

Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Nguyễn Thái Minh Tuấn
Bộ môn Cơ học ứng dụng
C3-307, 307B, 308
Đại học Bách khoa Hà nội

Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Mở đầu

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} + Q_i^{**} \quad (i = \overline{1, f})$$

Mọi đại lượng phải tính theo $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$

Ví dụ, nếu có các công thức:

$$T = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} I_{cz} \omega^2$$

$$\Pi = mgh_c + \frac{1}{2} k \Delta l^2 + \frac{1}{2} c \Delta \varphi^2$$

$$\Phi = \frac{1}{2} d \dot{l}^2 + \frac{1}{2} b \dot{\varphi}^2$$

$$\Sigma Q_i^{**} \delta q_i = \Sigma (\vec{F}_k \cdot \delta \vec{r}_k) + \Sigma (\bar{M}_k \delta \bar{\varphi}_k)$$

Sẽ cần tính:

$$v_c(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$

$$h_c(\mathbf{q}) \quad \Delta l(\mathbf{q})$$

$$\dot{l}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$

$$\delta \vec{r}_k(\mathbf{q}, \delta \mathbf{q})$$

$$\omega(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$

$$\Delta \varphi(\mathbf{q})$$

$$\dot{\varphi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$

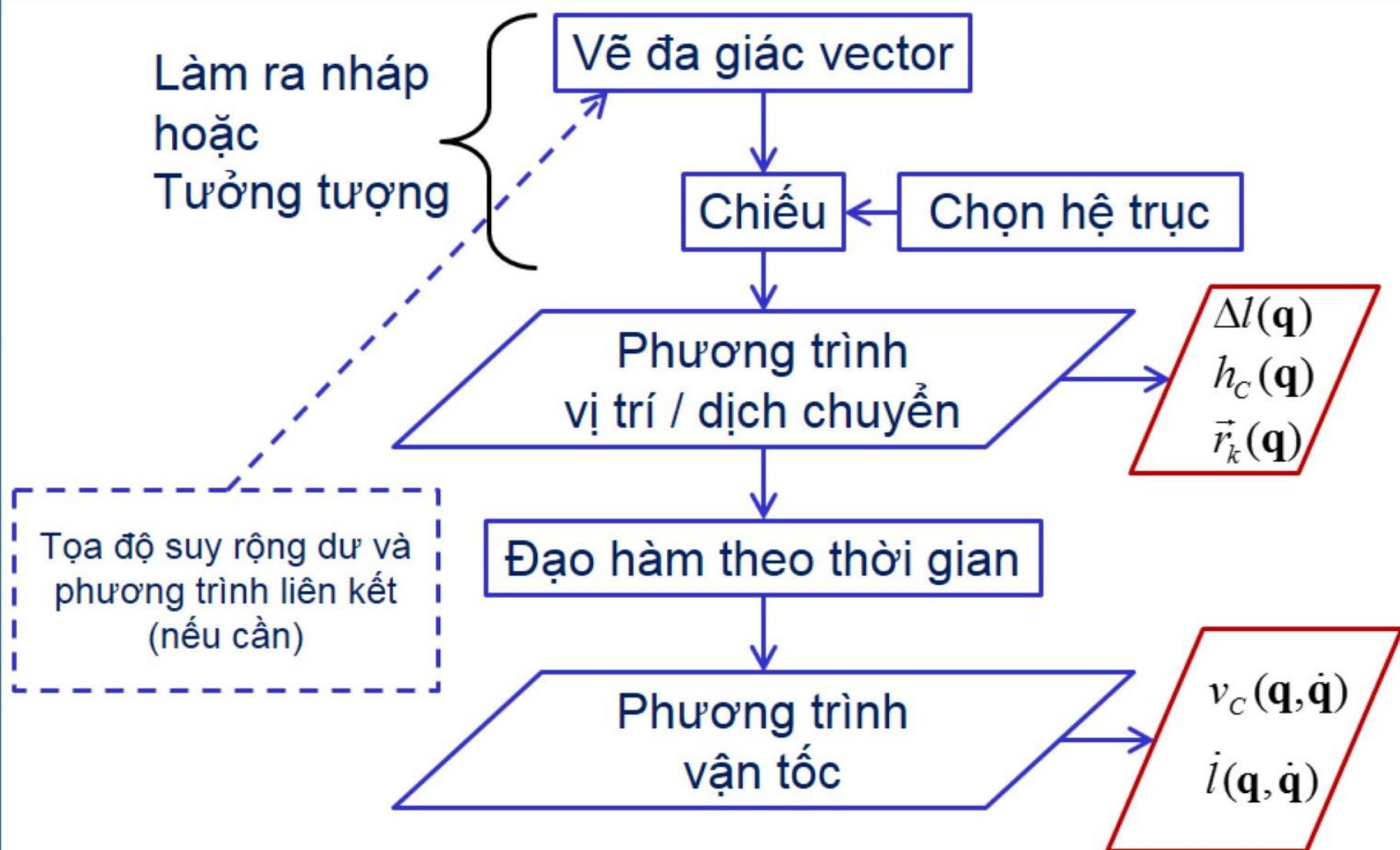
$$\varphi(\mathbf{q})$$

Một số kỹ thuật có thể dùng: Đa giác vector

Hệ quy chiếu động

Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Sơ đồ khối quá trình



Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm vị trí và vận tốc điểm

Các điểm phải xuất hiện trong đa giác

- Gốc cố định
- Điểm cần tính vận tốc

Các điểm cần lựa chọn để hoàn thiện đa giác

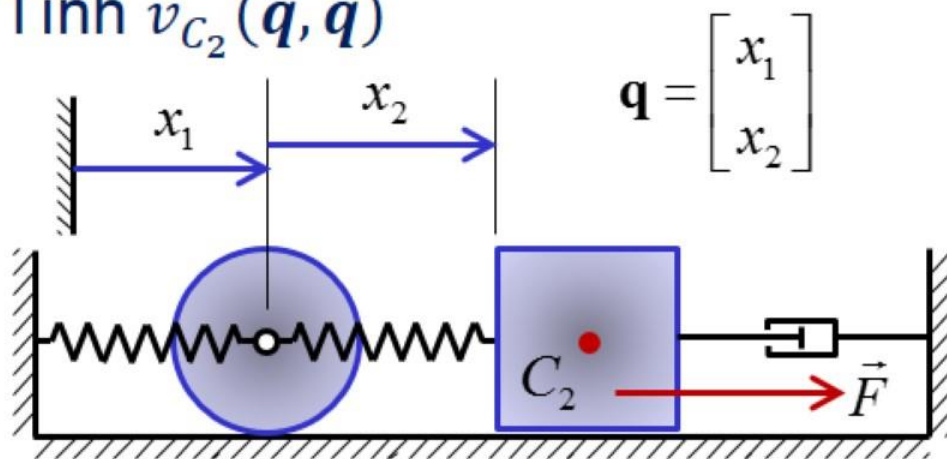
- Hai đầu các tọa độ suy rộng dài
- Khớp quay / điểm nối hai vật

Chú ý chọn hệ trục cố định!
(so với hệ quy chiếu đang xét)

Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm vận tốc điểm – Ví dụ 1

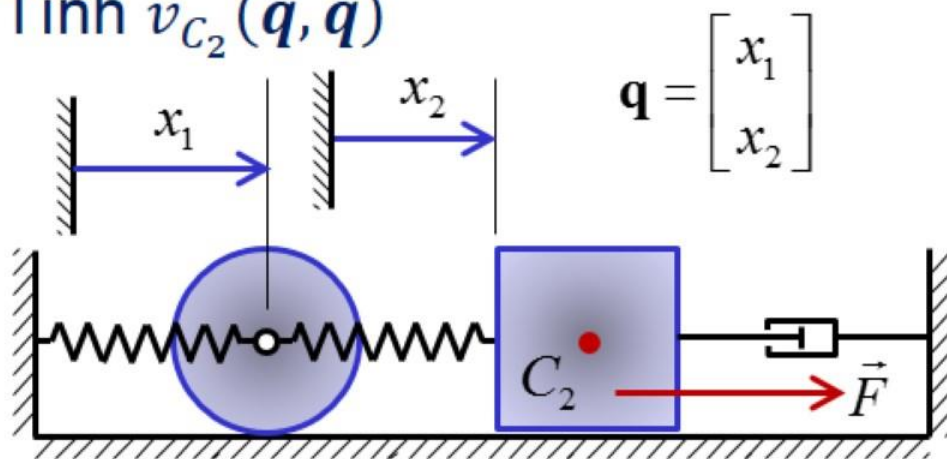
Tính $v_{C_2}(q, \dot{q})$



Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm vận tốc điểm – Ví dụ 2

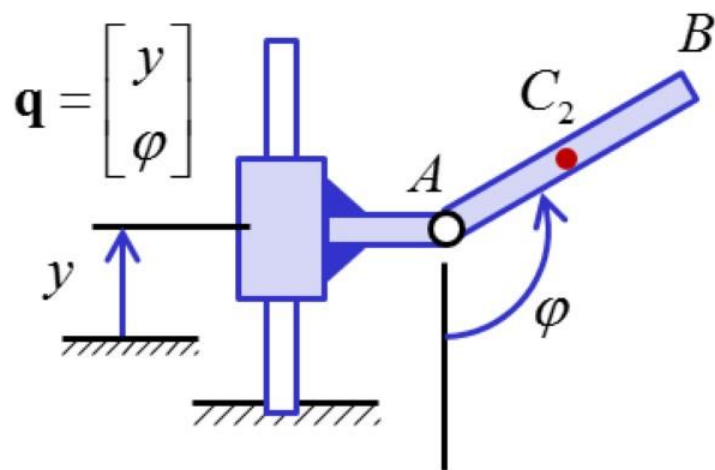
Tính $v_{C_2}(q, \dot{q})$



Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm vận tốc điểm – Ví dụ 3

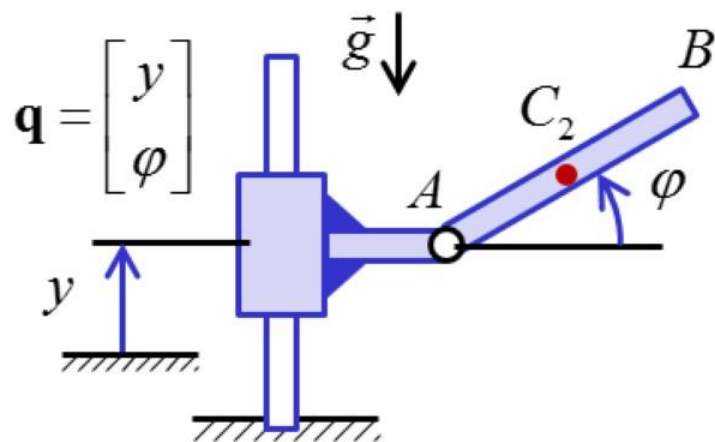
Tính $v_{C_2}^2(q, \dot{q})$ biết AC_2 bằng d



Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm cao độ của khối tâm – Ví dụ

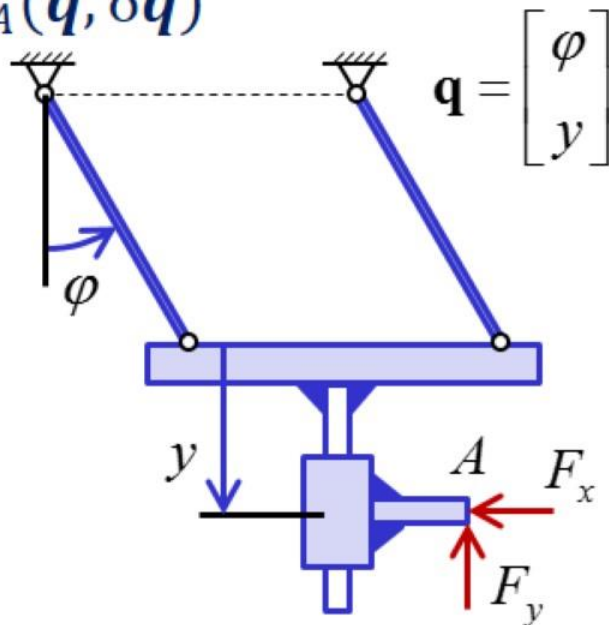
Tính thế năng thanh đồng chất AB (m, l)



Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm vector di chuyển ảo của điểm – Ví dụ

Tính $\delta \vec{r}_A(\mathbf{q}, \delta \mathbf{q})$



Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm biến dạng / tốc độ biến dạng của lò xo, cản nhớt

