



ĐẠI HỌC



BÁCH KHOA

CƠ HỌC KỸ THUẬT

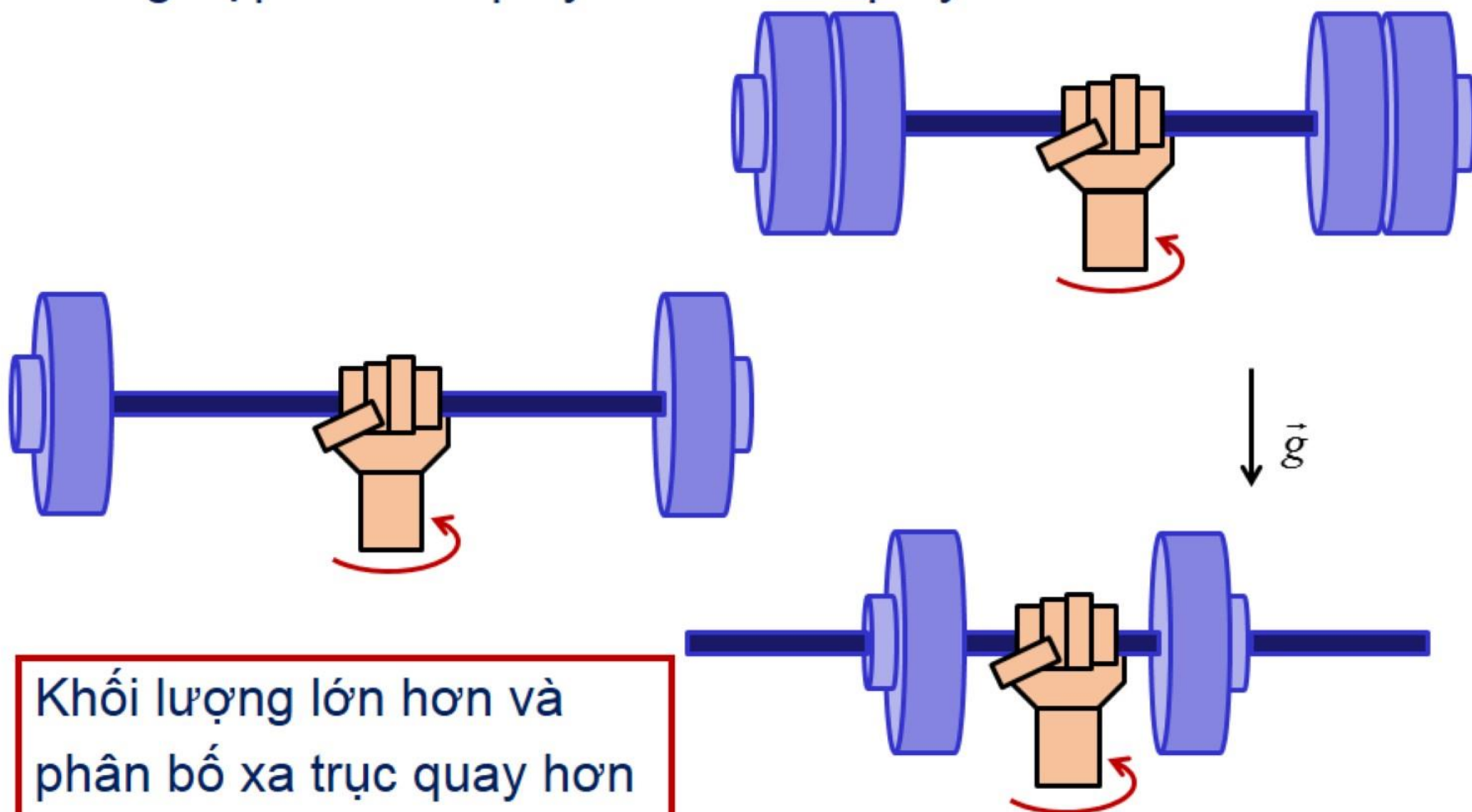
Moment quán tính khối – Bài toán phẳng

Nguyễn Thái Minh Tuấn
Bộ môn Cơ học ứng dụng
C3-307, 307B, 308
Đại học Bách khoa Hà nội

