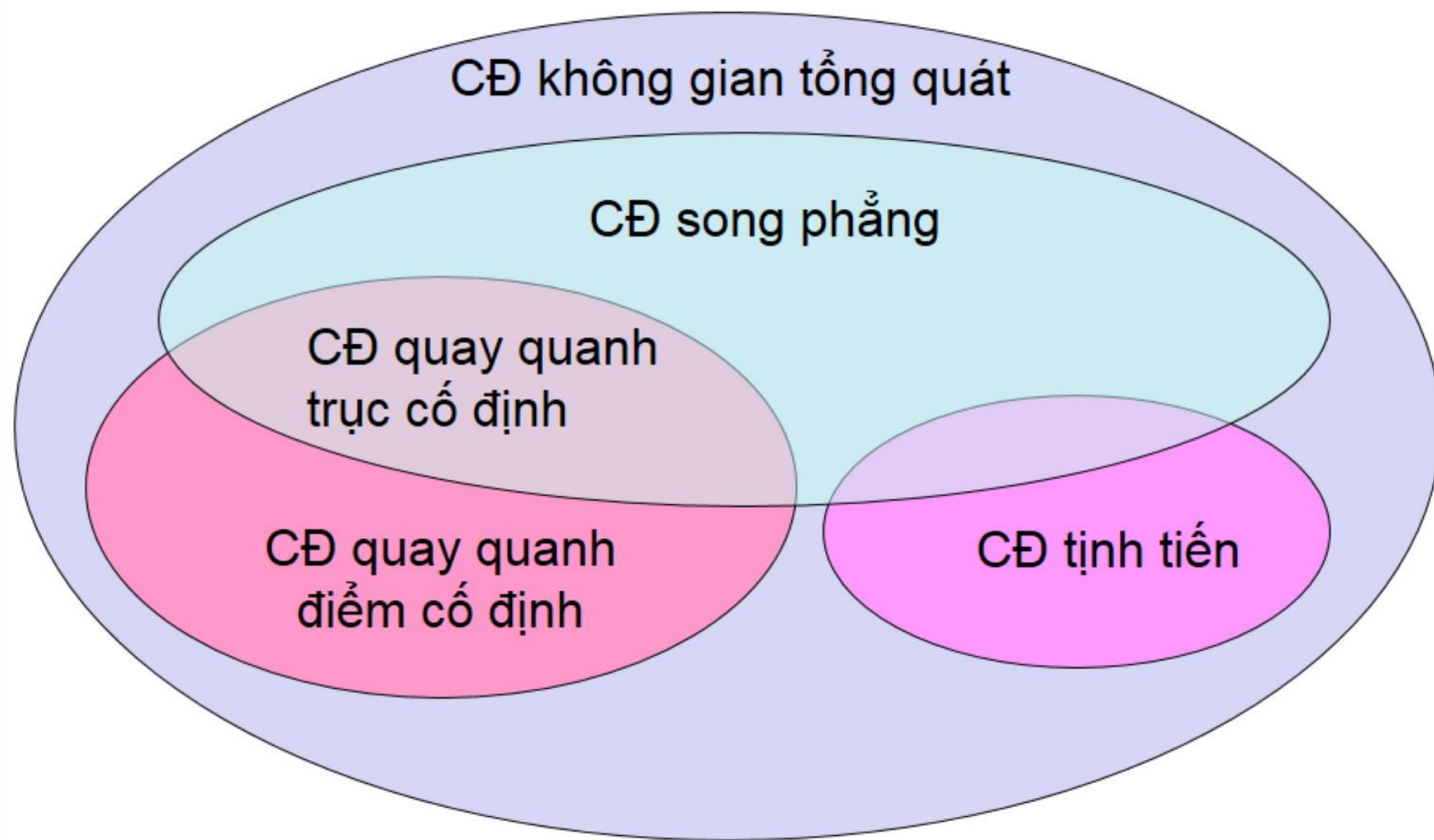


## Động năng của vật rắn: Bài toán phẳng

Nguyễn Thái Minh Tuấn  
Bộ môn Cơ học ứng dụng  
C3-307, 307B, 308  
Đại học Bách khoa Hà nội

