



CƠ HỌC KỸ THUẬT

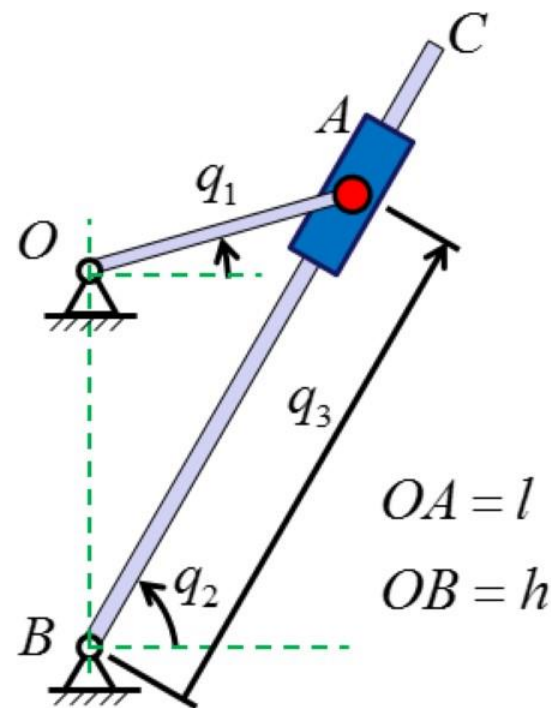
Kỹ thuật viết phương trình liên kết và
các phép nguyên hàm, đạo hàm

Nguyễn Thái Minh Tuấn
Bộ môn Cơ học ứng dụng
C3-307, 307B, 308
Đại học Bách khoa Hà nội

Một số kỹ thuật viết PT liên kết / QH động học (1)

1) Chiếu phương trình vector vòng động học

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} &= \vec{0} \\ \Rightarrow \begin{cases} l \cos q_1 - q_3 \cos q_2 = 0 \\ l \sin q_1 - q_3 \sin q_2 + h = 0 \end{cases} \end{aligned}$$



Kỹ thuật viết PT liên kết và các phép nguyên hàm, đạo hàm

Một số kỹ thuật viết PT liên kết / QH động học (2)

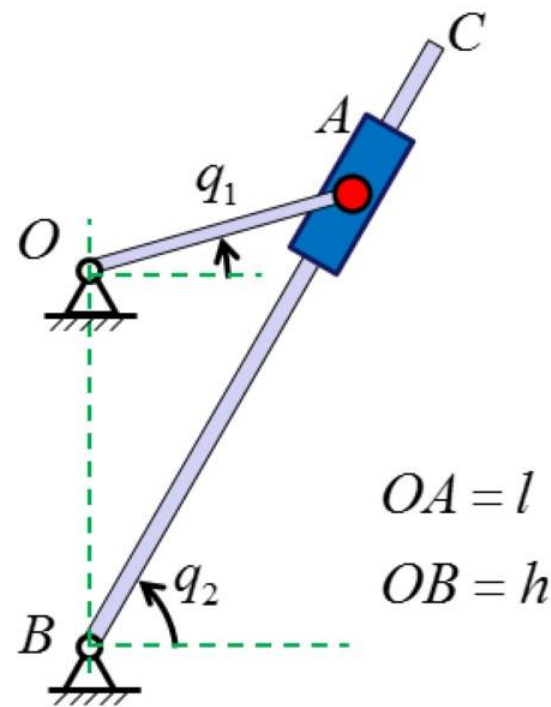
2) Hệ thức lượng trong tam giác.

Ví dụ: Định lý sin, định lý cos trong tam giác

$$\frac{OA}{\sin \widehat{ABO}} = \frac{OB}{\sin \widehat{OAB}}$$

$$\Rightarrow \frac{l}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - q_2\right)} = \frac{h}{\sin(q_2 - q_1)}$$

