

Bậc tự do – Tọa độ suy rộng đủ – Vận tốc suy rộng

Nguyễn Thái Minh Tuấn
Bộ môn Cơ học ứng dụng
C3-307, 307B, 308
Đại học Bách khoa Hà nội

Bậc tự do – Tọa độ suy rộng đủ – Vận tốc suy rộng

Các khái niệm

Bậc tự do (degrees of freedom – DOF) là số các tham số ***độc lập*** và ***cần thiết*** để xác định cấu hình của một cơ hệ.

Tọa độ suy rộng đủ là các tọa độ ***độc lập*** và ***cần thiết*** để mô tả một cách rõ ràng cấu hình của một cơ hệ.

Ký hiệu: $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_f \end{bmatrix}$

Số tọa độ suy rộng = Bậc tự do

Vận tốc suy rộng là đạo hàm theo thời gian của các tọa độ suy rộng.

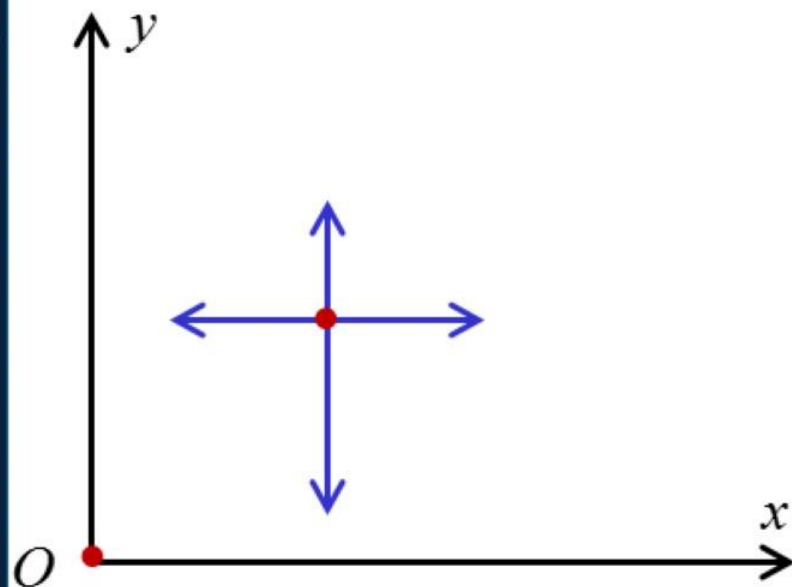
Ký hiệu: $\dot{\mathbf{q}} = \frac{d}{dt} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_f \end{bmatrix}$

Bậc tự do – Tọa độ suy rộng đủ – Vận tốc suy rộng

Một số ví dụ cơ bản (1)

