Day4 solution

A

题目大意：

给定长度为 n 的正整数数列 $\{a_n\}$，每次可执行以下两个操作之一：

- 将某个数翻倍，即对于某个 i，令 $a_i = 2a_i$；
- 将所有数减一，即对于所有 i，令 $a_i = a_i - 1$。

求使数列全部变为零所需要的最少操作次数。

数据规模：$1 \leqslant T \leqslant 10^5$，$1 \leqslant n \leqslant 10^9$。

解法：贪心

注意到本题有以下两个性质。

- 第二个操作次数至少为 $\max\{a_i\}$。
- 所有数必须同时减到零。

易知进行减一后再加倍不会优于先加倍再减一，所以思路就是找到序列最大值，在没进行任何一次“减一”操作时，每个数不断翻倍，尽可能向最大值靠近。

通过翻倍恰好等于最大值的数自然不用再处理；如果无法恰好等于最大值，那么它一定会在若干次减一后恰好等于最大值的一半，此时再翻倍即可。

时间复杂度 $O(n\log a)$

注意事项：

- WA 了很多次后要想想是不是思路错了。
- 当前元素等于最大值时候就不要加倍了，所以 `while` 里面写 `<` 而不是 `<=`。
- 用 $O(n\log n)$ 做法时需要注意向上取整（好像没人这么写）。

B

题意：平面上n个点，连不在中间相交的线段使得三角形数最多

n 1e5

题解：答案=凸包上点数-2+内部点数*3

不妨想一下如何输出方案

输出方案?

构造：先对凸包进行三角剖分，接下来任意顺序依次处理内部点，对每一个内部点连三条线段到包含它的最小三角形。

好写的输出方案方法:

先选一个凸包上的点，以这个点为中心极角排序，以凸包上的点为分界点处理出每个三角形内所有点。

对每个三角形选择另一个顶点作为中心极角排序，用两个极角排序的结果构建笛卡尔树即可。

游戏名叫ingress，欢迎加入抵抗军

I’m Bob —— 300iq

C

我觉得这题你能A！ ——Bob

题目本质是求每个点与**距离该点wi近的监视器**间的距离

暴力:

从每个监视器出发跑单源最短路 那必TLE

正解：

注意到w_i只有20

每个点只取第w_i小的距离作为判断依据，因此只需要存储前max{w_i}小的值

考虑把k个dij压到一起跑，将每个点的dis数组加厚到max{w_i}层即可

注意更新dis答案时记录下当前的源，避免某个点被同一个监视器反复横跳多次更新

从而保证dis数组的w_i层的源各不相同

理论时间复杂度$O((n+m)klog(n+m)k)$，但由于优先队列和map常数巨大所以跑的死慢

原std 4s+，换用unordered_map顺利跑进3s

QAQza只用了2s 不知道怎么做到的QwQ

lcdgg跑了5s 也不知道怎么做到的QAQ

应该不会卡常吧 不会吧不会吧不会吧（x

D

我们考虑对于某个球袋k求答案，那么我们可以枚举斜率(n,m此时默认减一，直着打出去的特殊计算)，那么答案可以写成$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}[\gcd(i,j)=1]f_k(i,j)$，其中$f_k(i,j)$代表以斜率$(i,j)$打出去是否能落入袋$k$中，根据反射的原理，做对称就可以知道，我们找到最小的一组p,q满足$\frac{pn}{qm}=\frac{i}{j}$，即$p=\frac{mi}{\gcd(nj,mi)},q=\frac{nj}{\gcd(nj,mi)}$，那么$f_k(i,j)$只和$p,q$的奇偶性有关，记作$g(p,q)$。原式莫比乌斯反演，然后就变成了$\sum_{d=1}^{n}\mu(d)\sum_{i=1}^{\lfloor\frac{n}{d}\rfloor}\sum_{j=1}^{\lfloor\frac{m}{d}\rfloor}g(p,q)$，这里$p,q$不变，是因为$p(i,j)=p(di,dj),q(i,j)=q(di,dj)$，而$p,q$奇偶性之间的关系，显然和$nj,mi$因子2的幂次有关，不妨设$s(x)=\max\{w,2^w|x\}$，那么我们求出$i\le\lfloor\frac{n}{d}\rfloor,j\le\lfloor\frac{m}{d}\rfloor$的所有$s(i),s(j)=1,2,\dots\log n$的个数，就可以快速计算了，用杜教筛加这部分就可以做到复杂度0$(n^{\frac{2}{3}}+\sqrt{n}\log n)$

E

问题的本质是对于约束
$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \le P \le \sum_{i=1}^{n} b_i x_i \quad x_i = 0或1$
寻找一组x_i使得 $\sum_{i=1}^{n} c_i x_i$ 取到最小值
$n \le 1000, P \le 10000$

考虑 $dp[i][x]$ 表示 前i个已确定选择，且 $\sum_{j<i} a_j x_j \le x \le \sum_{j<i} b_j x_j$时，答案的最小值。
那么转移就是$dp[i][x] = min(dp[i-1][x], min_{x-b_i \le j \le x-a_i} dp[i-1][j] + c_i)$

后一项是定长区间的最小值，可以用单调队列来求。

由于$[L-a_i, R-b_i]$上的每个dp_{i-1} 都可以转移到 $[L, R]$ 上的 dp_i ，因此这个转移是正确的。

时间复杂度为 $O(nP)$

F

给串A和若干个串Bi，问是否能将这些Bi拼成一个串S使得把A和S无限复制后两个串一样

先找到A的最小循环节，这部分可以用 hash / kmp / 直接暴力，设最小循环节长度为d

然后可以建一个d个点的图，每个点代表串的一个前缀，每个串串Bi就可以变成图上的一条长度为1的边

比如 最小循环节为$aabca$， 那么对于串串$Bi = caa$，他可以变成 aab 到 a 的一条边

问题就变成了求这个图上的最小环

建边部分可以使用 hash / kmp / trie树

跑个Floyd即可

这题没有卡任何形式的hash，验题人自然溢出的单hash都过了，如果hash挂了应该是其他地方的问题