$$\Rightarrow l \sin(q_2 - q_1) - h \sin\left(\frac{\pi}{2} - q_2\right) = 0$$



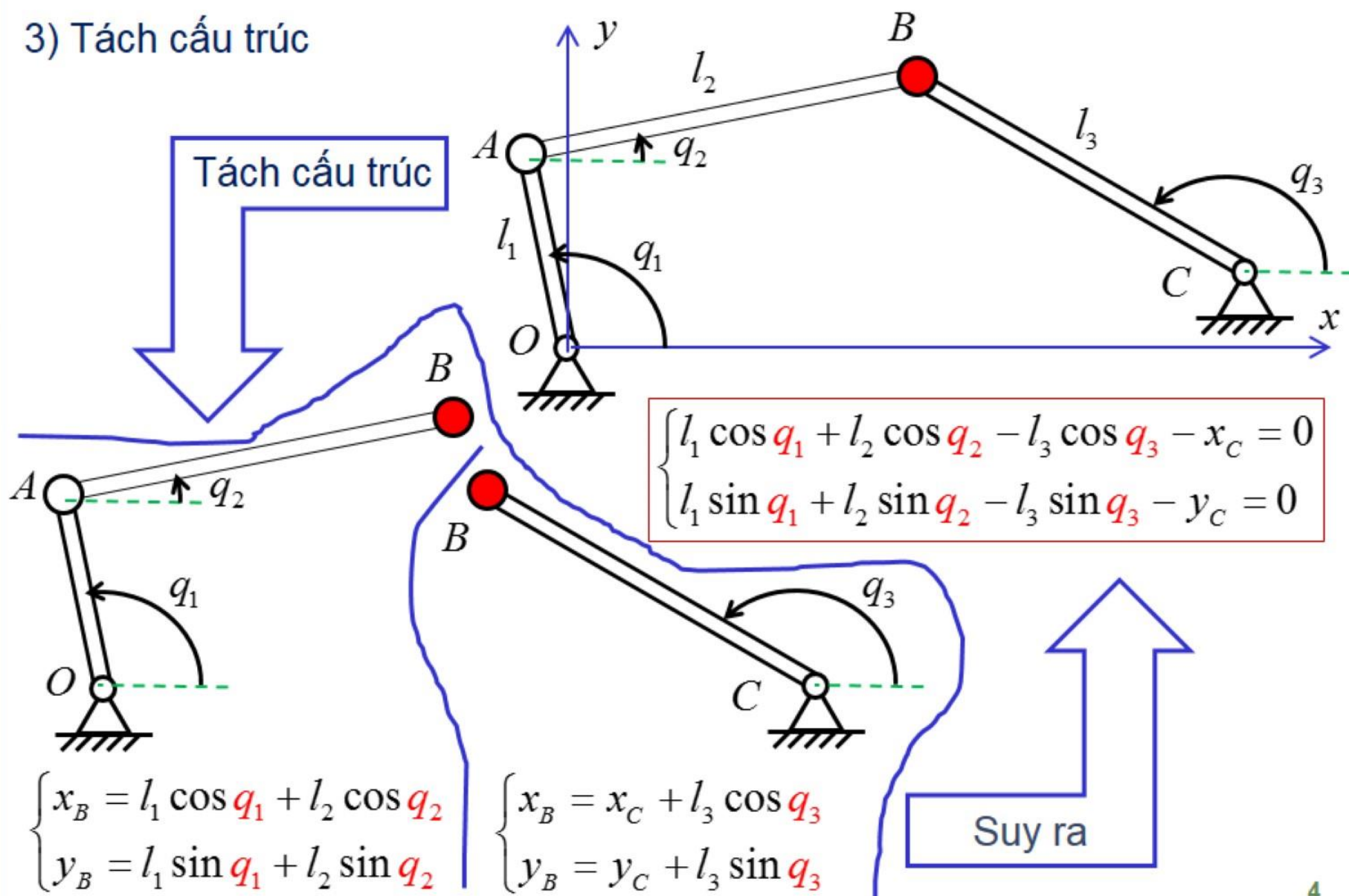
$OA = l$

$OB = h$

Kỹ thuật viết PT liên kết và các phép nguyên hàm, đạo hàm

Một số kỹ thuật viết PT liên kết / QH động học (3)

3) Tách cấu trúc



Kỹ thuật viết PT liên kết và các phép nguyên hàm, đạo hàm

Một số kỹ thuật viết PT liên kết / QH động học (4)