# Động năng của vật rắn: Bài toán phẳng

## Nhắc lại: Phân loại chuyển động của vật rắn

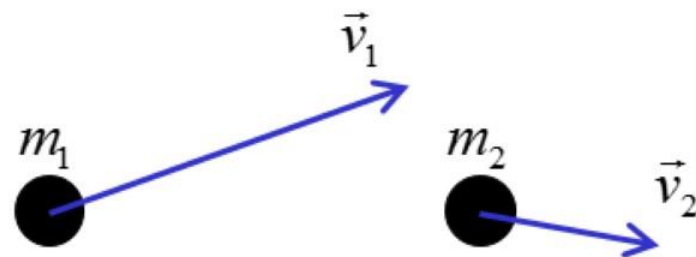


# Động năng của vật rắn: Bài toán phẳng

## Nhắc lại: Động năng của chất điểm



$$T = \frac{1}{2}mv^2$$



$$T_{\text{system}} = \sum T_k$$

Đơn vị (hệ SI):  
 $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 = \text{J}$

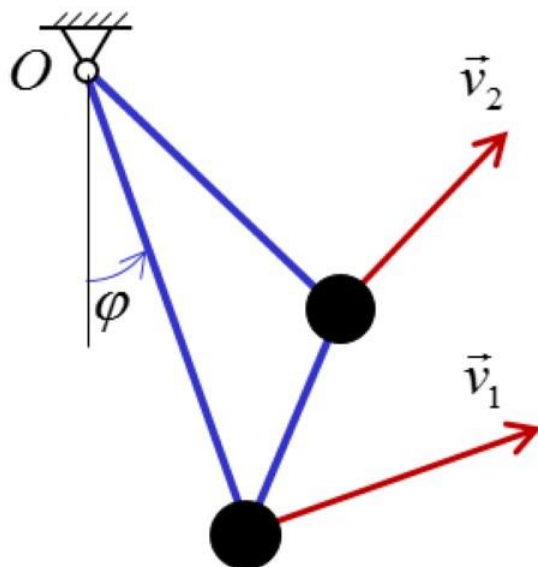
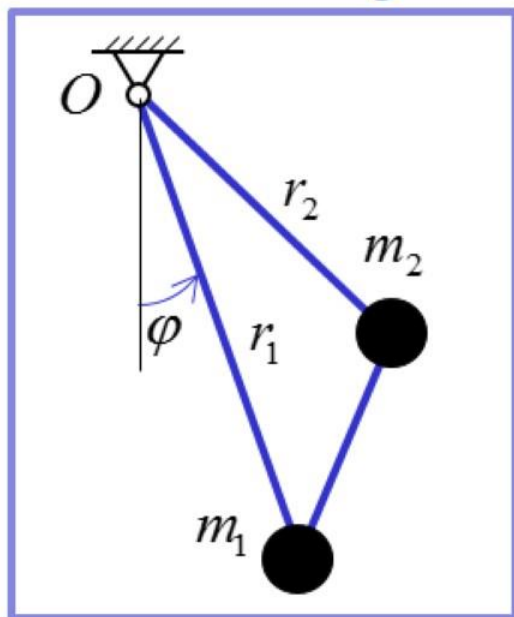
Một số đặc điểm:

- Đại lượng vô hướng
- Không âm
- Tính chất cộng
- Phụ thuộc hệ quy chiếu

# Động năng của vật rắn: Bài toán phẳng

## Ví dụ mở đầu: Động năng của vật rắn quay quanh trục cố định

**Ví dụ:** Xét hệ hai chất điểm nối với nhau và với trục quay Oz cố định bởi các thanh cứng không khối lượng



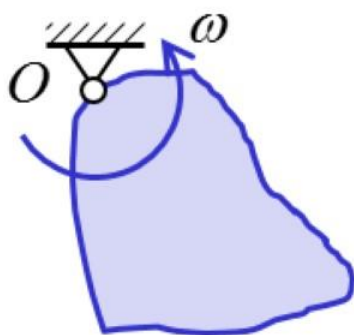
Quan hệ động học

$$\begin{cases} v_1 = r_1 \dot{\varphi} \\ v_2 = r_2 \dot{\varphi} \end{cases}$$

Động năng của hệ

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \dot{\varphi}^2 \\ &= \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) \dot{\varphi}^2 \\ &= \frac{1}{2} I_{Oz} \omega^2 \end{aligned}$$