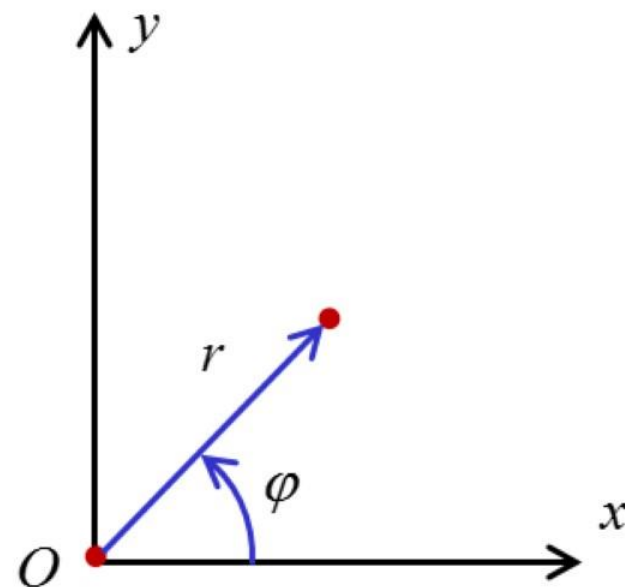
Một **điểm** không chịu liên kết

Trong mặt phẳng: $\text{DOF}=2$



$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}$$

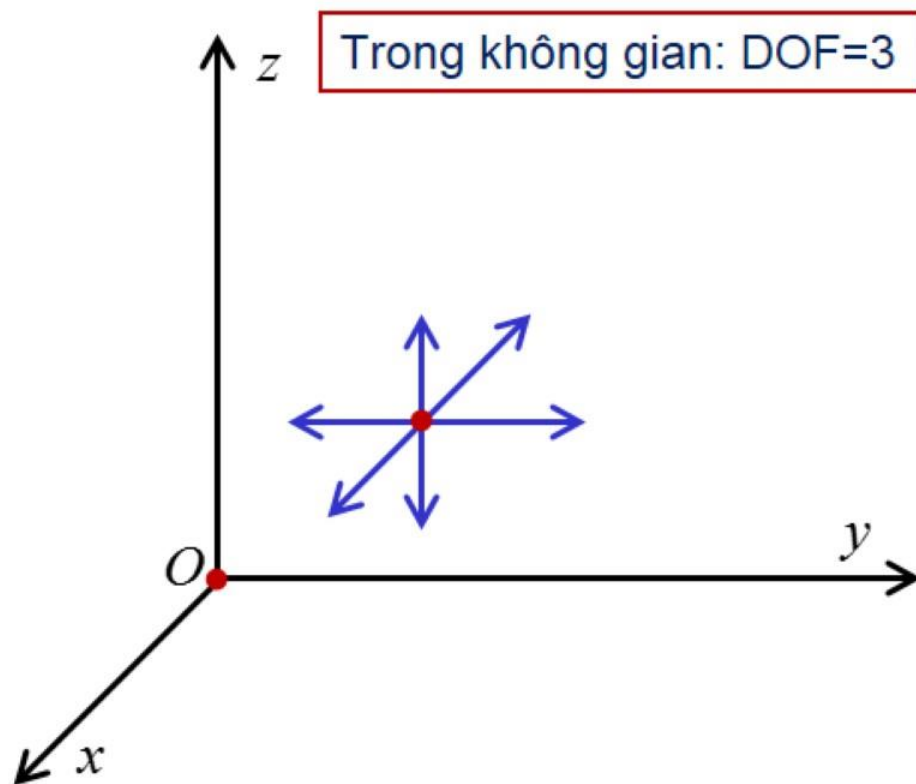
Ít dùng:



$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} r \\ \varphi \end{bmatrix}$$

Một số ví dụ cơ bản (2)

Một **điểm** không chịu liên kết



$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

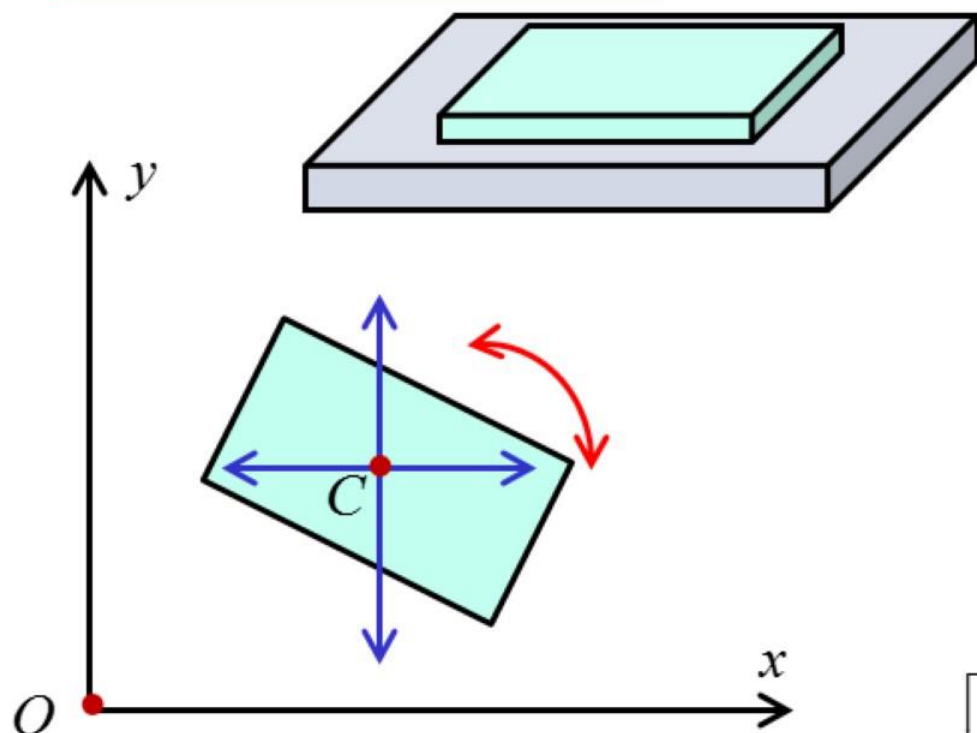
$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}$$