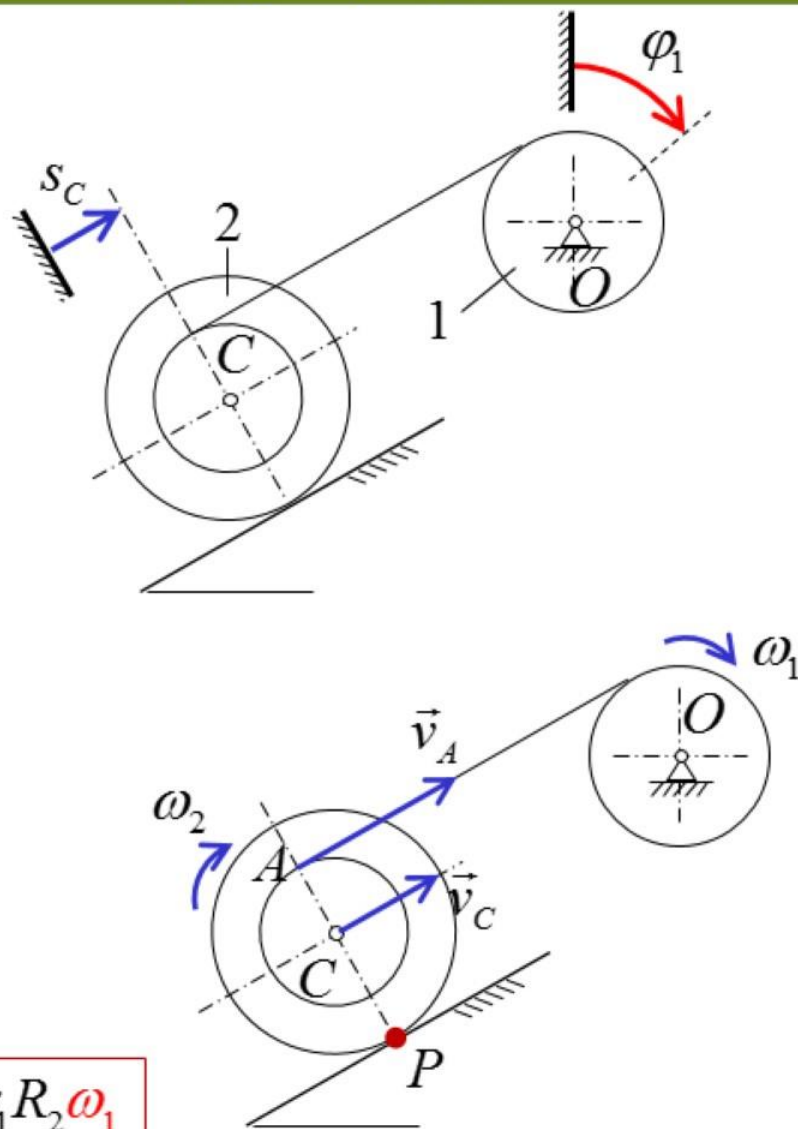
4) Sử dụng các kiến thức động học:

- Chuyển động cơ bản của vật rắn
 - + Chuyển động tịnh tiến
 - + CĐ quay quanh trục cố định
- Động học chuyển động song phẳng
 - + Công thức liên hệ vận tốc
 - + Tâm vận tốc tức thời
- Động học chuyển động tương đối
 - + Hệ quy chiếu động
 - + Công thức cộng vận tốc
 - + Công thức cộng vận tốc góc
- Động học vật rắn không gian

P là tâm vận tốc tức thời của vật 2.

