

Contents

1	通信网中的流量优化	2
1.1	一般性问题	2
1.1.1	可行流及其优化问题	2
1.2	最大流问题	2
1.2.1	M 算法	2
1.2.2	最佳流问题	3

Chapter 1

通信网中的流量优化

1.1 一般性问题

1.1.1 可行流及其优化问题

1.1.1.1 可行流

流量的两个特性

- 非负性和有限性
- 连续性

满足前述限制条件的流称为可行流

1.1.1.2 问题

- 最大流问题
- 最佳流或最小费用流问题

1.2 最大流问题

源宿端达到最大流量的充分必要条件, 从 v_s 到 v_t 的每一条边上至少有一个饱和的前向边或一个零流的反向边

1.2.1 M 算法

采用 DFS 和 BFS 均可做。

M0: 初始。令 $f_{ij}=0$, 对所有 i, j 。
M1: 标源端为 $(+, s, \infty)$, 作为已标未查端
M2: 查已标未查端 v_i , 即标 v_i 的所有邻端 v_j 。

若 v_t 已标, 则沿可增流路增流 ϵ_t 。返回 M1。若各端都已查, 而 v_t 未标, 则算法终止。

示例

(1) $f_{ij} = 0$, 标 $v_s(+, s, \infty)$

查 v_s : 标 $v_1(+, s, 4)$

标 $v_2(+, s, 3)$

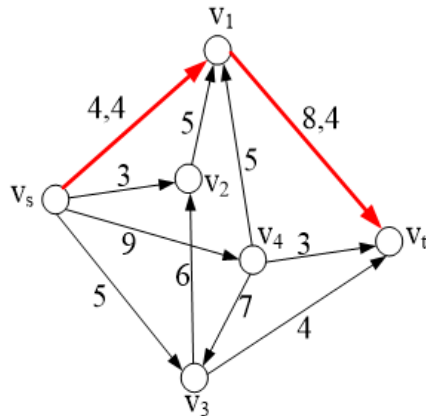
标 $v_3(+, s, 5)$

标 $v_4(+, s, 9)$

v_s 已查

查 v_1 : 标 $v_t(+, 1, 4)$

增流: $f_{s1} = 4, f_{1t} = 4$



• 若 $e_{ij} \in E$, $c_{ij} > f_{ij}$, 则标 $(+, i, \epsilon_j)$, $\epsilon_j = \min(c_{ij} - f_{ij}, \epsilon_i)$

• 若 $e_{ji} \in E$, $f_{ji} > 0$, 则标 $(-, i, \epsilon_j)$, 其中 $\epsilon_j = \min(f_{ji}, \epsilon_i)$

Figure 1.1:

1.2.1.1 M 算法的几点推广

- 端容量问题
- 多源多宿情况
- 求结合度 (最小割边集的边数)

1.2.2 最佳流问题

如果每条边 e_{ij} 各赋予各自的费用系数 a_{ij} , 那么当总流量 F_{st} 相同时, 各种可行流的费用可以不同; 因此, 有时需寻找满足流量要求的最小费用的可行流, 例如传送某一信息流时寻找最小费用的路由, 以达到最佳的流量分配。

每条边具有费用系数, 当总流量固定时总会有费用最小的路由

1.2.2.1 N 算法

负价环: 补图上若存在一个有向环, 环上各边的费用 a_{ij} 之和是负数, 则称此环为负价环。

如何补图? 元祖结构

正向: 剩容量, a_{ij}

反向: 流量, $-a_{ij}$

步骤:

1. 随便找个满足总流量的流量图
2. 按照补图元祖进行补图
3. 在补图上寻找负价环, 增流值为 $\min\{c_{ij}\}$, 但是注意增流方向, 将这个值增到可行流图上。
4. 重复前两步, 直到找不到负价环

示例

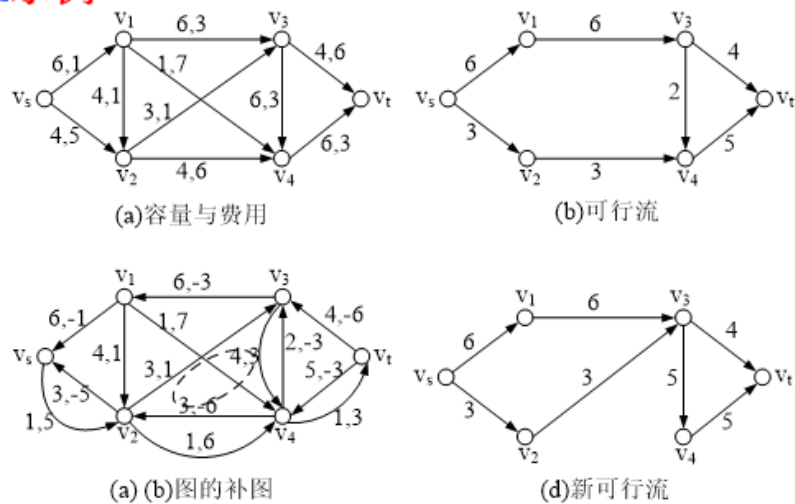


Figure 1.2:

图的容量和费用图是不会发生改变的，改变的是可赠流。

1.3 线性规划

求解线性规划问题就是系统地搜索超平面多面体的顶点，以达到 f 最大。这种方法通常称为单纯形法。