Moment quán tính khối – Bài toán phẳng

Thí nghiệm mở đầu 1

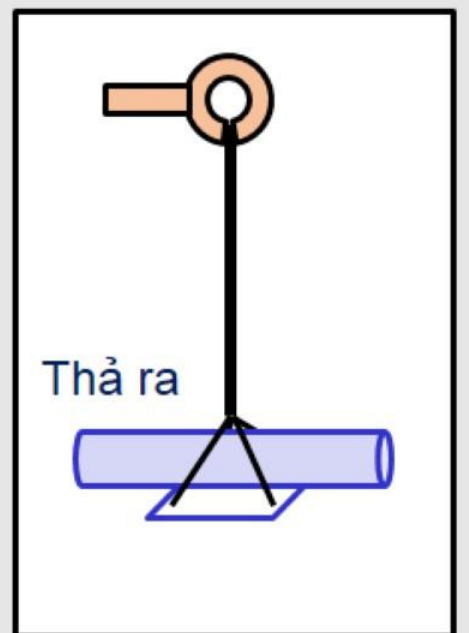
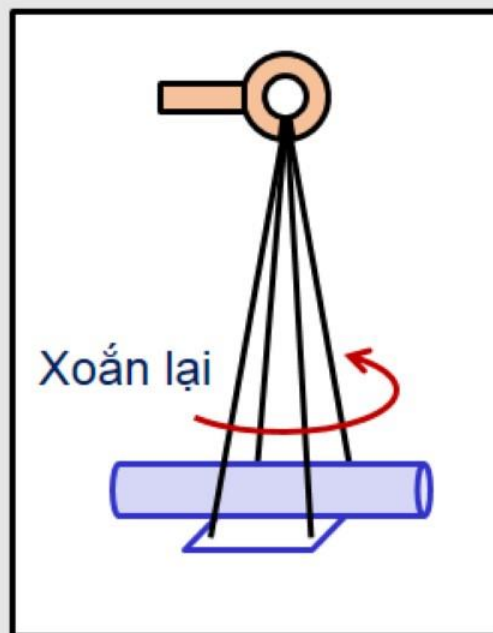
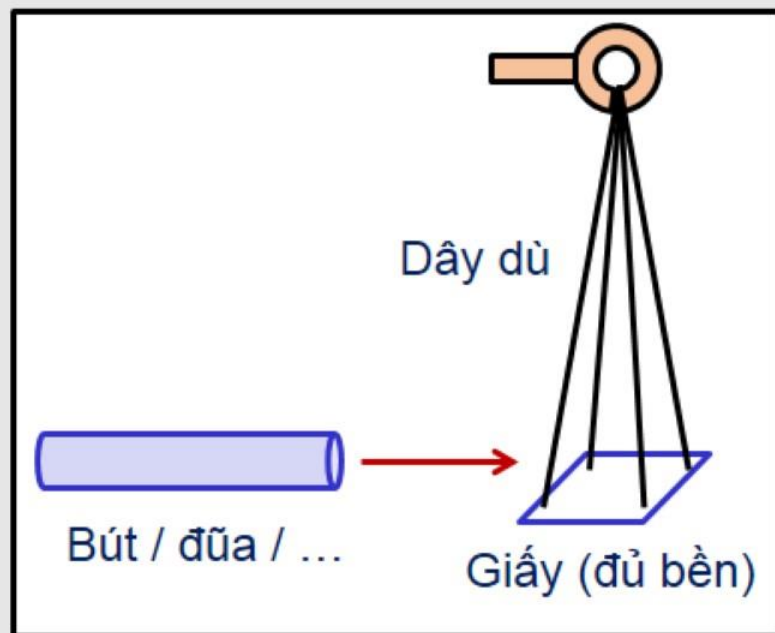
Trường hợp nào dễ quay nhất? khó quay nhất?



Khối lượng lớn hơn và
phân bố xa trục quay hơn
 \Rightarrow "Sức ì góc" lớn hơn!

