

Lực – Gia tốc: Phương trình chuyển động khối tâm

Nguyễn Thái Minh Tuấn
Bộ môn Cơ học ứng dụng
C3-307, 307B, 308
Đại học Bách khoa Hà nội

Lực – Gia tốc: Phương trình chuyển động khối tâm

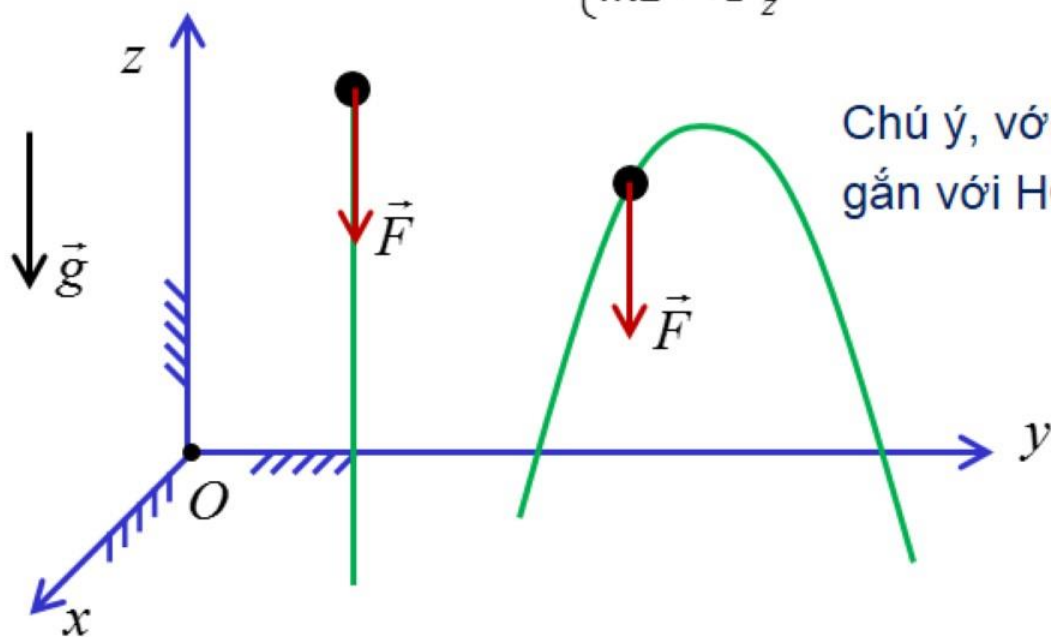
Định luật 2 Newton: Lực – Gia tốc cho chất điểm

Xét chuyển động của **một chất điểm** trong một **HQC quán tính**

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

Chiếu lên các trục tọa độ Descartes:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \bar{F}_x \\ m\ddot{y} = \bar{F}_y \\ m\ddot{z} = \bar{F}_z \end{cases}$$



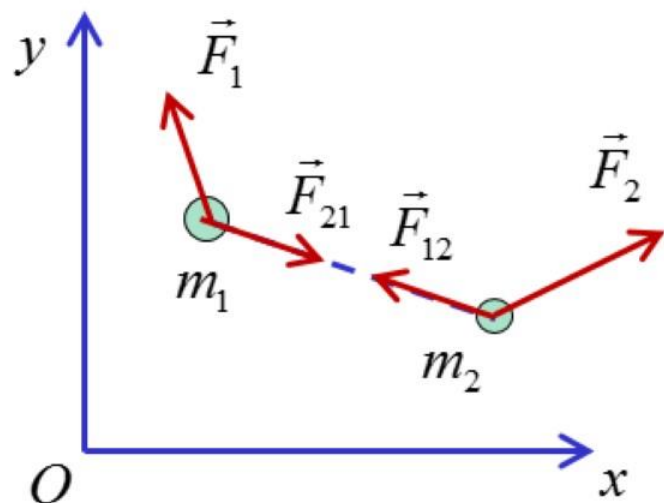
Chú ý, với hệ trục Descartes gắn với HQC quán tính:

$$\bar{a}_{Cx} \equiv \ddot{x}_C$$

Lực – Gia tốc: Phương trình chuyển động khối tâm

Ví dụ mở đầu: Hệ hai chất điểm

Xét chuyển động của hai chất điểm có tương tác với nhau



Phương trình cho từng điểm:

$$m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_{21}$$

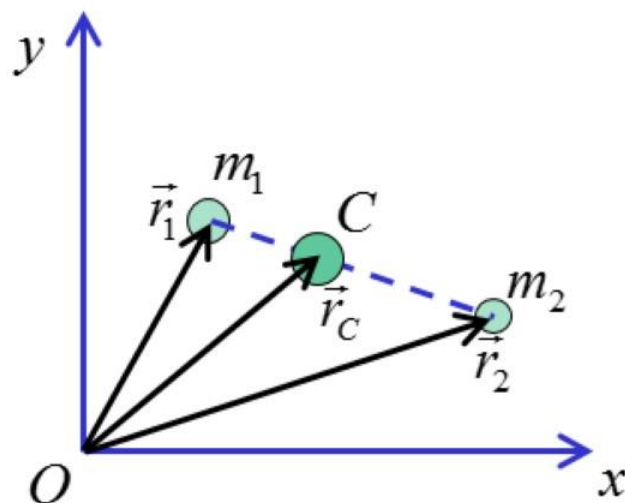
$$m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_{12}$$

Suy ra

$$m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Biểu thức vị trí khối tâm của hệ:

$$(m_1 + m_2) \vec{r}_C = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2$$



Đạo hàm theo thời gian hai lần:

$$(m_1 + m_2) \vec{a}_C = m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2$$

Phương trình chuyển động khối tâm

$$(m_1 + m_2) \vec{a}_C = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

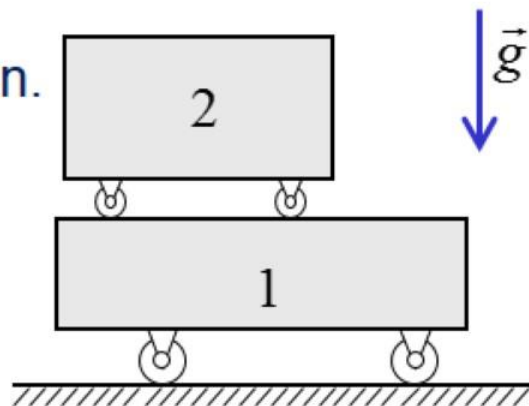
$$(\Sigma m) \vec{a}_C = \Sigma \vec{F}^e$$

Lực – Gia tốc: Phương trình chuyển động khối tâm

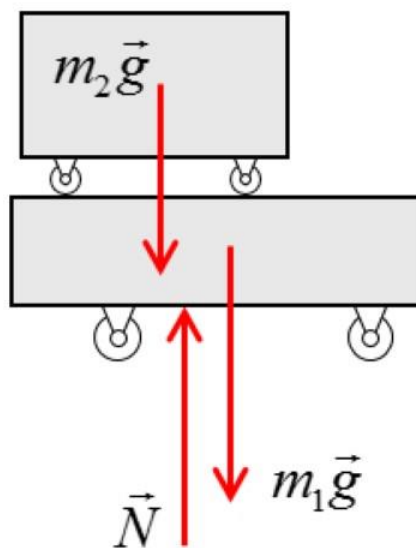
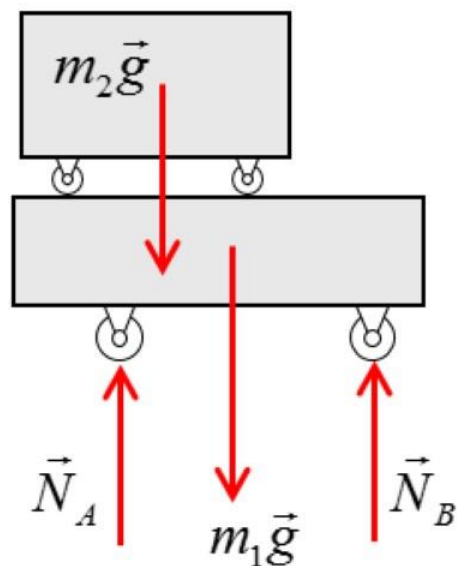
Vẽ Sơ đồ vật thể tự do để xác định hệ Ngoại lực – Ví dụ (1)

Ví dụ:

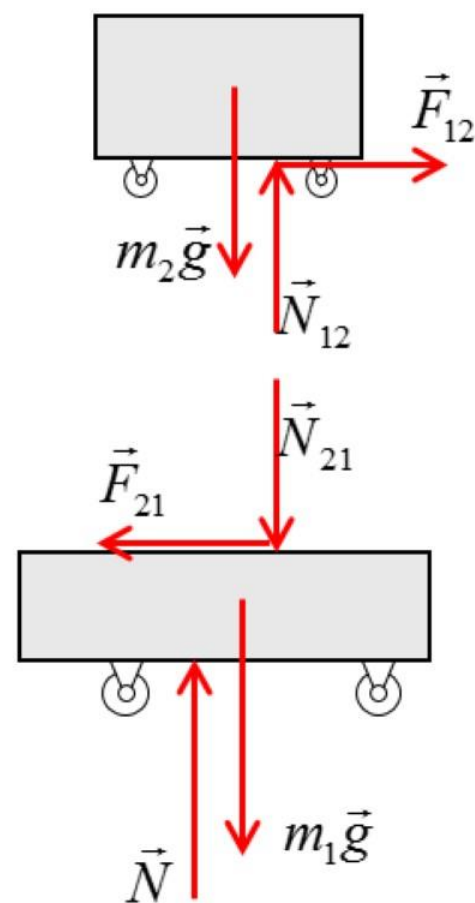
Bỏ qua ma sát với nền.



Xét hệ hai vật:



Xét riêng từng vật:

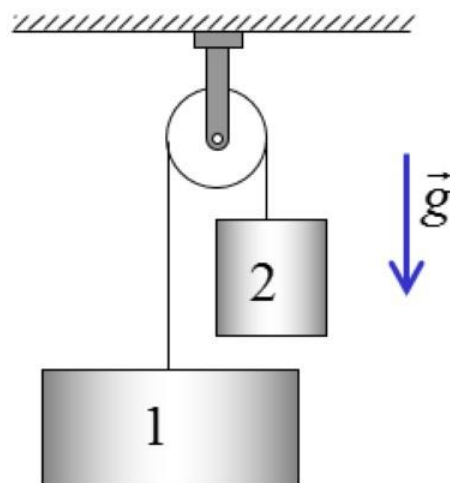


Lực – Gia tốc: Phương trình chuyển động khối tâm

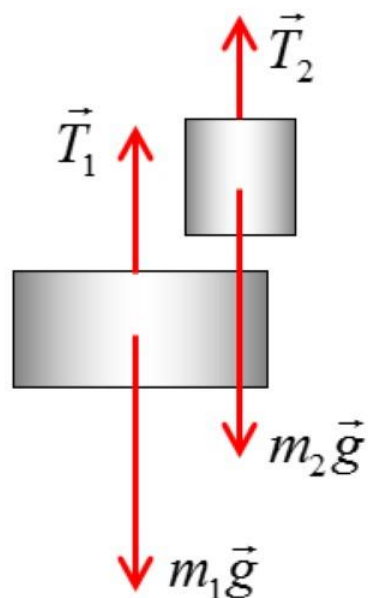
Vẽ Sơ đồ vật thể tự do để xác định hệ Ngoại lực – Ví dụ (2)

Ví dụ:

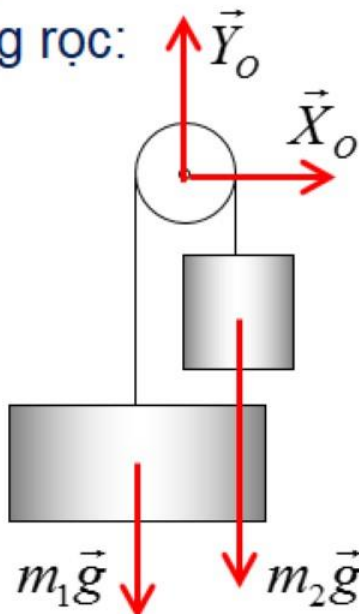
Bỏ qua ma sát.



