

算法知识总结

张兴锐

May 16, 2018

Contents

1 暴力法	2
1.1 枚举法: 年龄问题	2
1.2 水仙花数	3
2 递归解法	3
2.1 类型一: 求解最终数量	3
2.1.1 观光台售票问题	3
2.1.2 甲虫出站问题	4
2.2 类型二: 最终结果型	5
2.2.1 求解全排列	5
2.2.2 具有重复字母的排列问题	6
2.2.3 裁剪纸问题	6
3 算法中的数学问题	7
3.1 进制的巧妙使用	7
3.1.1 捐赠问题	7
3.1.2 天平称重问题-改造的 3 进制问题	8
3.2 最小最大公约数	9
3.3 无误差有理数计算	9
3.4 筛选法求解素数	11
3.5 不定方程的求解	12
4 博弈论	13
4.1 暴力解法	13
4.1.1 伪代码如下:	13
4.1.2 取球问题	14
4.1.3 尼姆堆	14
5 随机算法	15
5.1 蒙特卡洛算法	15
5.2 模拟退火	18
5.2.1 伪代码	18
5.2.2 求解 $\sin x$ ($-\pi, \pi$) 之间的最小值	18
6 动态规划	19

7 其他技巧	20
7.1 树	20
7.1.1 二叉树	20
7.1.2 哈弗曼编码树	20
7.1.3 线段树	22
7.1.4 树 dp	24
7.2 正则表达式	26
7.2.1 关键词	26
7.2.2 去叠词	26

1 暴力法

暴力穷-填空题常用。

- 暴力破解中的实用性原则
- 枚举法, 从前往后推。
- 逆向解法, 从后往前推。

1.1 枚举法：年龄问题

美国数学家维纳 (N.Wiener) 智力早熟, 11 岁就上了大学。他曾在 1935 1936 年应邀来中国清华大学讲学。一次, 他参加某个重要会议, 年轻的脸孔引人注目。于是有人询问他的年龄, 他回答说: “我年龄的立方是个 4 位数。我年龄的 4 次方是个 6 位数。这 10 个数字正好包含了从 0 到 9 这 10 个数字, 每个都恰好出现 1 次。” 请你推算一下, 他当时到底有多年轻?

```
package algorithm.violence;

import java.util.HashSet;
import java.util.Set;

/**
 * 美国数学家维纳(N.Wiener)智力早熟, 11 岁就上了大学。 他曾在 1935-1936 年应邀来中
 * 国清华大学讲学。
 * 一次, 他参加某个重要会议, 年轻的脸孔引人注目。 于是 有人询问他的年龄, 他回答说:
 * “我年龄的立方是个 4 位数。我年龄的 4 次方是个 6 位数。
 * 这 10 个数字正好包含了从 0 到 9 这 10 个数字, 每个都恰好出现 1 次。 ” 请你推算一
 * 下, 他当时到底有多年轻
 * @author zxr
 */
public class AgeProblem {
    public static void main(String[] args) {
        for (int i = 11; i <=100; i++) {
            String r1 = Integer.toString((int)Math.pow(i, 3));
            String r2 = Integer.toString((int)Math.pow(i, 4));
            if (r1.length() == 4 && r2.length() == 6) {
                String r = r1 + r2;
                if (check(r)) {
                    System.out.println(i);
                    break;
                }
            }
        }
    }
}
```

```

private static boolean check(String r) {
    // TODO Auto-generated method stub
    Set<Character> sets = new HashSet<Character>();
    for(int i = 0; i < r.length(); i++) {
        sets.add(r.charAt(i));
    }
    if(sets.size() == 10) {
        return true;
    }
    return false;
}
}

```

1.2 水仙花数

这里不给出具体代码，对于这个问题既可以逆向思维也可以正向推。比如求解三位数的水仙花数字：可以从 100-999 进行循环取出各个位数进行比较，也可以嵌套三层循环， $i_1=0-9, i_2=0-9, i_3=0-9$ 。这个三个数字生成的数字的是否满足条件。两种情况时间复杂度也是相同的，都要循环 1000 次。

2 递归解法

递归解法用处广泛，不够总体上分为两种：

1. **最终数量型**，对于这种问题，主要是考虑问题递归的前后联系关系，尽量不要使用到公共结构和全局变量，因为不需要输出最终结果。**思想常常是当前状态下可有几种选择，有几种就 + 上几种进行迭代，当然也需要设计好出口条件**
 - (a) 求解全排列的个数，或者求解组合个数。
2. **最终结果型**，或者在上述情况下无法方便求出的情况下，可以考虑这种方法，常常需要使用到公共数据结构和全局变量，**回溯法特别常用**。
 - (a) 具有边界条件的问题，如裁剪问题
 - (b) 输出全排列，利用交换思想或者利用填数思想。
 - (c) 输出具有重复数字的组合。
 - (d) n 皇后问题，等等。