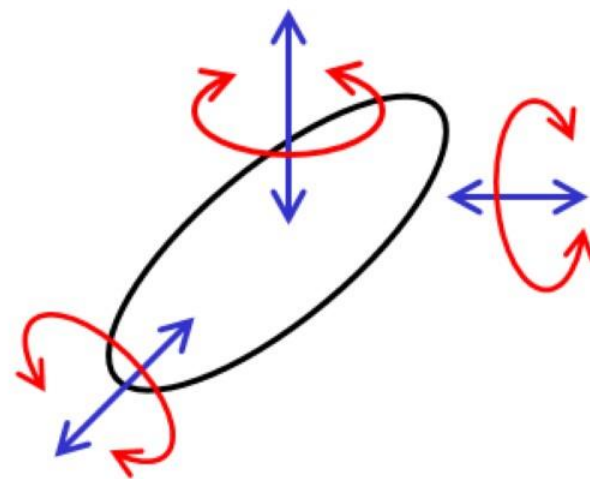
Một số ví dụ cơ bản (3)

Một **vật rắn** không chịu liên kết

Trong mặt phẳng: $\text{DOF}=3$



Trong không gian: $\text{DOF}=6$



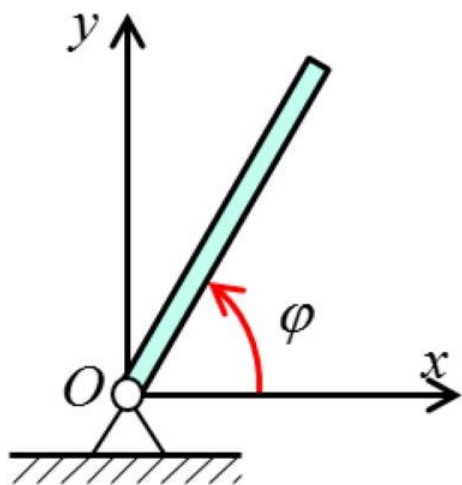
$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ \varphi \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_C \\ \dot{y}_C \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{Cx} \\ v_{Cy} \\ \pm \omega \end{bmatrix}$$

Một số ví dụ cơ bản (4)

Một vật rắn
quay quanh trục cố định

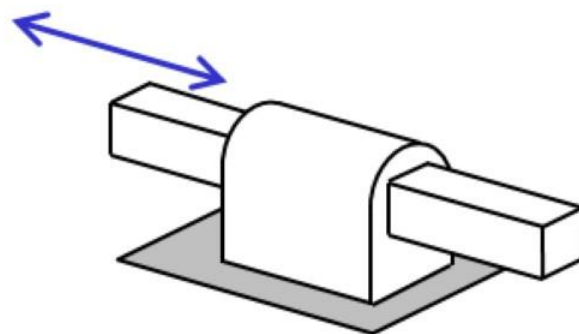
DOF=1



Một khớp quay có 1 DOF.

Một vật rắn
tịnh tiến thẳng

DOF=1

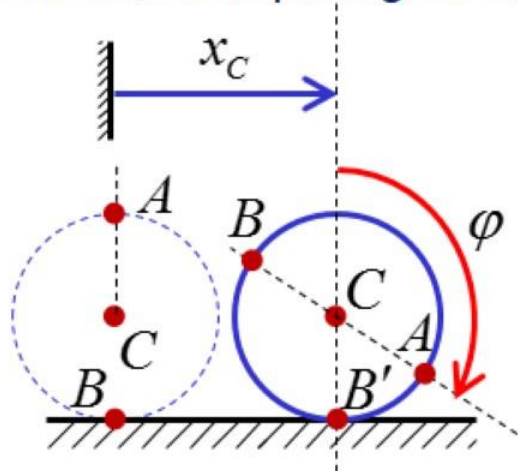


Một khớp tịnh tiến có 1 DOF.

