tiếp các hệ này gặp rất nhiều khó khăn. Do đó phải biểu diễn hệ phương trình mạch sang các miền khác để chuyển phương trình vi phân thành phương trình đại số đơn giản hơn.
- Phương pháp số phức thực hiện chuyển hệ phương trình mạch sang miền số phức có dạng hệ phương trình đại số bậc nhất.
- Điều kiện áp dụng:
  - Các nguồn tác động phải là tín hiệu điều hòa (dạng sin hoặc cos).
  - Bỏ qua giai đoạn quá độ.
  - Điều kiện đầu của mạch bằng 0, không có năng lượng tích lũy.
- Cách giải bài toán theo phương pháp số phức:
  - Chuyển các thông số trong mạch sang miền phức.
  - Xây dựng hệ phương trình mạch dạng phức.
  - Giải hệ phương trình thu được.
  - Chuyển kết quả cần tìm về miền thời gian.

3.2.1 Phức hóa các thông số

❖ ***Nhắc lại về số phức***

- Số phức được xây dựng dựa trên đơn vị phức *j* thỏa mãn: $j^2 = -1$
- Số phức có 2 dạng biểu diễn:
  - Dạng phần thực phần ảo: s = a + jb
    Trong đó:
    a: phần thực
    b: phần ảo
  - Dạng module và argument: $s = |s|.e^{j\varphi}$
    Trong đó:
    |s|: module
    φ : argument
  - Chuyển đổi giữa 2 dạng biểu diễn

$$|s| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \text{arctg}\frac{b}{a}$$

$$a = |s|\cos\varphi$$

$$b = |s|\sin\varphi$$

Chú ý: nếu a < 0 thì cần hiệu chỉnh φ = φ ± π

❖ ***Chuyển đổi tín hiệu***

- Chỉ áp dụng cho các tín hiệu điều hòa.
- Xét tín hiệu $s(t) = S_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

  Trong đó

  S_0: biên độ

  ω_0: tần số góc

  φ_0: pha ban đầu
- Chuyển sang miền phức thu được $\vec{S}(t)$ là tín hiệu trên miền phức phụ thuộc thời gian. Khi đó:

$$\vec{S}(t) = S_0 e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}$$

- *Chú ý:* khi tín hiệu cho dạng sin, cần chuyển về dạng cos rồi mới phức hóa được tín hiệu.

❖ ***Chuyển đổi thông số***

- Mục đích: chuyển đổi các thông số R, C, L thành trở kháng, dẫn nạp trong miền phức.

Miền thời gian	Miền phức
Điện trở R	$\dot{Z}_R = R$ $\dot{Y}_G = G$
Tụ điện C	$\dot{Z}_c = -j\dfrac{1}{\omega_0 C} = jX_c$ $\dot{Y}_c = j\omega_0 C = -j\dfrac{1}{X_c}$ X_c: điện kháng của tụ điện
Cuộn cảm L	$\dot{Z}_L = j\omega_0 L = jX_L$ $\dot{Y}_L = -j\dfrac{1}{\omega_0 L} = -j\dfrac{1}{X_L}$ X_L: điện kháng của cuộn cảm

3.2.2 Giải hệ phương trình mạch bằng phương pháp số phức

- Các bước:
  - Phức hóa các tín hiệu và thông số.
  - Coi các thông số như các trở kháng, dẫn nạp có giá trị phức, lập phương trình đại số trong miền phức.
  - Giải phương trình thu được kết quả dạng phức.
  - Chuyển kết quả cần tìm về miền thời gian.
- Nhận xét:

- Nếu các nguồn tác động cùng tần số và pha thì có thể tạm sử dụng biên độ thực để tính. Khi nào ra kết quả thì nhân thêm với argument.
- Nếu các nguồn tác động cùng tần số nhưng khác pha thì có thể sử dụng biên độ phức, rồi nhân thêm argument khi tính ra kết quả cuối cùng.
- Trường hợp các nguồn tác động khác tần số sẽ tìm hiểu ở phần sau.

Bài giảng số 4 ....

❖ **Thời lượng: 5 tiết.**

❖ **Tóm tắt nội dung**

- **Phép biến đổi Laplace thuận và nghịch.**
- **Chuyển đổi các thông số sang miền Laplace.**
- **Phương pháp giải hệ phương trình mạch trong miền Laplace.**
- **Công thức Heaviside.**
- **Bài tập áp dụng.**
- **Định lý Thevenin-Norton**
- **Phương pháp xếp chồng**
- **Phương pháp mạch đối ngẫu**

....