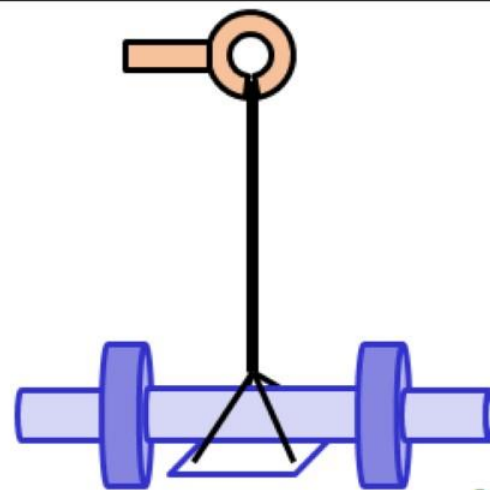
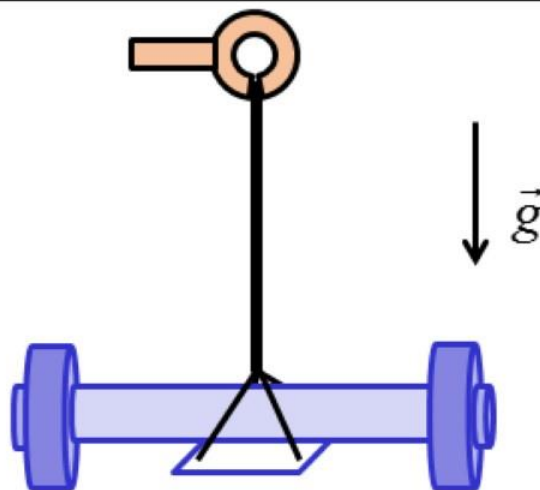
Moment quán tính khối – Bài toán phẳng

Thí nghiệm mở đầu 2



Trường hợp nào quay nhanh hơn?

Khối lượng phân bố xa trục quay
=> "Sức ì góc" lớn!

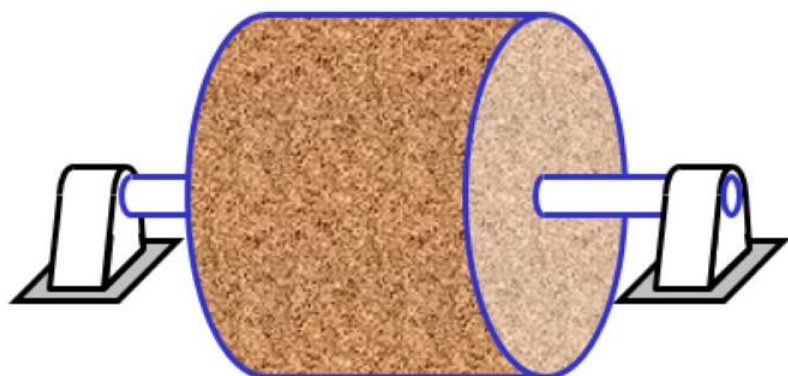


Moment quán tính khối – Bài toán phẳng

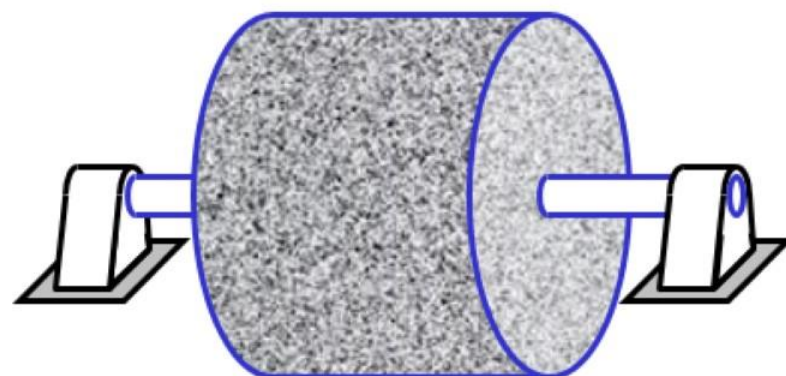
Thí nghiệm mở đầu 3

“Sức ì góc” lớn hơn \Leftrightarrow Khó thay đổi vận tốc góc hơn

Gỗ



Đá



Cùng vận tốc ban đầu như nhau

Trường hợp nào quay lâu hơn?