Tổng quát:



$$I_{Oz} = \int_B r^2 dm$$

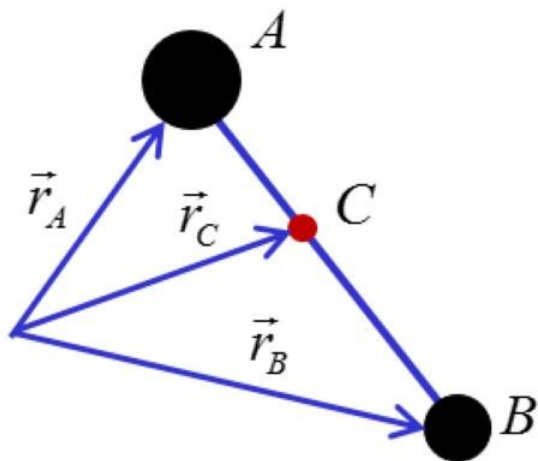
$$T = \frac{1}{2} I_{Oz} \omega^2$$



# Động năng của vật rắn: Bài toán phẳng

## Ví dụ mở đầu: Động năng của vật rắn chuyển động song phẳng (1)

**Ví dụ:** Xét hai chất điểm nối với nhau bởi một thanh cứng không khối lượng chuyển động trong một mặt phẳng.



Khối tâm của hệ ở C:

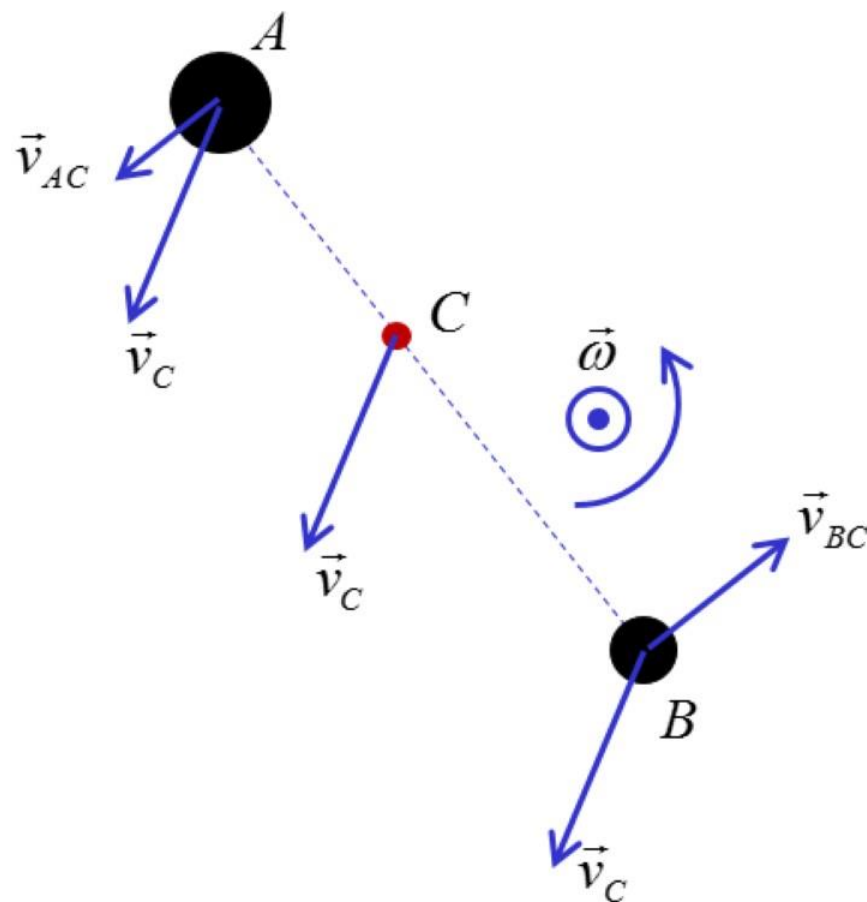
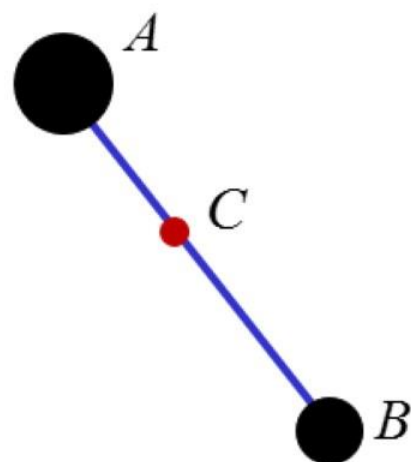
$$(m_A + m_B)\vec{r}_C = m_A\vec{r}_A + m_B\vec{r}_B$$