3.3 Phương pháp toán tử Laplace

3.3.1 Phép biến đổi Laplace

- Xét tín hiệu trên miền thời gian *f(t)*
- Phép biến đổi Laplace thực hiện biến đổi tín hiệu *f(t)* sang miền toán tử Laplace

$$f(t)\xrightarrow{LT}F(s)$$

(LT: Laplace Transform)

Khi đó:

f(t) được gọi là hàm gốc
F(s) gọi là ảnh Laplace của *f(t)*
s là toán tử Laplace (số phức)

- Công thức của phép biến đổi Laplace

$$F(s)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-st}dt$$

$$f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{-\infty}^{+\infty} F(s)e^{st}ds$$

(1) : Công thức biến đổi thuận, từ miền thời gian sang miền Laplace.

(2) : Công thức biến đổi ngược, từ miền Laplace sang miền thời gian.

- Nhận xét: công thức biến đổi Laplace khá phức tạp, thường không áp dụng trực tiếp công thức mà sử dụng bảng tra Laplace thông qua một số hàm cơ bản.

Bảng tra Laplace

Hàm gốc	Ảnh Laplace
$\dfrac{df(t)}{dt}$	$sF(s)-f(0)$
$\int f(t)dt$	$\dfrac{1}{s}\left[F(s)+\int_{-\infty}^{0} f(t)dt\right]$
$-tf(t)$	$\dfrac{df(s)}{ds}$
$\dfrac{1}{t}f(t)$	$\int_0^s F(z)dz$
$e^{-at}f(t)$	$F(s+a)$
$f(t-a).1(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$f(\frac{t}{a})$	$aF(as)$
$1(t)$	$\dfrac{1}{s}$
t^n	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$
e^{-at}	$\dfrac{1}{s+a}$
$\sin \omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$\cos \omega t$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$
$\sigma(t)$	1

3.3.2 Chuyển đổi thông số

a. Điện trở

- Trong miền thời gian: *u(t) = R.i(t)*
  R là hằng số
- Chuyển sang miền Laplace: *U(s) = R.I(s)*
- Nhận xét:
  - $Z_R(s) = R$
  - $Y_G(s) = G$

b. Cuộn cảm

- Trong miền thời gian: $u_L(t) = L\dfrac{di_L}{dt}$

- Chuyển sang miền Laplace $U(s) = L\left[sI(s) - i_L(0)\right]$
- Trong đó $i_L(0)$ là điều kiện ban đầu trong miền thời gian tại t = 0. Đặt $i_0(s) = \frac{i_L(0)}{s}$ là điều kiện đầu trong miền Laplace ta có:

$$U_L(s) = sLI(s) - sLi_0(s)$$

- Nhận xét:
  - $Z_L(s) = sL$
  - $Y_L(s) = \frac{1}{sL}$

c. Tụ điện

- Trong miền thời gian: $u_c(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$
- Chuyển sang miền Laplace $U(s) = \frac{1}{sC}\left[I(s) + \int_{-\infty}^{0} i(t)dt\right]$
- Trong đó $\int_{-\infty}^{0} i(t)dt$ là điều kiện đầu trên tụ. Đặt $\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0} i(t)dt = u_C(0)$ ta có

$$U(s) = \frac{1}{sC}I(s) + \frac{u_C(0)}{s}$$

- Nhận xét:
  - $Z_C(s) = \frac{1}{sC}$
  - $Y_C(s) = sC$

3.3.3 Giải hệ phương trình mạch bằng phương pháp toán tử Laplace

- Phương pháp:
  - Chuyển các thông số và tín hiệu sang miền Laplace. Áp dụng công thức biến đổi Laplace và bảng tra.
  - Lập và giải hệ phương trình trong miền Laplace. Hệ phương trình thu được là hệ phương trình đại số. Kết quả cần tìm cũng ở trong miền Laplace.
  - Chuyển kết quả cần tìm về miền thời gian.
- Nhận xét: cần có phương pháp tổng quát để chuyển tín hiệu từ miền Laplace về miền thời gian. Đó là phương pháp sử dụng công thức Heaviside.