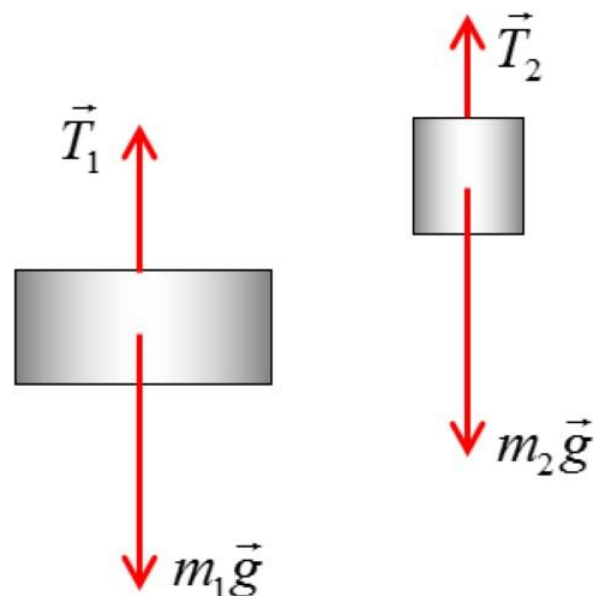
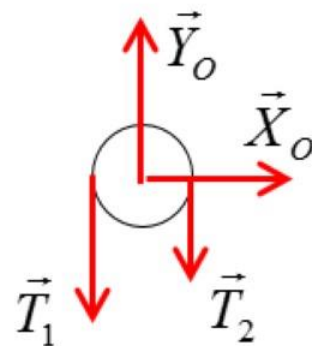
Xét hệ hai chất điểm:



Xét hệ hai chất điểm và ròng rọc:



Xét riêng từng vật:



Chú ý: $T_i \neq m_i g$

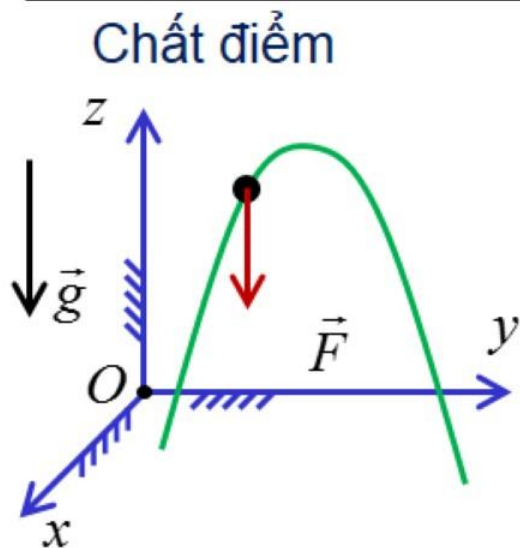
Lực – Gia tốc: Phương trình chuyển động khối tâm

Phương trình chuyển động khối tâm

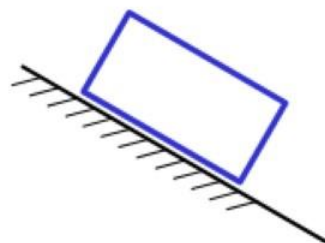
$$m\vec{a}_C = \Sigma \vec{F}^e$$

Đúng cho mọi hệ kỹ thuật thông thường.

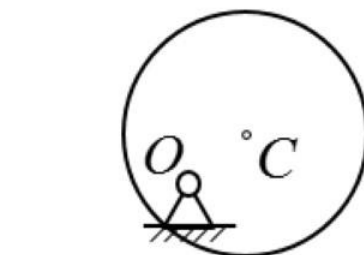
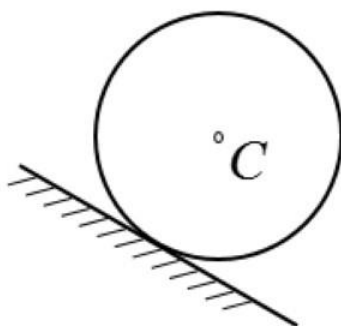
Vật rắn chuyển động quay quanh trục cố định