Chọn C làm gốc, suy ra:

$$m_A \overrightarrow{CA} + m_B \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

# Động năng của vật rắn: Bài toán phẳng

## Ví dụ mở đầu: Động năng của vật rắn chuyển động song phẳng (2)



### Quan hệ động học

Công thức liên hệ vận tốc:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_C + \vec{v}_{AC} = \vec{v}_C + \vec{\omega} \times \overrightarrow{CA}$$

Chú ý:

$$|\vec{\omega} \times \overrightarrow{CA}| = |\omega r_A|$$

Suy ra:

$$v_A^2 = (\vec{v}_C + \vec{v}_{AC})^2 = v_C^2 + \omega^2 r_A^2 + 2\vec{v}_C \cdot (\vec{\omega} \times \overrightarrow{CA})$$

$$v_B^2 = v_C^2 + \omega^2 r_B^2 + 2\vec{v}_C \cdot (\vec{\omega} \times \overrightarrow{CB})$$

# Động năng của vật rắn: Bài toán phẳng

## Ví dụ mở đầu: Động năng của vật rắn chuyển động song phẳng (3)

$$m_A \vec{CA} + m_B \vec{CB} = \vec{0} \quad (1)$$

$$v_A^2 = v_C^2 + \omega^2 r_A^2 + 2\vec{v}_C \cdot (\vec{\omega} \times \vec{CA}) \quad (2)$$

$$v_B^2 = v_C^2 + \omega^2 r_B^2 + 2\vec{v}_C \cdot (\vec{\omega} \times \vec{CB}) \quad (3)$$

Động năng của hệ

$$T = T_A + T_B$$

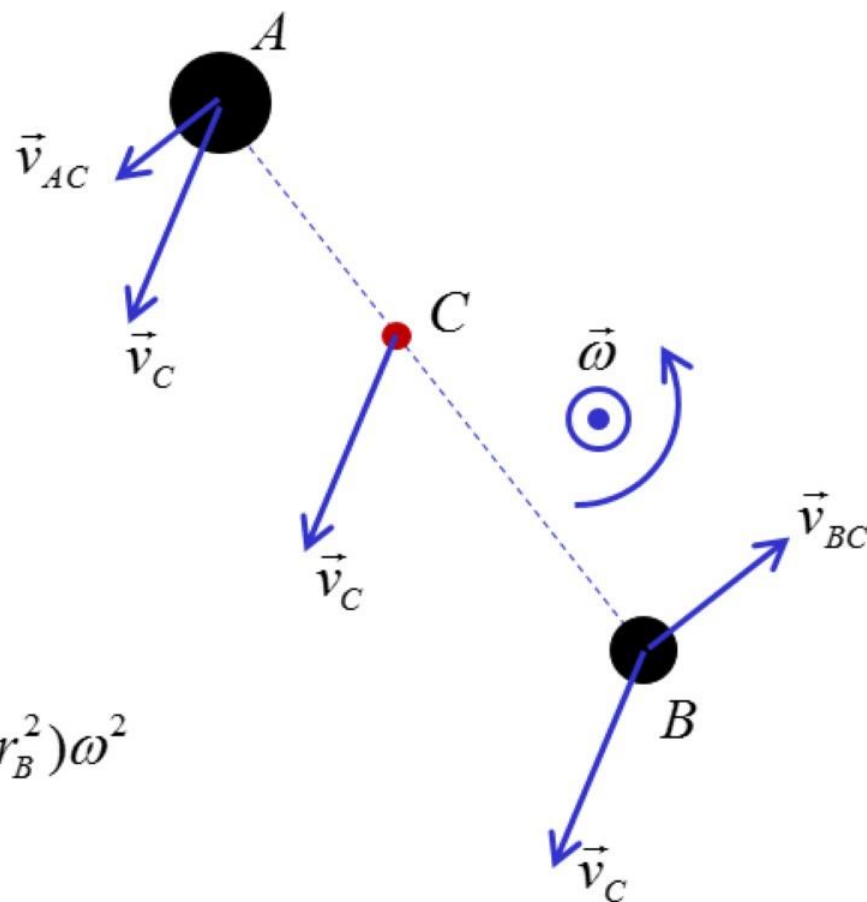
$$= \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$= \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_C^2 + \frac{1}{2} (m_A r_A^2 + m_B r_B^2) \omega^2$$