3.3.4 Công thức Heaviside

- Là công thức thực hiện biến đổi Laplace ngược, chuyển tín hiệu từ miền Laplace về miền thời gian.
- Xét hàm tín hiệu trong miền Laplace có dạng phân thức hữu tỷ

$$F(s)=\frac{a_0+a_1s+a_2s^2+...+a_ns^n}{b_0+b_1s+b_2s^2+...+b_ms^m}=\frac{H_1(s)}{H_2(s)} \quad (m>n)$$

- Nhận xét: *$H_2(s)$* là đa thức bậc m nên có m nghiệm. Xét 3 trường hợp:

  i. **Trường hợp 1:** *$H_2(s)$* có đúng m nghiệm thực phân biệt
  Gọi m nghiệm của *$H_2(s)$* là $s_1, s_2, ..., s_m$. Khi đó phân tích được F(s) thành tổng của m phân thức đơn giản có dạng:

$$F(s)=\frac{A_1}{s-s_1}+\frac{A_2}{s-s_2}+...+\frac{A_m}{s-s_m}=\sum_{i=1}^{m}\frac{A_i}{s-s_i}$$

  Dựa vào bảng tra thực hiện biến đổi ngược sẽ thu được kết quả

$$f(t)=A_1e^{s_1t}+A_2e^{s_2t}+...+A_me^{s_mt}$$

  Công thức tính A_i:

$$A_i=\frac{H_1(s_i)}{H_2'(s_i)}$$

  ii. **Trường hợp 2:** *$H_2(s)$* có m nghiệm đơn, trong đó có nghiệm phức
  Xét trường hợp có một cặp nghiệm phức liên hợp s_1 và s_2, là nghiệm của tam thức bậc 2: $as^2+bs+c=0$ với $\Delta<0$. Khi đó

$$s_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{|\Delta|}}{2a}=\alpha\pm j\omega$$

  Áp dụng công thức trường hợp 1 tính A_1, A_2. Vì s_1 và s_2 là liên hợp nên A_1, A_2 cũng là 2 số phức liên hợp.

$$A_1=|A_1|e^{j\varphi_1}$$
$$A_2=|A_1|e^{-j\varphi_1}$$

  Do đó

$$\begin{aligned}f(t)&=A_1e^{s_1t}+A_2e^{s_2t}\\&=|A_1|e^{j\varphi_1}e^{\alpha t}e^{j\omega t}+|A_1|e^{-j\varphi_1}e^{\alpha t}e^{-j\omega t}\\&=|A_1|e^{\alpha t}\left[e^{j(\omega t+\varphi_1)}+e^{-j(\omega t+\varphi_1)}\right]\\&=2|A_1|e^{\alpha t}\cos(\omega t+\varphi_1)\end{aligned}$$

  iii. **Trường hợp 3:** *$H_2(s)$* có nghiệm bội
  Giả sử $H_2(s)$ có 1 nghiệm bội bậc r là s_L, còn lại là k nghiệm đơn phân biệt s_1, s_2, …, s_k (*r+k=m*). Khi đó

$$H_2(s)=(s-s_1)(s-s_2)...(s-s_k)(s-s_L)^r$$

  Phân tích thành tổng các phân thức đơn giản hơn

$$\frac{H_1(s)}{H_2(s)}=\sum_{i=1}^{k}\frac{A_i}{s-s_i}+\sum_{j=0}^{r-1}\frac{A_{Lj}}{(s-s_L)^{r-j}}$$

  Chuyển về miền thời gian thu được

$$f(t)=\sum_{i=0}^{k}A_ie^{s_it}+\sum_{j=0}^{r-1}\frac{A_{Lj}}{(r-j-1)!}e^{s_Lt}t^{r-j-1}$$

Công thức tính A_i, A_{Lj}:

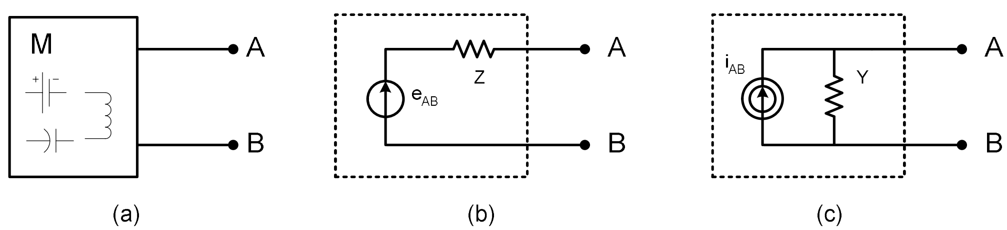
$$A_i = \frac{H_1(s_i)}{H_2'(s_i)}$$

$$A_{Lj} = \frac{1}{j!}\lim_{x\to s_L}\frac{d^j}{ds^j}F(\text{s})(\text{s-s}_\text{L})^r$$

3.4 Định lý Thevenin-Norton về nguồn tương đương

3.4.1 Định lý Thevenin-Norton

- Trong một số trường hợp, nhiệm vụ phân tích mạch không đòi hỏi phải tính tất cả các dòng điện hay điện áp nhánh, mà chỉ yêu cầu tìm dòng điện hay điện áp trên một nhánh hay một phần nào đó của mạch. Khi đó việc áp dụng các phương pháp nêu trên sẽ dẫn đến nhiều kết quả thừa cũng như tốn nhiều thời gian tính toán không cần thiết. Định lý Thevenin-Norton cho phép giải các bài toán như vậy một cách đơn giản hơn bằng cách thay thế một phần mạch bởi một nguồn áp hoặc một nguồn dòng điện tương đương.
- Định lý: "Một phần của mạch có chứa nguồn nối với phần còn lại bởi 2 điểm và giữa 2 phần không có hỗ cảm sẽ tương đương với một nguồn".
- Thông số nguồn tương đương: xét phần mạch M thỏa mãn điều kiện của định lý.