2.1 类型一：求解最终数量

2.1.1 观光台售票问题

公园票价为 5 角。假设每位游客只持有两种币值的货币：5 角、1 元。再假设持有 5 角的有 m 人，持有 1 元的有 n 人。由于特殊情况，开始的时候，售票员没有零钱可找。我们想知道这 $m+n$ 名游客以什么样的顺序购票则可以顺利完成购票过程。显然， $m < n$ 的时候，无论如何都不能完成； $m \geq n$ 的时候，有些情况也不行。比如，第一个购票的乘客就持有 1 元。请计算出这 $m+n$ 名游客所有可能顺利完成购票的不同情况的组合数目。注意：只关心 5 角和 1 元交替出现的次序的不同排列，持有同样币值的两名游客交换位置并不算做一种新的情况来计数。

```

package algorithm.recursion.course;

/**
 * 找零钱
 *
 * @author zxr
 *
 */
public class ChangeProblem {
    public static void main(String[] args) {
        int n = 1;
        int m = 2;
        System.out.println(f(n, m));
        System.out.println(f(n, m, 0));
    }

    /**
     * 从后往前追溯
     *
     * @param n
     * 持有1元的
     * @param m
     * 持有5角的
     * @return 当前队列有多少种可能的解法
     */
    public static int f(int n, int m) {
        if (m < n) {
            return 0;
        }
        if (n == 0) {
            return 1;
        }
        return f(n - 1, m) + f(n, m - 1);
    }

    public static int f(int n, int m, double sum) {
        if (sum < 0) {
            return 0;
        }
        if (n == 0) {
            return 1;
        }
        if (m == 0) {
            return f(n - 1, 0, sum - 0.5);
        }
        // 当前位置排列1
        int count = f(n - 1, m, sum - 0.5);
        // 当前位置排0
        return count + f(n, m - 1, sum + 0.5);
    }
}

```

2.1.2 甲虫出站问题

```

package algorithm.recursion.course;

public class OutStack {

    public static void main(String[] args) {

```

```

        System.out.println(f(5,0));
    }
    /**
     *
     * @param n 等待进站
     * @param m 已经进站
     * @return
     */
    public static int f(int n,int m) {
        if(n == 0) {
            return 1;
        }
        if(m == 0) {
            return f(n-1,1);
        }
        return f(n-1,m+1) + f(n,m-1);
    }
}

```

2.2 类型二：最终结果型

2.2.1 求解全排列

暴力破解中常用到，所以特别指出

```

package problems;
import java.math.BigDecimal;
import java.text.Bidi;
/**
 * 测试类，写算法过程中，一些不确定的东西可以用来测试
 *
 * @author zxr
 *
 */
/*
 * JAVA中的无穷大和NaN的构造方法
 */
public class Test {
    public static double NaN = 0.0 / 0.0;
    public static double INF = 1.0 / 0.0;
    public static void main(String[] args) {
        String origin = "ABCDE";
        char[] o = origin.toCharArray();
        f(o,0);
        System.out.println(count);
    }

    static int count;
    public static void f(char[] o,int index) {
        if(index == o.length) {
            System.out.println(o);
            count++;
            return;
        }
        for(int i = index;i<o.length;i++) {
            char c = o[i];o[i] = o[index];o[index] = c;
            f(o,index+1);
            c = o[i];o[i] = o[index];o[index] = c;
        }
    }
}

```

```
}
```

2.2.2 具有重复字母的排列问题

给定一个具有重复数字的字符集合，如“AABBCCD”，从中取 4 个数字，有多少种解法。

```
package algorithm.recursion.course;

import java.util.Arrays;

/**
 * "AABBC" 取三个数字，能够取多少种
 * @author zxr
 */
public class TakeNumProblem {
    static int count = 0;
    public static void main(String[] args) {
        int[] data = {2,2,1};
        int[] x = new int[data.length];
        f(data,x,0,3);
        System.out.println(count);
    }
    public static void f(int[] data,int[] x,int index,int target) {
        if(sum(x) == target) {
            count++;
            System.out.println(Arrays.toString(x));
            return;
        }
        if(index == 3) {
            return;
        }
        for(int i = 0;i<=data[index];i++) {
            x[index] = i;
            f(data,x,index+1,target);
        }
    }
    private static int sum(int[] x) {
        // TODO Auto-generated method stub
        int sum = 0;
        for (int i : x) {
            sum+=i;
        }
        return sum;
    }
}
```

2.2.3 裁剪纸问题

```
package problems.zhenti.b2017;

/**
 * 寻找对称图案
 * @author 张兴锐
 */
public class Problem4 {
    public static void main(String[] args) {
        visted[3][3] = true;
    }
}
```

```

        deep(3,3);
        System.out.println(count/4);
    }
    static boolean[][] visted = new boolean[7][7];
    static int count = 0;

    public static void deep(int x,int y){
        if(x == 6 || y == 6 || x == 0 || y == 0){
            count++;
            return;
        }
        int i = 0;
        int saveX = x;
        int saveY = y;
        while(i <= 3){
            if(i == 0){
                //左
                x -= 1;
            }else if(i == 1){
                //右
                x += 1;
            }else if(i == 2){
                //上
                y -= 1;
            }else if(i == 3){
                //下
                y+=1;
            }
            if(!visted[x][y]){
                visted[x][y] = true;
                visted[6-x][6-y] = true;
                deep(x,y);
                //回溯
                visted[x][y] = false;
                visted[6-x][6-y] = false;
            }
            x = saveX;
            y = saveY;
            i++;
        }
    }
}

```

3 算法中的数学问题

3.1 进制的巧妙使用

在题目中有明显的进制迭代关系，可以考虑使用本方法。

3.1.1 捐赠问题

地产大亨 Q 先生临终的遗愿是：拿出 100 万元给 X 社区的居民抽奖，以稍慰藉心中愧疚。麻烦的是，他有个很奇怪的要求：1. 100 万元必须被正好分成若干份（不能剩余）。