$$\omega_2 = \frac{v_A}{r_2 + R_2} = \frac{r_1 \omega_1}{r_2 + R_2}$$

$$v_C = \omega_2 R_2 = \frac{r_1 R_2 \omega_1}{r_2 + R_2}$$



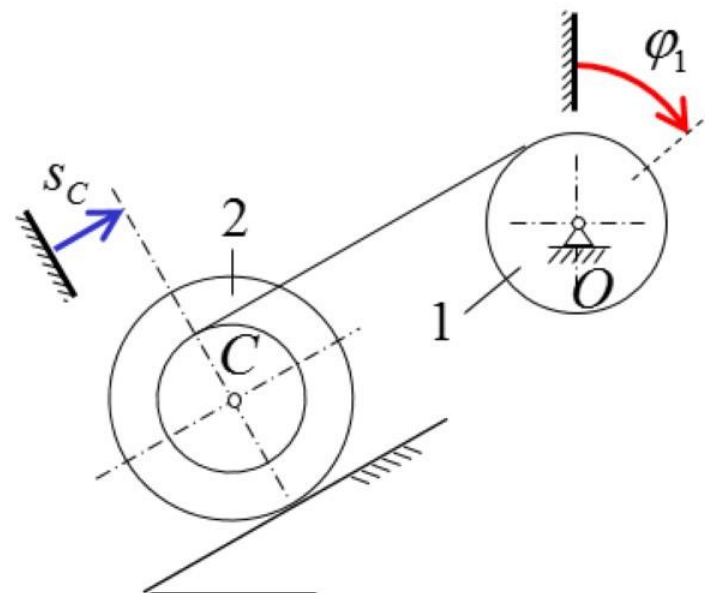
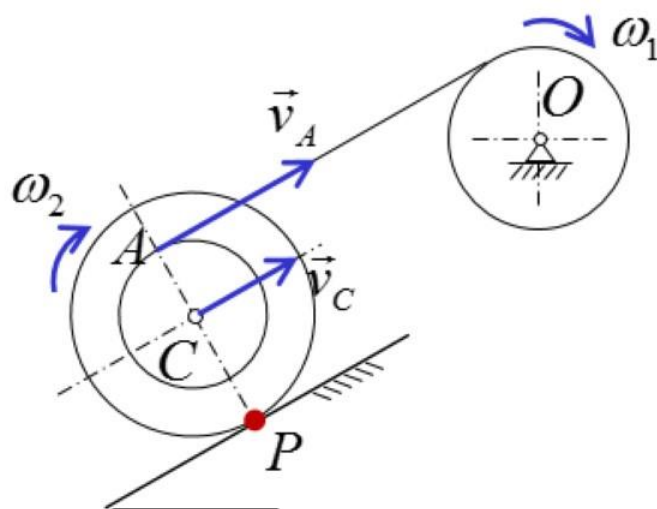
Kỹ thuật viết PT liên kết và các phép nguyên hàm, đạo hàm

Quan hệ động học tuyến tính: nguyên hàm và đạo hàm

Các phương trình **tuyến tính** và **bất biến theo thời gian**.

=> Dễ dàng tính nguyên hàm và đạo hàm.

| | | | |
|---|-----------------------------|---|---|
| $\omega_2 = \frac{r_1 \omega_1}{r_2 + R_2}$ | $\int dt$ d/dt | $\varphi_2 + const = \frac{r_1 \varphi_1}{r_2 + R_2}$ | $s_C + const = \frac{r_1 R_2 \varphi_1}{r_2 + R_2}$ |
| $v_C = \frac{r_1 R_2 \omega_1}{r_2 + R_2}$ | | $\ddot{\varphi}_2 = \frac{r_1 \ddot{\varphi}_1}{r_2 + R_2}$ | $\ddot{s}_C = \frac{r_1 R_2 \ddot{\varphi}_1}{r_2 + R_2}$ |

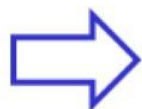


Kỹ thuật viết PT liên kết và các phép nguyên hàm, đạo hàm

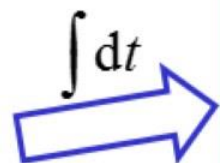
Quan hệ động học tuyến tính: lưu ý về chiều và dấu

Tọa độ suy rộng, vận tốc suy rộng, ... có thể được chọn ngược chiều với dịch chuyển (góc) và vận tốc (góc) thực.

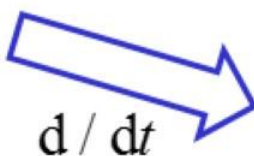
$$v_c = \frac{r_1 R_2 \omega_1}{r_2 + R_2}$$