Các điểm phải xuất hiện trong đa giác

- Hai đầu lò xo / cản nhớt

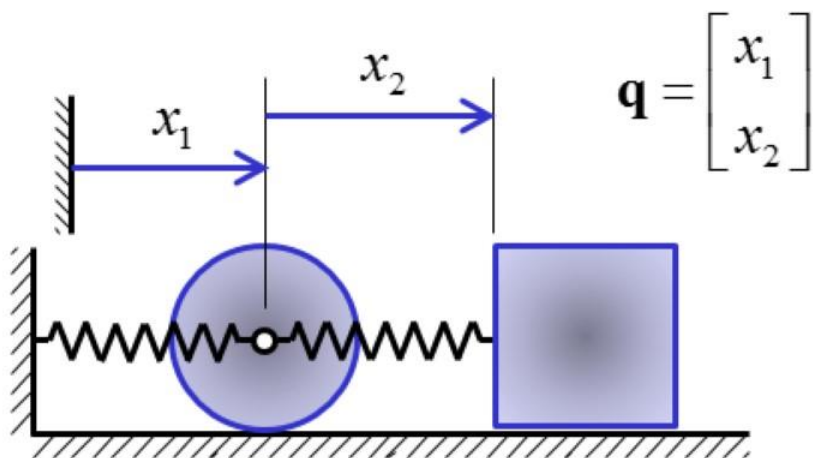
Các điểm cần lựa chọn để hoàn thiện đa giác

- Hai đầu các tọa độ suy rộng dài
- Khớp quay / điểm nối hai vật

Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm độ dẫn lò xo – Ví dụ 1

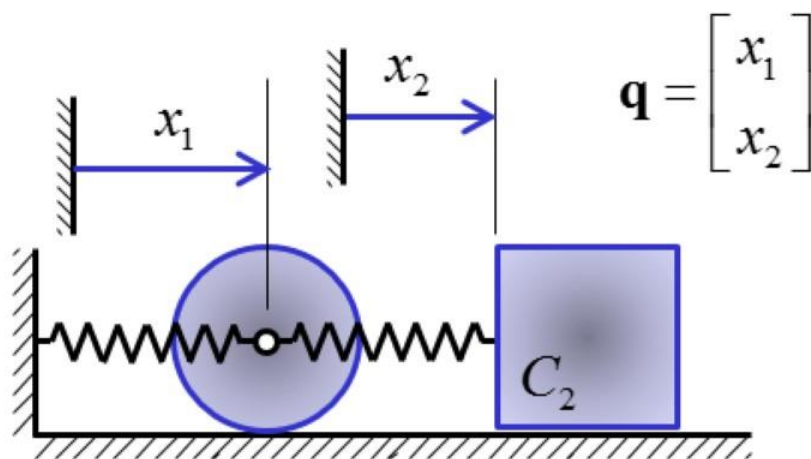
Tính $\Delta l_2(\mathbf{q})$ biết khi $x_1 = 0, x_2 = l_0$
các lò xo không biến dạng.



Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm độ dẫn lò xo – Ví dụ 2

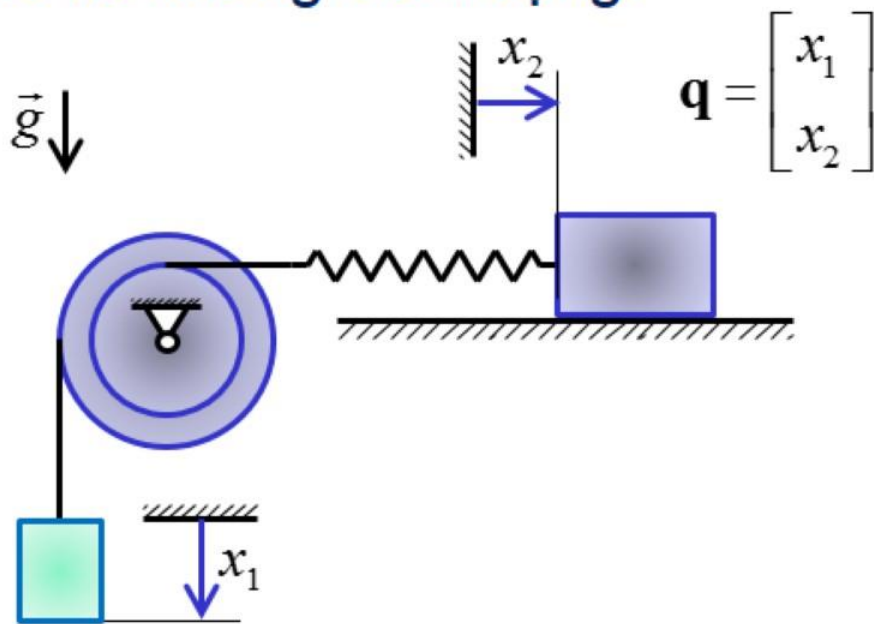
Tính $\Delta l_2(\mathbf{q})$ biết khi $x_1 = 0, x_2 = 0$
các lò xo không biến dạng.



Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm độ dẫn lò xo – Ví dụ 3

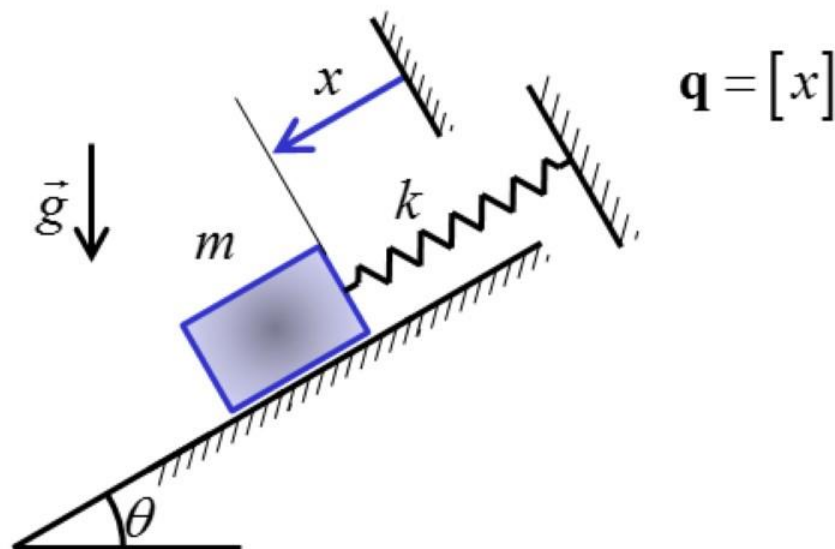
Tính $\Delta l(\mathbf{q})$ biết khi $x_1 = 0, x_2 = 0$
lò xo không biến dạng.



Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm độ dẫn lò xo – Ví dụ 4

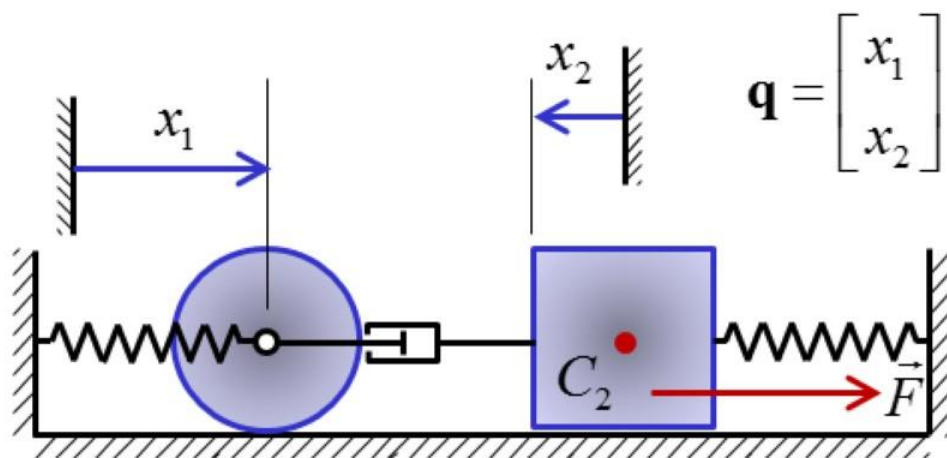
Tính $\Delta l(q)$ biết khi $x = 0$
hệ ở **trạng thái cân bằng**.



Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Tìm tốc độ biến dạng của cản nhớt – Ví dụ

Tính tốc độ biến dạng $\dot{l}(q, \dot{q})$ của cản nhớt.



Phương trình Lagrange loại 2: Kỹ thuật sử dụng đa giác vector

Các nội dung đã trình bày

Slide 2: Mở đầu

Slide 3: Sơ đồ khối quá trình

Tìm vị trí và vận tốc điểm

Slide 4: Các điểm cần chọn khi vẽ đa giác vector

Slide 5-7: Tìm vận tốc điểm – Ví dụ

Slide 8: Tìm cao độ của khối tâm – Ví dụ

Slide 9: Tìm vector di chuyển ảo của điểm – Ví dụ

Tìm biến dạng / tốc độ biến dạng của lò xo, cản nhớt

Slide 10: Các điểm cần chọn khi vẽ đa giác vector

Slide 11-14: Tìm độ dẫn lò xo – Ví dụ

Slide 15: Tìm tốc độ biến dạng của cản nhớt – Ví dụ