- 每份必须是 7 的若干次方元。比如：1 元，7 元，49 元，343 元，...
2. 相同金额的份数不能超过 5 份。

3. 在满足上述要求的情况下，分成的份数越多越好！

请你帮忙计算一下，最多可以分为多少份？

对于本题，1, 7, 49, 343 是明显的 7 的次方，可以采用 7 进制进行求解。

```
package algorithm.math;

/**
 * 地产大亨Q先生临终的遗愿是：拿出100万元给X社区的居民抽奖，以稍慰藉心中愧疚。麻烦的是，他有个很奇怪的要求：
 * 1. 100万元必须被正好分成若干份（不能剩余）。每份必须是7的若干次方元。比如：1元，7元，49元，343元，...
 * 2. 相同金额的份数不能超过5份。
 * 3. 在满足上述要求的情况下，分成的份数越多越好！
 * 请你帮忙计算一下，最多可以分为多少份？
 * 采用进行转换，巧妙解法
 * @author zxr
 */
public class FenQian {

    public static void main(String[] args) {
        // TODO Auto-generated method stub
        String s = Integer.toString(1000*1000, 7);
        System.out.println(s);
        int sum = 0;
        for(int i = 0; i < s.length(); i++) {
            sum += s.charAt(i) - '0';
        }
        System.out.println(sum);
    }
}
```

3.1.2 天平称重问题-改造的 3 进制问题

用天平称重时，我们希望用尽可能少的砝码组合称出尽可能多的重量。如果只有 5 个砝码，重量分别是 1, 3, 9, 27, 81 则它们可以组合称出 1 到 121 之间任意整数重量（砝码允许放在左右两个盘中）。本题目要求编程实现：对用户给定的重量，给出砝码组合方案。例如：

用户输入：

5

程序输出：

9-3-1

用户输入：

19

程序输出：

27-9+1

要求程序输出的组合总是大数在前小数在后。

可以假设用户的输入的数字符合范围 1 121。

```
package algorithm.math;

public class TianPingProblem {
```



```

public static void main(String[] args) {
    // TODO Auto-generated method stub
    for(int i =1;i<100;i++) {
        System.out.println(i+" "+f(i));
    }

}

public static String f(int value) {
    String ans = "";
    int sh = value / 3;
    int k = 0;
    while (value != 0) {
        if (value % 3 == 2) {
            sh++;
            ans = "-" + ((int)Math.pow(3, k)) + ans;
        } else if (value % 3 == 1) {
            ans = "+" + ((int)Math.pow(3, k)) + ans;
        } else if (value % 3 == 0) {
            // ans = ans;
        }
        value = sh;
        sh = value / 3;
        k++;
    }

    return ans.substring(1);
}
}

```

3.2 最小最大公约数

最大公约数欧几里得定理：辗转相处法。 $gcd(a, b) = gcd(b, a \% b)$ $b = 0$ 最小公倍数 $a * b / gcd(a, b)$

3.3 无误差有理数计算

如果求 $1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + \dots + 1/100 = ?$ 要求绝对精确，不能有误差。

```

package algorithm.math;
import java.math.BigInteger;
import java.util.ArrayList;
import java.util.List;
/**
 * 精度问题
 *
 * @author zxr
 *
 */
public class FuDianJingDu {

    /**
     * @param args
     */
    public static void main(String[] args) {
        // TODO Auto-generated method stub
        Ra sum = new Ra(BigInteger.ZERO);
        for(int i = 2;i<=100;i++) {

```

```

        sum=sum.add(new Ra(BigInteger.ONE,new BigInteger(i+"")));
    }
    System.out.println(sum);
}

static class Ra {
    BigInteger[] num = { BigInteger.ZERO, BigInteger.ONE };

    /**
     * 构造函数
     */
    public Ra() {
    }

    public Ra(BigInteger numerator, BigInteger denominator) {
        BigInteger c = gcd(numerator, denominator);
        num[0] = numerator.divide(c);
        num[1] = denominator.divide(c);
    }

    public Ra(BigInteger numerator) {
        this(numerator, BigInteger.ONE);
    }

    /**
     * 求解最大公约数
     *
     * @param a
     * @param b
     * @return
     */
    public BigInteger gcd(BigInteger a, BigInteger b) {
        if (b.equals(BigInteger.ZERO)) {
            return a;
        }
        return gcd(b, a.remainder(b));
    }

    /**
     * 四则运算
     */
    public Ra add(Ra b) {
        BigInteger numerator = this.num[0].multiply(b.num[1]).add(
            this.num[1].multiply(b.num[0]));
        BigInteger denominator = this.num[1].multiply(b.num[1]);
        return new Ra(numerator, denominator);
    }

    public Ra subtract(Ra b) {
        return add(negate(b));
    }

    public Ra multiply(Ra b) {
        return new Ra(this.num[0].multiply(b.num[0]),
            this.num[1].multiply(b.num[1]));
    }

    public Ra divide(Ra b) throws Exception {
        if (b.equals(BigInteger.ZERO)) {
            throw new Exception("分母为0");
        }
    }
}

```

```

    }
    return new Ra(this.num[0].multiply(b.num[1]),
        this.num[1].multiply(b.num[0]));
}

/**
 * 其他运算
 */
public Ra negate(Ra b) {
    b.num[0] = b.num[0].negate();
    return b;
}

public boolean equals(Ra b) {
    if (this.subtract(b).num[0].equals(BigInteger.ZERO)) {
        return true;
    }
    return false;
}

public String toString() {
    String str = "";
    if (this.num[1].equals(BigInteger.ONE)) {
        str = num[0] + "";
    } else {
        str = num[0] + "/" + num[1];
    }
    return str;
}
}
}