(a): phần mạch ban đầu M
(b): nguồn áp tương đương
(c): nguồn dòng tương đương

- Chuyển sang nguồn áp tương đương:
  - ❖ $E_{AB} = U_{AB}$ khi hở mạch AB.
  - ❖ $Z = Z_{AB}$ khi ngắn mạch tất cả các nguồn áp và hở mạch các nguồn dòng có trong phần mạch M.
- Chuyển sang nguồn dòng tương đương:
  - ❖ $I_{AB} = I_{AB}$ khi ngắn mạch AB.
  - ❖ $Y = Y_{AB}$ khi hở mạch các nguồn áp và ngắn mạch các nguồn dòng có trong phần mạch M.

3.4.2 Áp dụng

- Định lý Thevenin-Norton cho phép biến đổi các đoạn mạch phức tạp có chứa nguồn thành các đoạn mạch đơn giản hơn. Từ đó có thể giảm bớt khối lượng tính toán và tìm các tín hiệu ra một cách đơn giản hơn.

- Điều kiện áp dụng: không cần quan tâm đến tất cả các nhánh của mạch, mà chỉ cần tìm tín hiệu tại một vài vị trí nào đó.

3.5 Phương pháp xếp chồng

- Trong chương 2 đã xem xét một tính chất quan trọng của mạch điện tuyến tính là có thể áp dụng nguyên lý xếp chồng. Nguyên lý này là cơ sở để đề ra một phương pháp rất thuận lợi cho việc tính toán một số mạch cụ thể, đó là phương pháp xếp chồng.
- Nhắc lại nguyên lý xếp chồng: *Trong một mạch có nhiều nguồn tác động thì dòng điện trong một nhánh bằng tổng đại số các dòng điện do từng nguồn độc lập gây ra trong nhánh đó*.
- Phương pháp xếp chồng:
    - Đánh số các nguồn tác động trong mạch.
    - Cho lần lượt mỗi nguồn tác động làm việc riêng rẽ. Các nguồn khác không làm việc theo nguyên tắc: ngắn mạch nguồn điện áp và hở mạch nguồn dòng điện.
    - Tổng cộng các đáp ứng của mạch do tất cả các nguồn làm việc riêng rẽ gây ra.

3.6 Phương pháp mạch đối ngẫu

3.6.1 Tính chất đối ngẫu của mạch điện

- Nhận xét: các phần tử, tín hiệu trong mạch có sự tương tự nhau. Ví dụ:
    - $\left.\begin{matrix} u = Ri \\ i = Gu \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ R đối ngẫu với G
    - $\left.\begin{matrix} Z = \sum Z_i \\ Y = \sum Y_i \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ Z đối ngẫu với Y, song song đối ngẫu nối tiếp
    - $\left.\begin{matrix} i_c = C\dfrac{du_c}{dt} \\ u_L = L\dfrac{di_L}{dt} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ C đối ngẫu với L
    - Vòng đối ngẫu với nút
    - Dòng điện đối ngẫu với điện áp…

  Tính chất này gọi là tính chất đối ngẫu của mạch điện.
- Sử dụng tính chất đối ngẫu cho phép chuyển các kết quả đã phân tích trên một mạch sang cho mạch đối ngẫu của nó mà không cần lặp lại quá trình phân tích.

3.6.2 Nguyên tắc chuyển đổi mạch đối ngẫu

- Chuyển đổi các yếu tố hình học:
    - Nút → vòng, vòng → nút.
    - Ghép nối tiếp → song song, ghép song song → nối tiếp.

- Chuyển đổi các thông số
    - e(t) → i(t), i(t) → e(t). Quy ước dấu:
        - ❖ Điện áp cùng chiều vòng chuyển thành dòng điện đi vào nút và ngược lại.
        - ❖ Dòng điện cùng chiều vòng chuyển thành điện áp đi vào nút và ngược lại.
    - L → C, C → L.
    - R → G, G → G, Z → Y, Y → Z.
-