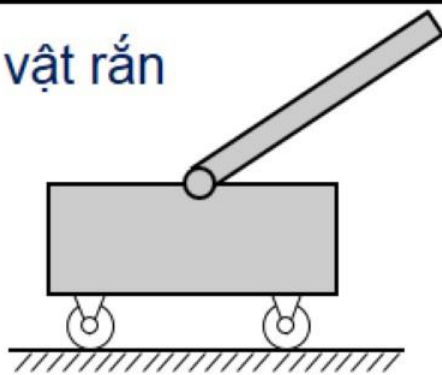
Vật rắn chuyển động tịnh tiến



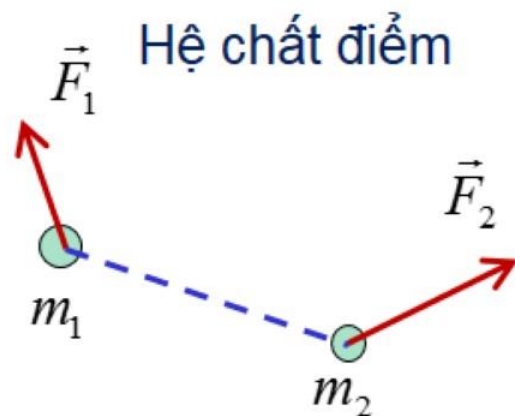
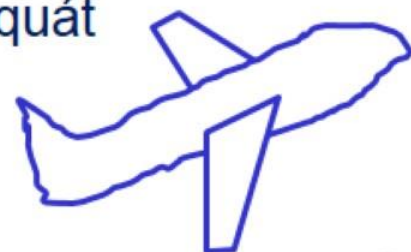
Vật rắn chuyển động song phẳng



Hệ vật rắn



Vật rắn chuyển động tổng quát



Lực – Gia tốc: Phương trình chuyển động khối tâm

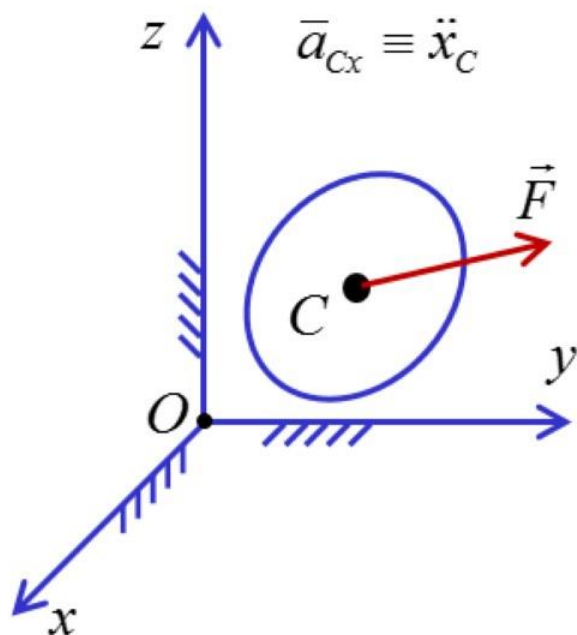
Phương trình chiếu lên hệ tọa độ Descartes gắn với HQC quán tính

$$m\vec{a}_C = \Sigma \vec{F}^e$$

Chiếu lên các trục của **hệ tọa độ Descartes** gắn với một **hệ quy chiếu quán tính**:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_C = \Sigma \bar{F}_x^e \\ m\ddot{y}_C = \Sigma \bar{F}_y^e \\ m\ddot{z}_C = \Sigma \bar{F}_z^e \end{cases}$$

Còn gọi là **các phương trình Newton**.



Xác định về trái

Phương pháp vẽ và chiếu

Phương pháp giải tích

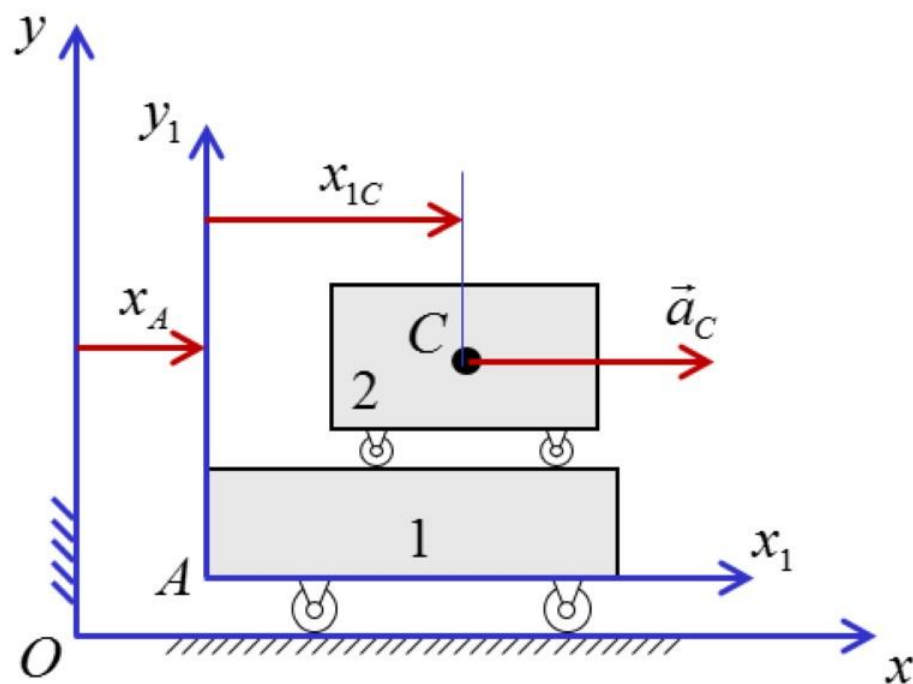
$$\begin{cases} x_C = x_C(t, \mathbf{q}) \\ y_C = y_C(t, \mathbf{q}) \\ z_C = z_C(t, \mathbf{q}) \end{cases}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_C \\ \ddot{y}_C \\ \ddot{z}_C \end{cases}$$