Bậc tự do – Tọa độ suy rộng đủ – Vận tốc suy rộng

Một số ví dụ cơ bản (8)

Một trụ tròn **lăn không trượt**
trên một mặt phẳng cố định



Một vật rắn phẳng tự do có 3 DOF.
Còn trong trường hợp này:

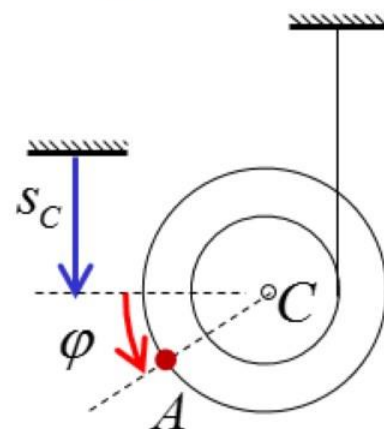
$$y_C = \text{const}$$

$$x_C = r\varphi$$

Suy ra

$$\text{DOF}=1$$

Một trụ tròn cuốn theo
một sợi dây **có phương không đổi**,
không giãn, một đầu cố định



s_C và φ không độc lập.

$$\text{DOF}=1$$

Tính số bậc tự do – Lưu ý mở đầu

Tính toán số bậc tự do một cách tổng quát rất khó

⇒ - Kinh nghiệm

- Công thức tổng quát cho một lớp bài toán cụ thể

Phương pháp kinh điển nhất là tiêu chuẩn
Chebychev–Grübler–Kutzbach

- Thời lượng có hạn => không giới thiệu trong slide này