```

3.4 筛选法求解素数

第 1 个素数是 2，第 2 个素数是 3，... 求第 100002（十万零二）个素数

其基本思路是数字排成串，从首位向后面扫描，将所有能够约束的给删除。
另外 *java* 中 *linklist* 的 *add* 操作更快，*arraylist* 的 *get* 操作更快

```

package problems.base.pratice;

import java.util.Iterator;
import java.util.LinkedList;
import java.util.List;

/**
 * 寻找素数，筛选法
 * @author zxr
 */
public class SuShuFind {
    public static void main(String[] args) {
        List<Integer> origin = new LinkedList<>();
        for(int i = 2; i <= 1000 * 1000; i++) {
            origin.add(i);
        }
        int target = 10002;
        int k = 0; // 筛选指针
        while(k != target - 1) {
            Iterator<Integer> iter = origin.iterator();
            int base = origin.get(k);

```

```

        iter.next();
        while(iter.hasNext()) {
            if(iter.next() % base == 0) {
                iter.remove();
            }
        }
        k++;
    }
    System.out.println(origin.get(k));
}
}

```

3.5 不定方程的求解

方法一：暴力求解

通过暴力求解，答题上有几个变量就会有几层循环，但是通常可以通过一定的变形将问题的循环层数减少，例如求解

$$ax + by = c$$

可以通过两层循环进行试探，也可以变形为

$$x = (c - by)/a$$

循环变为一层，即循环 y ，当上式子右边能够整除 a 时，得到结果。

方法二：拓展欧几里得

拓展欧几里得定理：

$$\begin{aligned}
 ax_1 + by_1 &= \gcd(a, b) \\
 bx_2 + (a \% b)y - 2 &= \gcd(b, a \% b) \\
 \text{结束条件, } a \% b &= 0
 \end{aligned}$$

所以可以设计递归进行求解。

```

package algorithm.math;

/**
 * 扩展欧几里得
 * @author zxr
 * 97x+127y=1
 */
public class ExpandOJLiDe {
    public static void main(String[] args) {
        int[] xy = new int[2];
        int a = 30;
        int b = 40;
        e_gcd(a, b, xy);
    }
    static int gcd(int a, int b) {
        if(b == 0) {
            return a;
        }
        return gcd(b, a % b);
    }
}
/**
 * @param a

```

```

    * @param b
    * @param xy
    * @return
    */
    static int e_gcd(int a,int b,int[] xy) {
        if(b == 0) {
            xy[0] = 1;
            xy[1] = 0;
            return a;
        }
        int res = e_gcd(b,a%b,xy);
        int t = xy[0];
        xy[0] = xy[1];
        xy[1] = t - a/b*xy[1];
        return res;
    }
}

```

4 博弈论

博弈论，常有两种解法：

1. 固定套路，采用暴力解
2. 尼姆堆定理

4.1 暴力解法

4.1.1 伪代码如下：

```

/**
 *暴力破解-博弈问题的伪代码--只有胜负两种情况
 */
f(局面x) --> 赢or输
边界条件
for(所有可能的走法)
    x --> y
    t = f(y)
    if(t == 输) return 赢; 对方输，我方赢
    //回溯，恢复局面
//所有局面都完成，我方均无法赢，则：
return 输;

/**
 * 暴力破解-博弈问题的伪代码--有胜负平三种情况
 */
f(局面x) --> 0 1 2 胜负平
tag = 负
for(所有局面){
    试走 --> 局面y
    结果t = f(y)
    if(t == 负) return 赢;
    if(t == 平) tag = 平;
    //回溯
}
return tag;

```

4.1.2 取球问题

今盒里有 n 个小球，A、B 两人轮流从盒中取球。每个人都可以看到另一个人取了多少个，也可以看到盒中还剩下多少个。两人都很聪明，不会做出错误的判断。

每个人从盒子中取出的球的数目必须是：1，3，7 或者 8 个。轮到某一方取球时不能弃权！A 先取球，然后双方交替取球，直到取完。

被迫拿到最后一个球的一方为负方（输方）

编程确定出在双方都不判断失误的情况下，对于特定的初始球数，A 是否能赢？

```
package algorithm.boyi;

/**
 * 博弈论的暴力枚举
 * 今盒里有n个小球，A、B两人轮流从盒中取球。 每个人都可以看到另一个人取了多少个，也可以看到盒中还剩下多少个。
 * 两人都很聪明，不会做出错误的判断。
 * 每个人从盒子中取出的球的数目必须是：1，3，7或者8个。 轮到某一方取球时不能弃权！ A 先取球，然后双方交替取球，直到取完。
 * 被迫拿到最后一个球的一方为负方（输方）
 * 编程确定出在双方都不判断失误的情况下，对于特定的初始球数，A是否能赢？
 *
 * @author zxr
 */
public class TakeBall {
    static int[] type = { 1, 3, 7, 8 };

    public static void main(String[] args) {
        for (int i = 1; i <= 50; i++) {
            System.out.println(f(i));
        }
    }

    public static boolean f(int n) {
        if (n == 0) {
            return true;
        }
        for (int i = 0; i < type.length; i++) {
            if (n >= type[i]) {
                boolean y = f(n - type[i]);
                if (!y) {
                    return true;
                }
            }
        }
        return false;
    }
}
```