$$+ \vec{v}_C \cdot (\vec{\omega} \times (\cancel{m_A \vec{CA}} + \cancel{m_B \vec{CB}}))$$

Suy ra

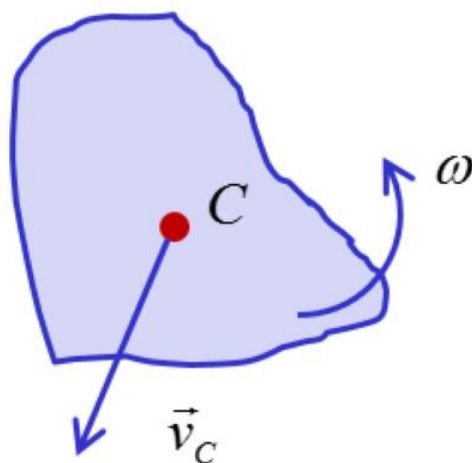
$$T = \frac{1}{2} m v_C^2 + \frac{1}{2} I_{Cz} \omega^2$$



# Động năng của vật rắn: Bài toán phẳng

## Động năng của vật rắn: Bài toán phẳng

Tổng quát



$$T = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}I_{Cz}\omega^2$$

Hệ nhiều vật

$$T_{\text{system}} = \sum T_k$$

Vật rắn chuyển động tịnh tiến

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

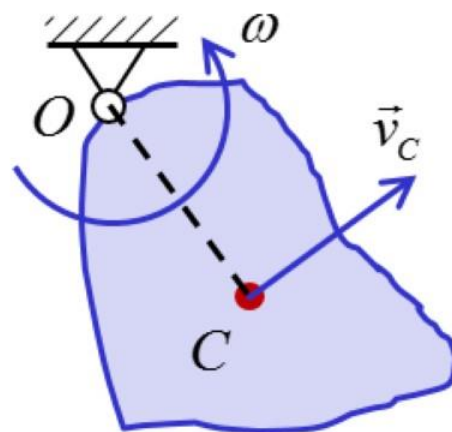
(đúng cả trong trường hợp CĐ tịnh tiến không gian)

Vật rắn quay quanh trục Oz cố định

$$T = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}I_{Cz}\omega^2$$

hoặc

$$T = \frac{1}{2}I_{Oz}\omega^2$$





# Động năng của vật rắn: Bài toán phẳng

## Các nội dung đã trình bày

### Minh họa cơ sở lý thuyết

- Slide 2: Nhắc lại: Phân loại chuyển động của vật rắn
- Slide 3: Nhắc lại: Động năng của chất điểm
- Slide 4: Ví dụ mở đầu: Động năng của vật rắn quay quanh trục cố định
- Slide 5-7: Ví dụ mở đầu: Động năng của vật rắn CĐ song phẳng

### Công thức cần nhớ

- Slide 8: Động năng của vật rắn: Bài toán phẳng