Một phương pháp thực hành sẽ được giới thiệu

- Trực quan

- Hình dung được quá trình truyền động

- Áp dụng tốt cho khá nhiều bài toán

Bậc tự do của một cơ hệ – PP thực hành

Bước 0: Nếu cơ hệ không thể chuyển động, hệ không có DOF

Bước 1: Xác định số bậc tự do của ***một khâu nối với nền***

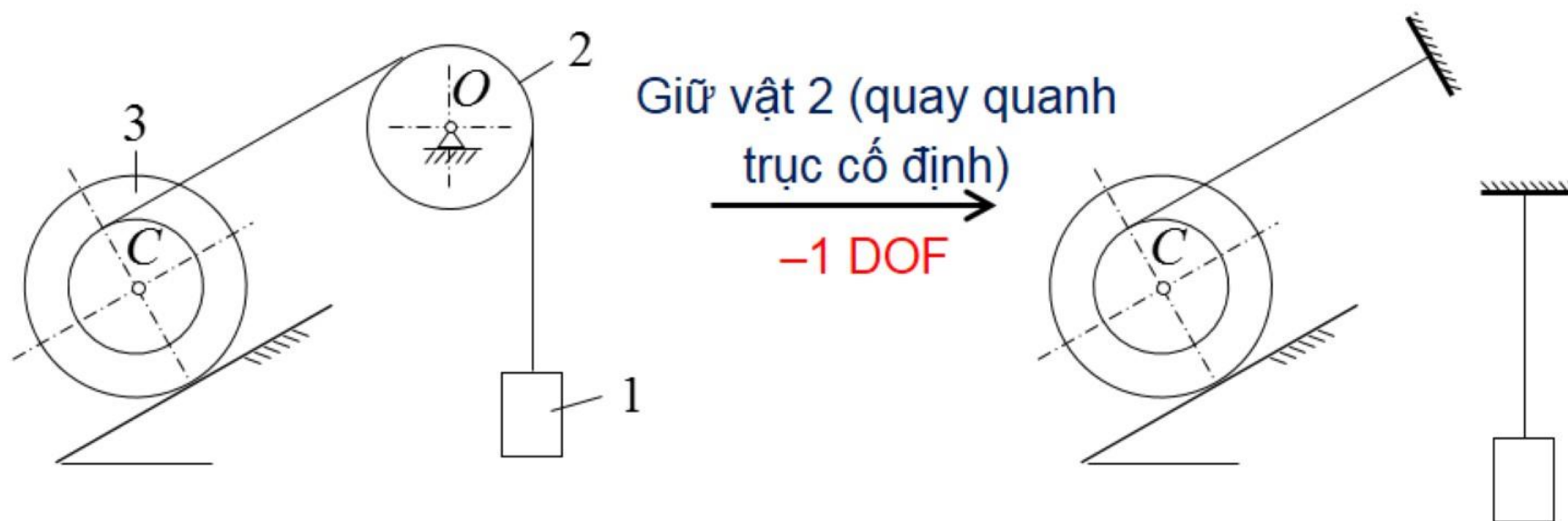
Bước 2: Giữ khâu đó cố định so với nền

Bước 3: Nếu cơ hệ vẫn chuyển động được, quay về bước 1

Bước 4: Số DOF của hệ bằng ***tổng số DOF đã được giữ lại***

Bậc tự do của một cơ hệ – PP thực hành – Ví dụ 1

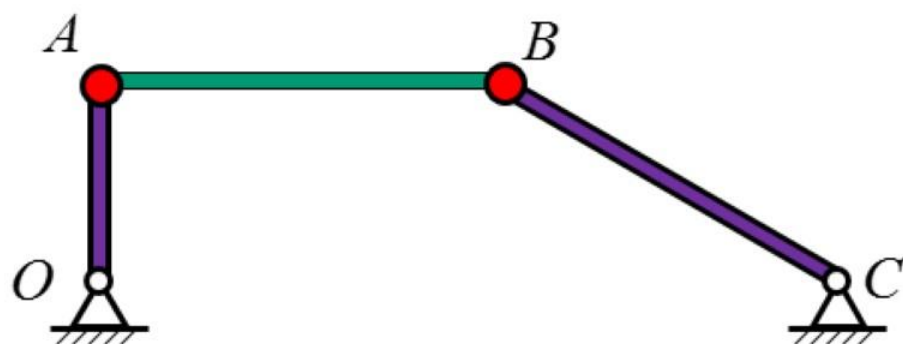
Con lăn 3 lăn không trượt trên mặt phẳng nghiêng



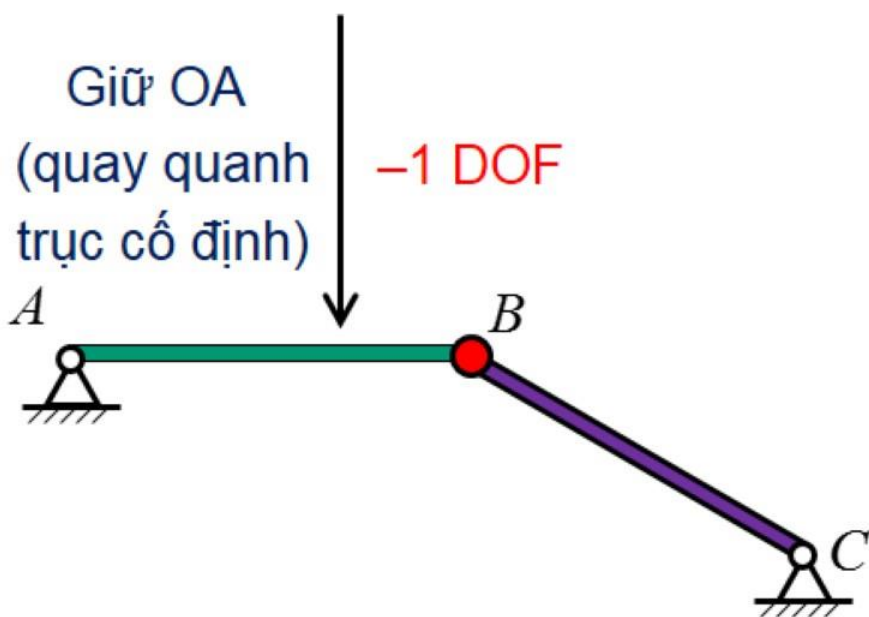
Hệ ban đầu có 1 DOF ← Hệ không chuyển động được nữa