4.1.3 尼姆堆

有 3 堆硬币，分别是 3,4,5

二人轮流取硬币。

每人每次只能从某一堆上取任意数量。

不能弃权。

取到最后一枚硬币的为赢家。

求先取硬币一方有无必胜的招法。

尼姆定理：将所有堆的数量进行异或操作，如果得到的结果非全零（非平衡状态）则先手赢，得到的是全零则先手输
所有无偏的二人游戏都可以用尼姆定理进行求解，关键在于如何将问题转化为尼姆堆

```
package algorithm.math;
/**
 * 有3堆硬币，分别是3,4,5
 * 二人轮流取硬币。
 * 每人每次只能从某一堆上取任意数量。
 * 不能弃权。
 * 取到最后一枚硬币的为赢家。
 *
 * 求先取硬币一方有无必胜的招法。
 * @author zxr
 * 运用了模 2 加的方法,如果所有堆数量的模 2 加后等于 0，则当前人必输，否则可以赢。
 */
public class NiMuDui {

    public static void main(String[] args) {
        // TODO Auto-generated method stub
        int[] d = { 3,4,5 };
        f(d);
    }

    static void f(int[] a) {
        int sum = 0;
        for (int i : a) {
            sum ^= i;
        }
        if (sum == 0) {
            System.out.println("输");
            return;
        }
        for (int i : a) {
            int x = sum ^ i;
            if (x < i) {
                System.out.println(i + "-->" + x);
            }
        }
    }
}
```

5 随机算法

如果题目要求的是一种可行解，这种方法非常适合，较优解这种方式也可用。推荐使用蒙特卡洛和模拟退火，稍微好实现一些。

5.1 蒙特卡洛算法

题目：给定 4 个数，看它是否能通过 + - * / 四种运算符得到 24 点。
这个题有两个值得学习的地方：

1. 逆波兰表达式计算

2. 抛异常跳出大循环，原来一直在想 `exit()` 函数的问题，可以用这种方式来实现。
3. 使用 `try-catch-finally` 语句，即使在 `try` 或者 `catch` 语句中执行了 `return`，`finally` 语句也会被执行。

```
package algorithm.random;

import java.util.Arrays;
import java.util.EmptyStackException;
import java.util.Random;
import java.util.Stack;

/**
 * 24点计算,给定4个数字求解是否有可能经过四则运算得到24点
 *
 * @author zxr
 *
 */
public class CalCu24 {
    public static void main(String[] args) {
        int[] origin = new int[] {3,4,5,6};
        f(origin);
    }

    /**
     * 试着计算
     */
    static Random r = new Random();

    public static void f(int[] origin) {
        int[] buff = new int[7];
        for (int i = 0; i < 4; i++) {
            buff[i] = origin[i];
        }
        int N1 = 10000 * 1000; // 实验次数
        int N2 = 5; // 每种运算符号使用多少次
        for (int i = 0; i < N1; i++) {
            randomSwap(buff);
            generateOpr(buff);
            for (int j = 0; j < N2; j++) {
                swapOpr(buff);
                // 计算开始
                try {
                    calculate(buff);
                } catch (EmptyStackException e) {
                    continue;
                } catch (Exception e) {
                    return;
                }
            }
        }
        System.out.println("don't find an answer");
    }

    private static void calculate(int[] buff) throws EmptyStackException,
        Exception {
        Stack<Integer> s = new Stack<Integer>();
        for (int i = 0; i < 4; i++) {
            s.push(buff[i]);
        }
    }
}
```



```

for (int i = 4; i < 7; i++) {
    switch ((int) buff[i]) {
        case 0:
            // +
            s.push(s.pop() + s.pop());
            break;
        case 1:
            // -
            s.push(s.pop() - s.pop());
            break;
        case 2:
            // *
            s.push(s.pop() * s.pop());
            break;
        case 3:
            // /
            int m1 = s.pop();
            int m2 = s.pop();
            if (m2 == 0 || m1 % m2 != 0) {
                return;
            }
            s.push(s.pop() / s.pop());
            break;
        default:
            break;
    }
}
if (s.pop() == 24) {
    show(buff);
    throw new Exception("find_a_answer");
}
}

private static void show(int[] buff) {
    Stack<String> s = new Stack<>();
    for (int i = 0; i < 4; i++) {
        s.push(buff[i]+"");
    }

    for (int i = 4; i < 7; i++) {
        switch ((int) buff[i]) {
            case 0:
                // +
                s.push("(" + s.pop() + "+" + s.pop() + ")");
                break;
            case 1:
                // -
                s.push("(" + s.pop() + "-" + s.pop() + ")");
                break;
            case 2:
                // *
                s.push("(" + s.pop() + "*" + s.pop() + ")");
                break;
            case 3:
                // /
                s.push("(" + s.pop() + "/" + s.pop() + ")");
                break;
            default:
                break;
        }
    }
}
System.out.println(s.pop());

```

```

    }

    private static void generateOpr(int[] buff) {
        for (int i = 4; i < 7; i++) {
            buff[i] = r.nextInt(4);
        }
    }

    public static void randomSwap(int[] array) {
        int i1 = r.nextInt(4);
        int i2 = r.nextInt(4);
        int temp = array[i1];
        array[i1] = array[i2];
        array[i2] = temp;
    }

    public static void swapOpr(int[] array) {
        int i1 = r.nextInt(3) + 4;
        int i2 = r.nextInt(3) + 4;
        int temp = array[i1];
        array[i1] = array[i2];
        array[i2] = temp;
    }
}