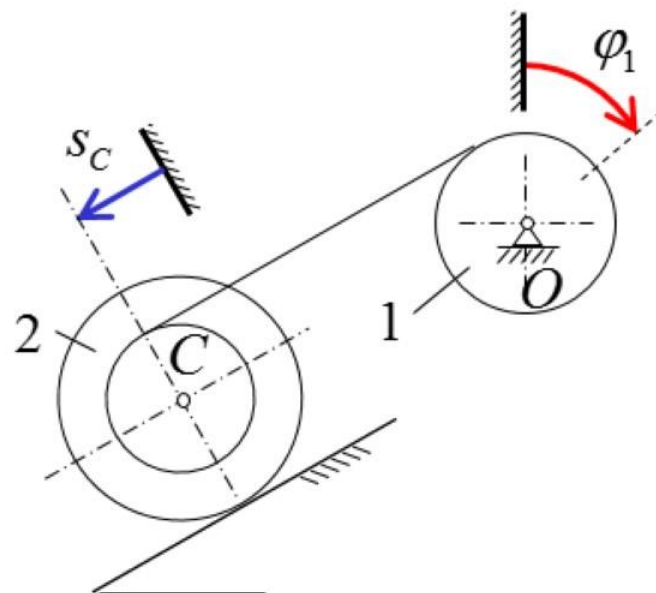
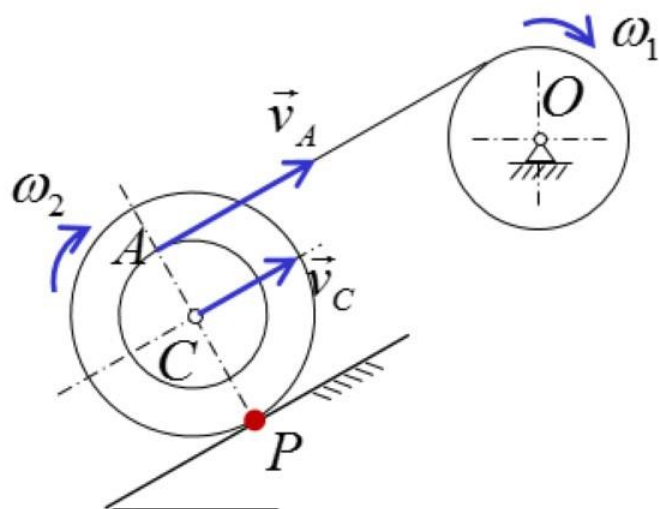
$$-\dot{s}_c = \frac{r_1 R_2 \dot{\phi}_1}{r_2 + R_2}$$



$$-s_c + const = \frac{r_1 R_2 \phi_1}{r_2 + R_2}$$



$$-\ddot{s}_c = \frac{r_1 R_2 \ddot{\phi}_1}{r_2 + R_2}$$



Kỹ thuật viết PT liên kết và các phép nguyên hàm, đạo hàm

Quan hệ động học phi tuyến: chú ý khi đạo hàm

Quan hệ động học

$$s = 2l \cos \varphi$$

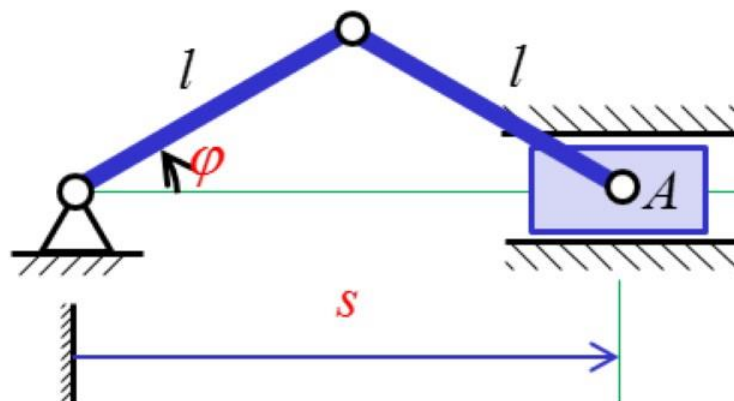
có tính phi tuyến.

Đạo hàm theo thời gian thu được

$$\dot{s} = -2l\dot{\varphi} \sin \varphi$$

Tiếp tục đạo hàm theo thời gian thu được

$$\ddot{s} = -2l\ddot{\varphi} \sin \varphi - 2l\dot{\varphi}^2 \cos \varphi$$



Một số quy tắc:

$$\frac{d}{dx}(f(g(x))) = f'_g g'_x$$

$$(uv)' = u'v + v'u$$

Kỹ thuật viết PT liên kết và các phép nguyên hàm, đạo hàm

Các nội dung đã trình bày

Một số kỹ thuật viết Quan hệ động học / Phương trình liên kết

- Slide 2: Chiều phương trình vector vòng động học
- Slide 3: Hệ thức lượng trong tam giác
- Slide 4: Tách cấu trúc
- Slide 5: Sử dụng các kiến thức động học

Nguyên hàm và đạo hàm Quan hệ động học / Phương trình liên kết

- Slide 6-7: Trường hợp tuyến tính
- Slide 8: Trường hợp phi tuyến