Lực – Gia tốc: Phương trình chuyển động khối tâm

Chú ý khi chiếu gia tốc lên hệ trục chuyển động

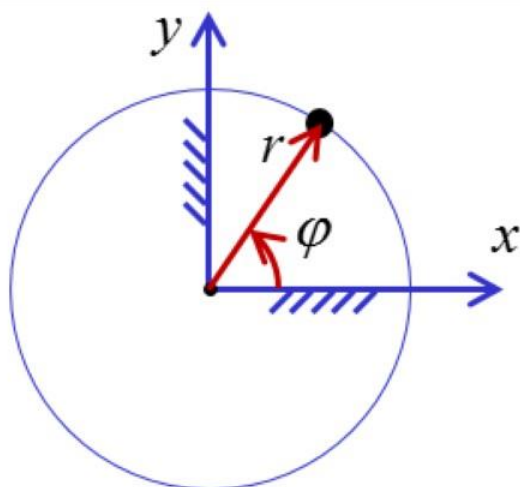


$$\bar{a}_{Cx_1} \neq \ddot{x}_{1C}$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x_A \\ x_{1C} \end{bmatrix}$$

$$x_C = x_A + x_{1C}$$

$$\bar{a}_{Cx_1} = \bar{a}_{Cx} = \ddot{x}_C = \ddot{x}_A + \ddot{x}_{1C}$$



$$\bar{a}_r \neq \ddot{r}$$

Lực – Gia tốc: Phương trình chuyển động khối tâm

Bảo toàn vận tốc khối tâm

Nếu tổng vector các ngoại lực tác dụng vào hệ bằng không:

$$\vec{a}_C = \vec{0}$$

Nguyên hàm theo thời gian, suy ra vector vận tốc khối tâm được bảo toàn:

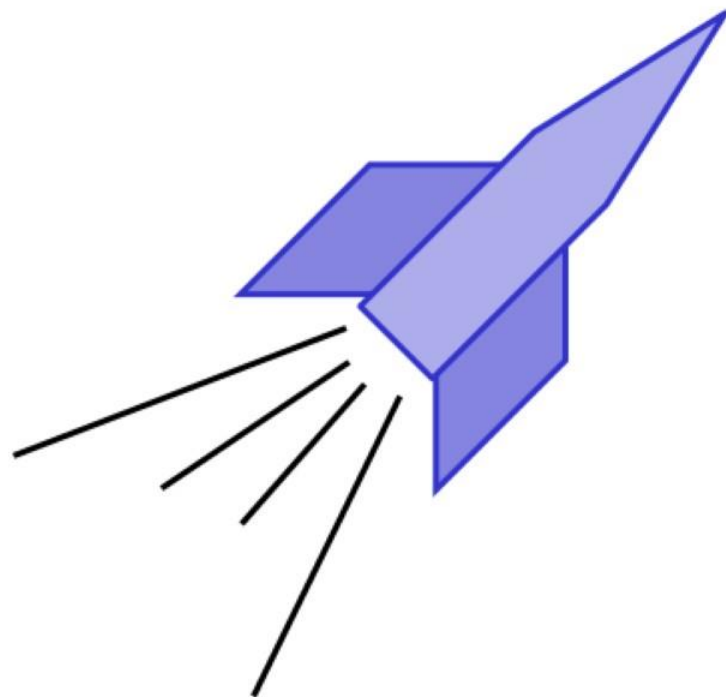
$$\vec{v}_C = \overrightarrow{const}$$

Nếu ban đầu vận tốc khối tâm bằng 0:

$$\vec{v}_C = \vec{0}$$

Nguyên hàm theo thời gian, suy ra vị trí khối tâm được bảo toàn:

$$\vec{r}_C = \overrightarrow{const}$$

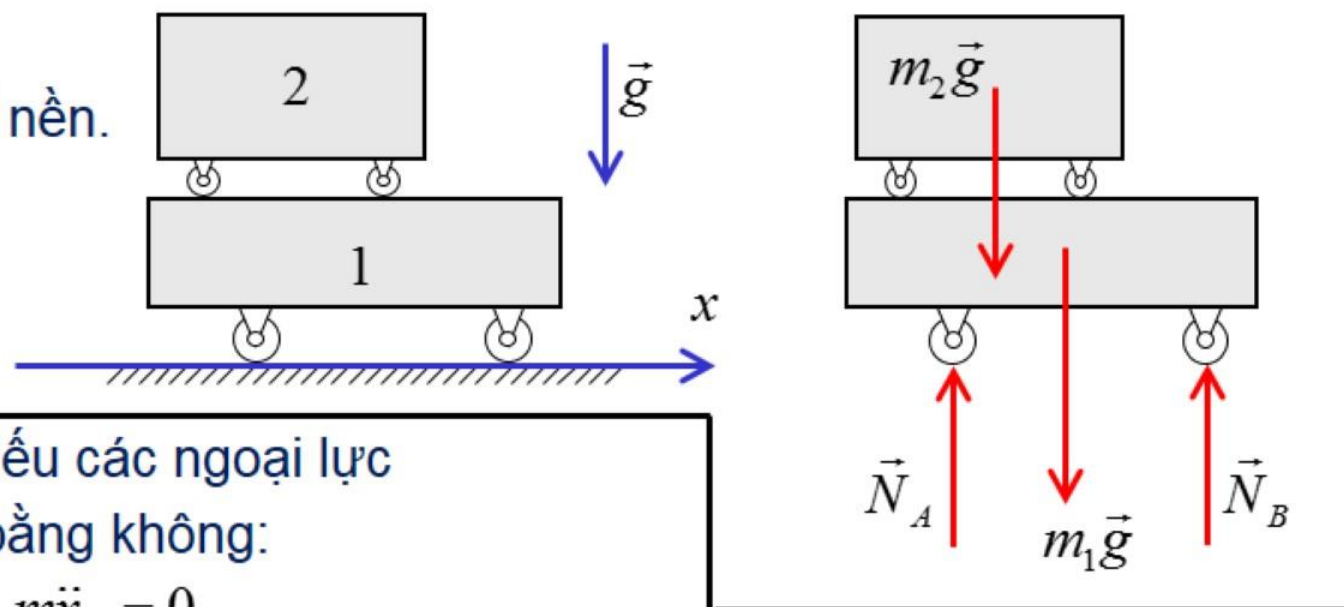


Lực – Gia tốc: Phương trình chuyển động khối tâm

Bảo toàn vận tốc khối tâm theo một phương

Ví dụ:

Bỏ qua ma sát với nền.



Nếu tổng hình chiếu các ngoại lực
lên một phương bằng không:

$$m\ddot{x}_C = 0$$

Nguyên hàm theo thời gian, suy ra vận tốc khối tâm được bảo toàn
theo phương đó:

$$\dot{x}_C = \text{const}$$

Nếu ban đầu vận tốc khối tâm theo phương đó bằng 0:

$$\dot{x}_C = 0$$

Nguyên hàm theo thời gian, suy ra tọa độ khối tâm được bảo toàn:

$$x_C = \text{const}$$

Lực – Gia tốc: Phương trình chuyển động khối tâm

Các nội dung đã trình bày

- Slide 2: Định luật 2 Newton: Lực – Gia tốc cho chất điểm
- Slide 3: Ví dụ mở đầu: Hệ hai chất điểm
- Slide 4-5: Vẽ Sơ đồ vật thể tự do để xác định hệ Ngoại lực – Ví dụ
- Slide 6: Phương trình chuyển động khối tâm
- Slide 7: Phương trình chuyển động khối tâm trong hệ tọa độ Descartes
- Slide 8: Chú ý khi chiếu gia tốc lên hệ trục chuyển động
- Slide 9: Bảo toàn vận tốc khối tâm
- Slide 10: Bảo toàn vận tốc khối tâm theo một phương