```

5.2 模拟退火

5.2.1 伪代码

```

/*
 * J(y): 在状态y时的评价函数值
 * Y(i): 表示当前状态
 * Y(i+1): 表示新的状态
 * r: 用于控制降温的快慢
 * T: 系统的温度, 系统初始应该要处于一个高温的状态
 * T_min : 温度的下限, 若温度T达到T_min, 则停止搜索
 */
while( T > T_min )
{
    dE = J( Y(i+1) ) - J( Y(i) ) ;

    if ( dE >= 0 ) //表达移动后得到更优解, 则总是接受移动
        Y(i+1) = Y(i) ; //接受从Y(i)到Y(i+1)的移动
    else
    {
        // 函数exp( dE/T )的取值范围是(0,1) , dE/T越大, 则exp( dE/T )也
        if ( exp( -dE/T ) > random( 0 , 1 ) )
            Y(i+1) = Y(i) ; //接受从Y(i)到Y(i+1)的移动
    }
    T = r * T ; //降温退火 , 0<r<1 。r越大, 降温越慢; r越小, 降温越快
}
/*
 * 若r过大, 则搜索到全局最优解的可能会较高, 但搜索的过程也就较长。若r过小, 则搜索的
 * 过程会很快, 但最终可能会达到一个局部最优值
 */
i ++ ;
}

```

5.2.2 求解 $\sin x$ $(-\pi, \pi)$ 之间的最小值

```

package algorithm;

/**
 * 模拟退火
 *
 * @author zxr
 *
 */
public class SA {
    static double pi = Math.PI;

    public static void main(String[] args) {
        // TODO Auto-generated method stub
        // 初始参数
        double T0 = 100;
        double t = T0;
        double Te = 3;
        double a = 0.99;
        double x0 = rand();
        double Ecurrent = target(x0);
        double Ebest = Ecurrent;
        int markvon = 100;
        while (t > Te) {
            for (int i = 0; i < markvon; i++) {
                x0 = rand();
                double Enew = target(x0);
                if (Enew < Ecurrent) {
                    Ecurrent = Enew;
                } else if (Math.exp(-(Enew-Ecurrent)/t) > Math.random()){
                    Ecurrent = Enew;
                }
                if(Ecurrent < Ebest) {
                    Ebest = Ecurrent;
                }
            }
            t *= a;
        }
        System.out.println(Ebest);
    }

    static double rand() {
        return -pi + (Math.random()) * (2 * pi);
    }

    static double target(double x) {
        return Math.sin(x);
    }
}

```

6 动态规划

垒骰子

赌圣 atm 晚年迷恋上了垒骰子，就是把骰子一个垒在另一个上边，不能歪歪扭扭，要垒成方柱体。经过长期观察，atm 发现了稳定骰子的奥秘：有些数字的面贴着会互相排斥！我们先来规范一下骰子：1 的对面是 4，2 的对面是 5，3 的对面是 6。假设有 m 组互斥现象，每组中的那两个数字的面紧贴在一起，骰子就不能稳定的垒起来。atm 想计算一下有多少种不同的可能的垒骰子方式。

两种垒骰子方式相同，当且仅当这两种方式中对应高度的骰子的对应数字的朝向都相同。由于方案数可能过多，请输出模 $10^9 + 7$ 的结果。

不要小看了 atm 的骰子数量哦~

「输入格式」第一行两个整数 $n\ m\ n$ 表示骰子数目接下来 m 行，每行两个整数 $a\ b$ ，表示 a 和 b 不能紧贴在一起。

「输出格式」一行一个数，表示答案模 $10^9 + 7$ 的结果。

「样例输入」2 1 1 2

「样例输出」544

本题注意两点：

- 数据量大，暴力解肯定超过范围，所以使用 DP。
- 大规模余数，将余数因子写成变量，且在用科学表达式时要先进行强制转换并赋值给变量。不要直接使用。

```
package 国赛恢复训练.省赛2015;
import java.util.ArrayList;
import java.util.HashMap;
import java.util.List;
import java.util.Map;
import java.util.Scanner;
public class DP1 {

    /**
     * 暴力破解显然不够，选择DP求解 状态D(i,j) 表示第i层地面为j时可选择的方案数
     *
     * @author 张兴锐
     *
     */
    static long count = 0;
    static int[] duimian = { 0, 4, 5, 6, 1, 2, 3 };
    static Map<Integer, List<Integer>> paichi = new HashMap<Integer, List<Integer>>();
    static int n;
    static int[][] D;
    static int rem = (int) (1E9 + 7); // java科学计数法生成的是double。求余操作把余数写出来

    public static void main(String[] args) {
        // 初始化
        Scanner input = new Scanner(System.in);
        n = input.nextInt();
        int m = input.nextInt();
        D = new int[n + 1][7]; // 免得换算，空间一般都是够的。
        for (int i = 0; i < m; i++) {
            int m1 = input.nextInt();
            int m2 = input.nextInt();
            if (paichi.containsKey(m1)) {
                paichi.get(m1).add(m2);
            } else {
                List<Integer> list = new ArrayList<Integer>();
                list.add(m2);
                paichi.put(m1, list);
            }
            if (paichi.containsKey(m2)) {
                paichi.get(m2).add(m1);
            } else {
                List<Integer> list = new ArrayList<Integer>();
                list.add(m1);
            }
        }
    }
}
```

```

        paichi.put(m2, list);
    }
}
input.close();
// DP
// 初始化
for (int i = 1; i <= 6; i++) {
    D[1][i] = 1;
}
for (int i = 2; i <= n; i++) {
    for (int j = 1; j <= 6; j++) {
        List<Integer> list = init();
        // 得到禁忌表
        List<Integer> forbid = paichi.get(j);
        int sum = 0;
        if (forbid == null) {
            for (int k = 1; k <= 6; k++) {
                sum = add(sum, D[i - 1][k]);
            }
        } else {
            list.removeAll(forbid);
            for (Integer v : list) {
                sum = add(sum, D[i - 1][duimian[v]]);
            }
        }
        D[i][j] = sum;
    }
}
int sum = 0;
for (int i = 1; i <= 6; i++) {
    sum = add(sum, D[n][i]);
}
System.out.println((sum * Math.pow(4, n) % (rem)));
}

public static List<Integer> init() {
    List<Integer> list = new ArrayList<Integer>();
    list.add(1);
    list.add(2);
    list.add(3);
    list.add(4);
    list.add(5);
    list.add(6);
    return list;
}

public static int add(int base, int added) {
    return (base % rem + added % rem) % rem;
}
}