Bậc tự do của một cơ hệ – PP thực hành – Ví dụ 2

Cơ cấu bốn khâu bản lề



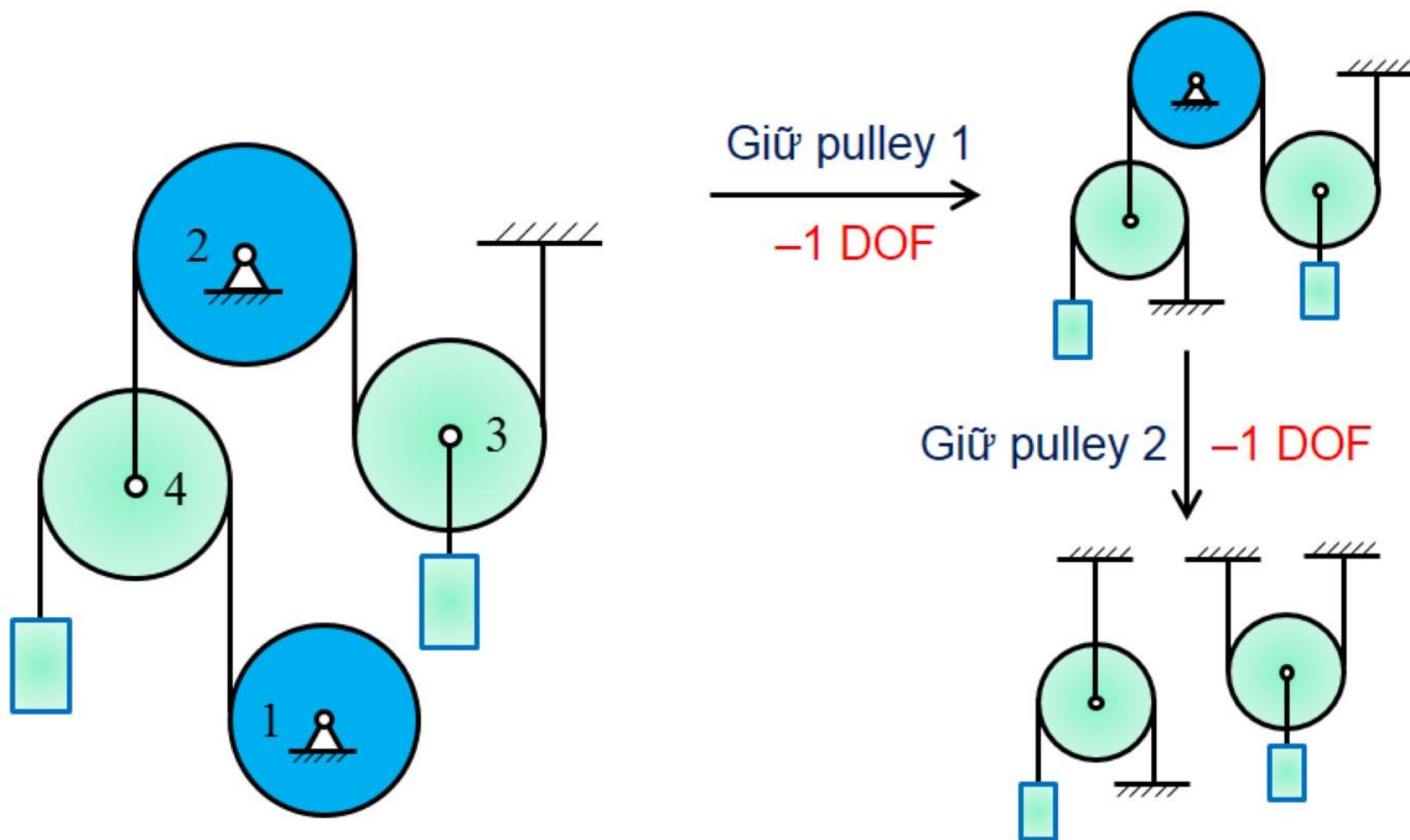
Hệ ban đầu có 1 DOF



Hệ không chuyển động được nữa

Bậc tự do – Tọa độ suy rộng đủ – Vận tốc suy rộng

Bậc tự do của một cơ hệ – PP thực hành – Ví dụ 3



Hệ ban đầu có 2 DOF ← Hệ không chuyển động được nữa

Bậc tự do – Tọa độ suy rộng đủ – Vận tốc suy rộng

Các nội dung đã trình bày

Bậc tự do – Tọa độ suy rộng đủ – Vận tốc suy rộng

Slide 2: Các khái niệm

Slide 3-7: Một số ví dụ cơ bản

Bậc tự do của một cơ hệ – Phương pháp thực hành

Slide 8: Tính số bậc tự do – Lưu ý mở đầu

Slide 9: Phương pháp thực hành

Slide 10-12: Các ví dụ