

作业

Homework7

庄镇华 502022370071

A Game Theory Homework Assignment



南京大學
NANJING UNIVERSITY

2023 年 6 月 9 日

2023 年 6 月 9 日

✓ 题目一

对于以下的重复扩展式博弈，会发生什么？

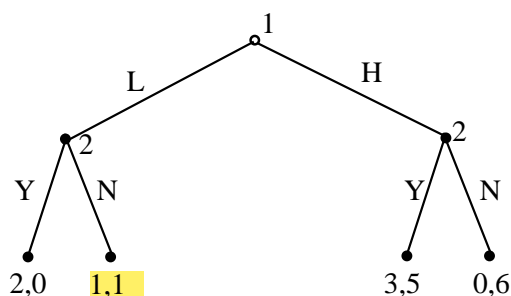


图 1: 博弈树

解答：首先，考虑单阶段博弈的子博弈完美，利用后向归纳法，子博弈完美要求玩家 2 在 2_1 处选择 N ，在 2_2 处选择 N ，此时玩家 1 在两个分支上的收益分别为 1 和 0，因此玩家 1 会选择 L 。因而得到唯一的子博弈完美 (L, NN) 。

重复博弈可以分为两种情况讨论。

有限重复博弈 在此情况下，该重复博弈有唯一的子博弈完美纳什均衡 $a^t = a = (L, NN)$ 。因此玩家 1 和玩家 2 选择的动作分别为 L 和 NN ，每阶段的博弈获得的收益均为 1。

无限重复博弈 在此情况下

(1) 考虑竞争状态下单阶段博弈的子博弈完美，即为 (L, NN) ，此时每阶段获得的收益为 $(1, 1)$ ；

(2) 考虑合作状态下能使得所有玩家获得更高收益的策略组合，即为 (H, YY) 或 (H, NY) ，此时每阶段获得的收益为 $(3, 5)$ ；

(3) 强制合作（触发策略）：如果两个玩家在所有历史阶段都采取动作 (H, YY) 或者 (H, NY) ，那么当前阶段仍然采取动作 (H, YY) 或者 (H, NY) ；否则，采取动作 (L, NN) ；

(4) 玩家 1 的最优收益就是 3，因此它不会首先背叛合作策略；而当玩家 2 选择 NN 或者 YN 时，其收益为 6，可能首先背叛合作策略。

设贴现因子为 δ ，则玩家 2 遵守合作策略的收益期望为：

$$5 + 5\delta + 5\delta^2 + \cdots = \frac{5}{1 - \delta}$$

玩家 2 背叛合作策略的收益期望为：

$$6 + \delta + \delta^2 + \cdots = 5 + \frac{1}{1 - \delta}$$

因此当 $\delta \geq 1/5$ 时，可以一直维持合作策略；当 $\delta < 1/5$ 时，无法维持合作，达成竞争状态。