```

7 其他技巧

7.1 树

7.1.1 二叉树

1. 二叉排序树：通过二分进行建树，中序遍历即可
2. 哈弗曼编码树：最小无重复前缀编码方式

3. 区间树:

4. 线段树: 经常对某个区间的某个值进行修改, 对某个区间进行查询。

7.1.2 哈弗曼编码树

```
package algorithm;

import java.util.ArrayList;
import java.util.Arrays;
import java.util.List;

/**
 * 哈弗曼算法 可用于哈弗曼编码
 *
 * @author zxr
 */
public class HaffuManTree {

    /**
     * 声明系统可用字母
     */

    private static Node[] nodes = { // 因为最开始各自成为一颗树, 所以父亲节点, 左右
        孩子都为null
        new Node("A", 100, null, null, null),
        new Node("B", 30, null, null, null),
        new Node("C", 40, null, null, null),
        new Node("D", 20, null, null, null),
        new Node("E", 5, null, null, null)
    };

    private static final String NOT = "中间";

    public static void main(String[] args) {
        // 先排序
        Arrays.sort(nodes);
        // 装入集合, 方便清除和插入
        List<Node> list = new ArrayList<>();
        for (Node node : nodes) {
            list.add(node); // 这个地方存的是node的引用, 方便后续遍历树
        }
        while (list.size() != 1) {
            Node m1 = list.get(0);
            Node m2 = list.get(1);
            list.remove(0);
            list.remove(0);
            Node m = new Node(NOT, m1.weight + m2.weight, null, m1, m2);
            m1.parent = m;
            m2.parent = m;
            insert(list, m);
        }
        // outPut-首先要找到root, 随便找一个节点一直向上回溯即可
        Node root = nodes[0];
        while (root.parent != null) {
            root = root.parent;
        }
        // 树的遍历, 这里就用前序遍历了
        System.out.println("遍历:");
        preOrder(root);
        // 现在考虑编码, 规定左子树为0, 右子树为1
        System.out.println("编码:");
    }
}
```

```

        code(root);
    }

    private static String code = "";
    private static void code(Node node) {
        if (node == null) {
            return;
        }
        if (!node.key.equals(NOT)) {
            node.outPutCode(code);
        }
        code += "0";
        code(node.left);
        code = code.substring(0, code.length() - 1); // 感觉这样写的效率太低, 希望能够改进
        code += "1";
        code(node.right);
        code = code.substring(0, code.length() - 1);
    }

    private static void preOrder(Node node) {
        if (node == null) {
            return;
        }
        // 否则
        System.out.println(node);
        preOrder(node.left);
        preOrder(node.right);
    }

    private static void insert(List<Node> list, Node node) {
        for (int i = 0; i < list.size(); i++) {
            if (node.weight < list.get(i).weight) {
                list.add(i, node);
                return;
            }
        }
        // 循环正常退出, 说明还未插入, 直接插入就行
        list.add(node);
    }

    private static class Node implements Comparable<Node> { // 实现comparable接口, 方便排序
        String key;
        int weight;
        Node parent;
        Node left;
        Node right;

        public Node(String key, int weight, Node parent, Node left, Node right) {
            super();
            this.key = key;
            this.weight = weight;
            this.parent = parent;
            this.left = left;
            this.right = right;
        }

        @Override
        public int compareTo(Node o) {
            return this.weight - o.weight;
        }
    }

```

```

// 自定义toString
@Override
public String toString() {
    return "Node[key=" + key + ",weight=" + weight + "]";
}

public void outPutCode(String code) {
    System.out.println("Node[key=" + key + ",weight=" + weight + ",code="
        + code + "]");
}
}
}

```

7.1.3 线段树

基本操作：

- 修改区间值
- 查询区间特征值（视情况而定）

注意事项：树的申请空间为原数据的 4 倍

```

package algorithm.boyilun;
/**
 * 线段树
 * @author 张兴锐
 *
 */
public class SegmentTree {
    static int[] a = new int[]{-1,1,4,1,5,13,2,51,4};
    static Tree[] tree = new Tree[4*(a.length-1)];//0位不使用
    public static void main(String[] args) {
        build(1,1,a.length-1);
        System.out.println(query_sum(1,4,a.length-1));
        System.out.println(query_max(1,4,a.length-1));
    }
    public static void build(int c,int l,int r){
        tree[c] = new Tree();
        tree[c].begin = l;
        tree[c].end = r;
        if(l == r){
            tree[c].sum = a[l];
            tree[c].max = a[l];
            return;
        }
        int mid = (tree[c].begin + tree[c].end)/2;
        build(c<<1,l,mid);
        build(c<<1|1,mid+1,r);
        //刷新
        push_up(c);
    }
    public static void push_up(int c){
        tree[c].sum = tree[c<<1].sum + tree[c<<1|1].sum;
        tree[c].max = Math.max(tree[c<<1].max, tree[c<<1|1].max);
    }
    public static void update(int c,int x,int val){
        if(tree[c].begin == tree[c].end){
            tree[c].sum = val;

