1. 一个三类问题，其判别函数如下：

$$d_1(x)=-x_1,\quad d_2(x)=x_1+x_2-1,\quad d_3(x)=x_1-x_2-1$$

(a) 设这些函数是在多类情况 1 条件下确定的，绘出其判别界面和每个模式类别的区域。

(b) 设为多类情况 2，并使 $d_{12}(x)=d_1(x)$，$d_{13}(x)=d_2(x)$，$d_{23}(x)=d_3(x)$。绘出其判别界面和多类情况 2 的区域。

(c) 设 $d_1(x)$，$d_2(x)$ 和 $d_3(x)$ 是在多类情况 3 的条件下确定的，绘出其判别界面和每类的区域。

2. 设两类样本的类内离散度矩阵分别为 $S_1=\begin{bmatrix}1 & 1/2\\ 1/2 & 1\end{bmatrix}, S_2=\begin{bmatrix}1 & -1/2\\ -1/2 & 1\end{bmatrix}$，两类的中心点分别为 m1=(2,0)^T,m2=(2,2)^T,试用 Fisher 准则求其决策面阈值。

3. 有两类样本，$\begin{matrix}\omega_1:\left\{(0\quad 0\quad 1)^T,(0\quad 1\quad 0)^T,(0\quad 1\quad 1)^T\right\}\\ \omega_2:\left\{(1\quad 1\quad 0)^T,(1\quad 0\quad 1)^T,(1\quad 1\quad 1)^T\right\}\end{matrix}$，用 Fisher 准则进行降维分类（分类阈值为 $W_0=\frac{\overline{Y}_1+\overline{Y}_2}{2}$，其中 $\overline{Y}_1$ 是 ω_1 类降维的类样本均值、$\overline{Y}_2$ 是 ω_2 类降维的类样本均值)，并分析其分类性能。

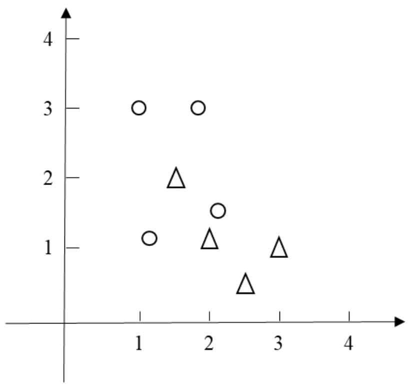
4. 设两类数据的线性判别函数为 $y=3x_1+2x_2+6$，则该判别函数对应判别界面到原点的距离为？原点在判别界面的哪侧？

5. 请写出支持向量机的拉格朗日对偶优化问题的代价函数？如何理解在迭代优化过程中，先固定拉格朗日乘子α，最小化代价优化判别函数 w 和 b，然后固定 w 和 b，最大化代价优化乘子α？

6. 考虑一个 2 维空间中的有监督学习问题，假设有 1 个正样本点，坐标是 $(1,1)^T$

和 $(-1,-1)^T$，和 2 个负样本点，坐标是$(0,-1)^T,(-1,0)^T$。请在空间中画出这 4 个样本点，请问这两类样本线性可分吗？考虑映射函数$\phi(x)=(1,x_1,x_2,x_1x_2)$将两类样本投影到新的 4 维特征空间，请写出投影空间中 4 个样本点的坐标，请问它们线性可分吗？采用 SVM 方法进行分类，如果判别函数形式是 $y(x)=\boldsymbol{w}^T\phi(x)$，对应 $\boldsymbol{w}$ 的解是什么？

7. 给定两类样本 $\mathrm{X}=\left\{\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1.2\\1.3\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1.8\\3\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}2.3\\1.5\end{bmatrix}\right\}$，$\mathrm{Y}=\left\{\begin{bmatrix}1.5\\2\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}2\\1.3\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}2.5\\0.5\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}\right\}$，如下图所示，请按照 AdaBoost 的思想给出三个弱分类器，并对样本$[2.5\quad 1]^{\mathrm{T}}$和$[1\quad 4]^{\mathrm{T}}$进行分类。



创新思考题

1. 尝试设计一个训练电脑进行剪刀-石头-布的游戏，可以让电脑随机几百次测试中的结果，学习一个分类器，随着游戏的增加，可以大概率战胜自己。

2. 尝试采用线性判别分类算法设计一个人脸表情识别器，可以从输入图像中准确的识别到人脸的表情（笑，开心，难过，哭，正常等）。（同学们可以搜集不同表情人脸图片作为训练样本）