

作业

课上作业

庄镇华 502022370071

A Game Theory Homework Assignment



南京大學
NANJING UNIVERSITY

2023 年 6 月 20 日

2023 年 6 月 20 日

✓ 题目一

试求解如下主从博弈 (Stackelberg Game) 的最优策略。

		Terrorist	
		School	Hospital
Police	School	5 -2	-1 1
	Hospital	-5 5	2 -1

图 1: 收益矩阵

解答：设警察关于去学校和去医院的混合策略 $x = (p, 1 - p)$, 考虑两种情况：恐怖分子去学校或者去医院。

a. 当恐怖分子去学校时，警察的最大收益为

$$\begin{aligned} \max_{p \in [0,1]} \quad & 5 \cdot p - 5 \cdot (1 - p) \\ \text{s.t.} \quad & -2 \cdot p + 5 \cdot (1 - p) \geq 1 \cdot p - 1 \cdot (1 - p) \end{aligned}$$

此时解为 $p = 2/3$, 警察的收益为 $5/3$ 。

b. 当恐怖分子去医院时，警察的最大收益为

$$\begin{aligned} \max_{p \in [0,1]} \quad & -1 \cdot p + 2 \cdot (1 - p) \\ \text{s.t.} \quad & -2 \cdot p + 5 \cdot (1 - p) \leq 1 \cdot p - 1 \cdot (1 - p) \end{aligned}$$

此时解为 $p = 2/3$, 警察的收益为 0。

因此，警察的最优策略为混合策略 $x = (2/3, 1/3)$ 。

✓ 题目二

试求解如下扩展式博弈的纳什均衡和子博弈完美。

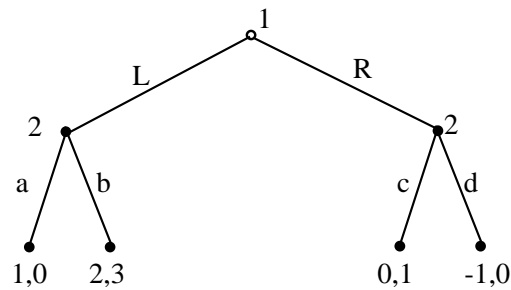


图 2: 博弈树

解答：每个玩家的纯策略为：1 玩家 $\{L, R\}$ ，2 玩家 $\{ac, ad, bc, bd\}$ 。将扩展式博弈转化为策略式博弈，诱导收益矩阵如下：

	ac	ad	bc	bd
L	1*,0	1*,0	2*,3*	2*,3*
R	0,1*	0,1*	-1,0	-1,0

根据诱导收益矩阵，就可以找到纳什均衡： $(L, bc), (L, bd)$ ，其中子博弈完美要求玩家 2 在 2_2 处选择 c，因此仅有 (L, bc) 是子博弈完美。

子博弈完美要求玩家 2 在 2_2 处选择 c，要求玩家 2 在 2_1 处选择 b，此时，玩家 1 在两个分支上的收益分别是：2, 0，因此，玩家 1 会选择 L。因而得到唯一的 SPE： (L, bc) 。