```



```

        tree[c].max = val;
        return;
    }
    //否则
    int mid = (tree[c].begin+tree[c].end)/2;
    if(x <= mid){
        update(c<<1,x,val);
    }else if(x > mid){
        update(c<<1|1,x,val);
    }
    push_up(c);
}
public static int query_sum(int c,int l,int r){
    if(tree[c].begin == l && tree[c].end == r){
        return tree[c].sum;
    }
    int mid = (tree[c].begin+tree[c].end)/2;
    if(l > mid){
        return query_sum(c<<1|1,l,r);
    }
    if(r<= mid){
        return query_sum(c<<1,l,r);
    }
    return query_sum(c<<1,l,mid)+query_sum(c<<1|1,mid+1,r);
}
public static int query_max(int c,int l,int r){
    if(tree[c].begin == l && tree[c].end == r){
        return tree[c].max;
    }
    int mid = (tree[c].begin + tree[c].end)/2;
    if( l > mid){
        return query_max(c<<1|1,l,r);
    }
    if( r <= mid){
        return query_max(c<<1,l,r);
    }
    return Math.max(query_max(c<<1,l,mid), query_max(c<<1|1,mid+1,r));
}
static class Tree{
    int begin;
    int end;
    int sum;
    int max;
}
}

```

7.1.4 树 dp

没有上司的舞会。可以学到:

1. 如何建树。
2. 树 dp。从下往上更新。

```

package problems;

import java.util.ArrayList;
import java.util.HashSet;
import java.util.List;
import java.util.Scanner;

```

```

import java.util.Set;

/**
 *
 * @author zxr
 *
 */
public class NoShangSi {

    public static void main(String[] args) {
        // TODO Auto-generated method stub
        Scanner input = new Scanner(System.in);
        int num = input.nextInt();
        int[][] a = new int[num][3]; // 第1列为父亲, 第2列为儿子, 第3列为儿子节点的权
        至
        for (int i = 0; i < num; i++) {
            a[i][0] = input.nextInt();
            a[i][1] = input.nextInt();
            a[i][2] = input.nextInt();
        }
        int root_val = input.nextInt();
        input.close();
        // 建树
        build(a);
        // 尝试遍历
        Node root = findRoot();
        root.value = root_val;
        visted(root);
        int[][] d = new int[count + 1][2];
        dfs(d, root);
        System.out.println(Math.max(d[root.index][0], d[root.index][1]));
    }

    static void dfs(int[][] d, Node node) {
        int index = node.index;
        d[index][0] = 0;
        d[index][1] = node.value;
        for (Node son : node.sons) {
            dfs(d, son);
            d[index][0] += Math.max(d[son.index][0], d[son.index][1]);
            d[index][1] = d[son.index][0] + node.value;
            // d[index][1] > d[son.index][0] + node.value ? d[index][1] :
        }
    }

    static int count;

    static void visted(Node node) {
        if (node == null) {
            return;
        }
        count++;
        System.out.println(node.index + "-->" + node.value);
        for (Node son : node.sons) {
            visted(son);
        }
    }

    static Set<Integer> check_con = new HashSet<>(); // 检查是否已经添加过节点
    static List<Node> list = new ArrayList<>();

    static Node findNode(int index) {

```

```

        for (Node node : list) {
            if (node.index == index) {
                return node;
            }
        }
        return null;
    }

    static Node findRoot() {
        Node current = list.get(0);
        while (current.parent != null) {
            current = current.parent;
        }
        return current;
    }

    static void build(int[] [] input) {
        for (int[] is : input) {
            int father = is[0];
            int son = is[1];
            int value = is[2];
            Node f;
            if (!check_con.contains(father)) {
                check_con.add(father);
                f = new Node(father);
                list.add(f);
            } else {
                f = findNode(father);
            }
            check_con.add(son);
            Node s = new Node(son); // 儿子只能有一个父亲节点
            list.add(s);
            s.parent = f;
            s.value = value;
            f.sons.add(s);
        }
    }

    static class Node {
        int index;
        int value;
        List<Node> sons = new ArrayList<>();
        Node parent;

        public Node(int index) {
            super();
            this.index = index;
        }
    }
}

```

7.2 正则表达式

7.2.1 关键词

符号	含义
<code>\b</code>	匹配一个字的边界
<code>\B</code>	非字符边界
<code>\d</code>	数字
<code>\D</code>	非数字
<code>\s</code>	空白字符
<code>\S</code>	非空白字符
<code>\w</code>	单词字符
<code>\W</code>	非单词字符

7.2.2 去叠词

```
public class Test {  
    public static void main(String[] args) {  
        String test = "22223131413718623872193132121111";  
        System.out.println(test.replaceAll("(.)\\1{2,}", "$1"));  
        System.out.println(test.replaceAll("(.)\\1+", "$1"));  
    }  
}
```