Hai hình đồng dạng: Khối lượng lớn hơn, “sức ì góc” lớn hơn

Moment quán tính khối – Bài toán phẳng

Khối lượng và moment quán tính khối

Định luật 2 Newton: $\vec{F} = m\vec{a}$ (chất điểm, vật cứng tịnh tiến)

m tăng, a giảm \Rightarrow khối lượng là sức ì

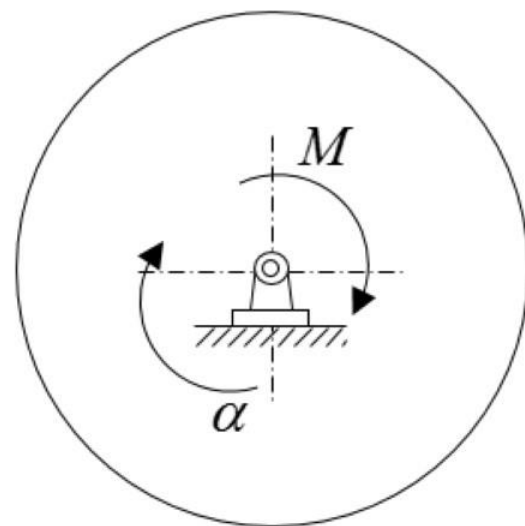
Đối với vật quay quanh trục cố định:

Moment quán tính khối là "sức ì góc"

$$M = J\alpha$$

J tăng, α giảm và ngược lại.

Ký hiệu khác: I (Moment of Inertia)



Moment quán tính khối – Bài toán phẳng

Ứng dụng đơn giản: Bánh đà



Bàn xoay làm gốm

Wikipedia: Potter's wheel



Landini VL30 tractor

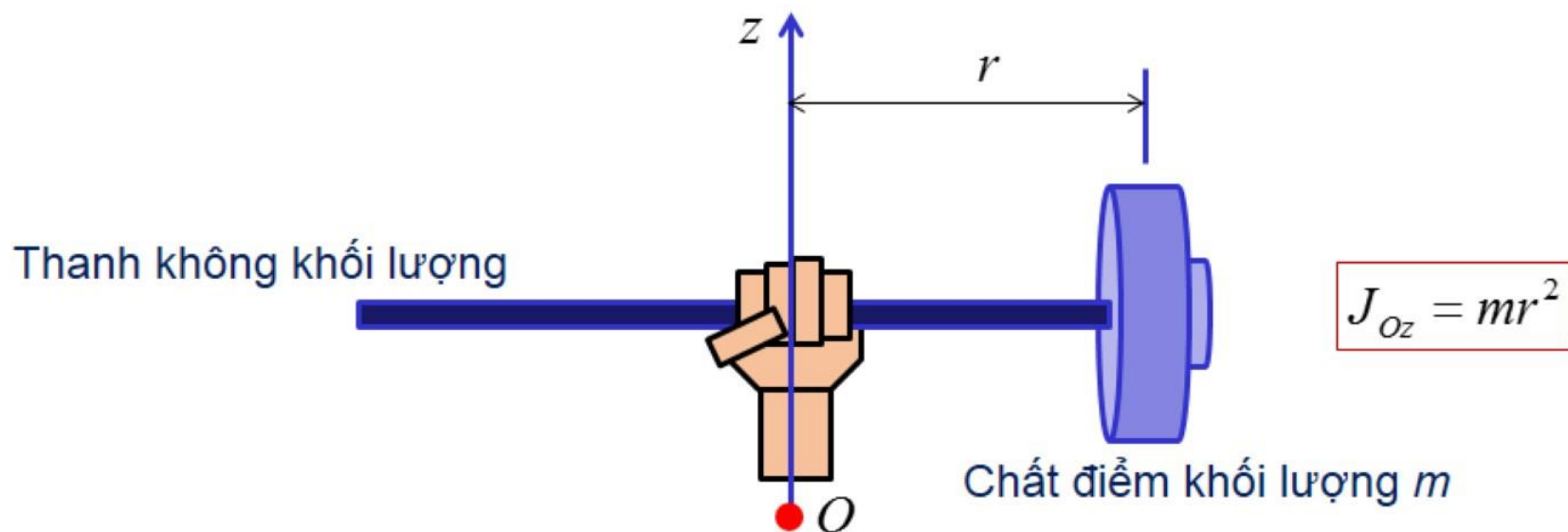
Wikipedia: Flywheel



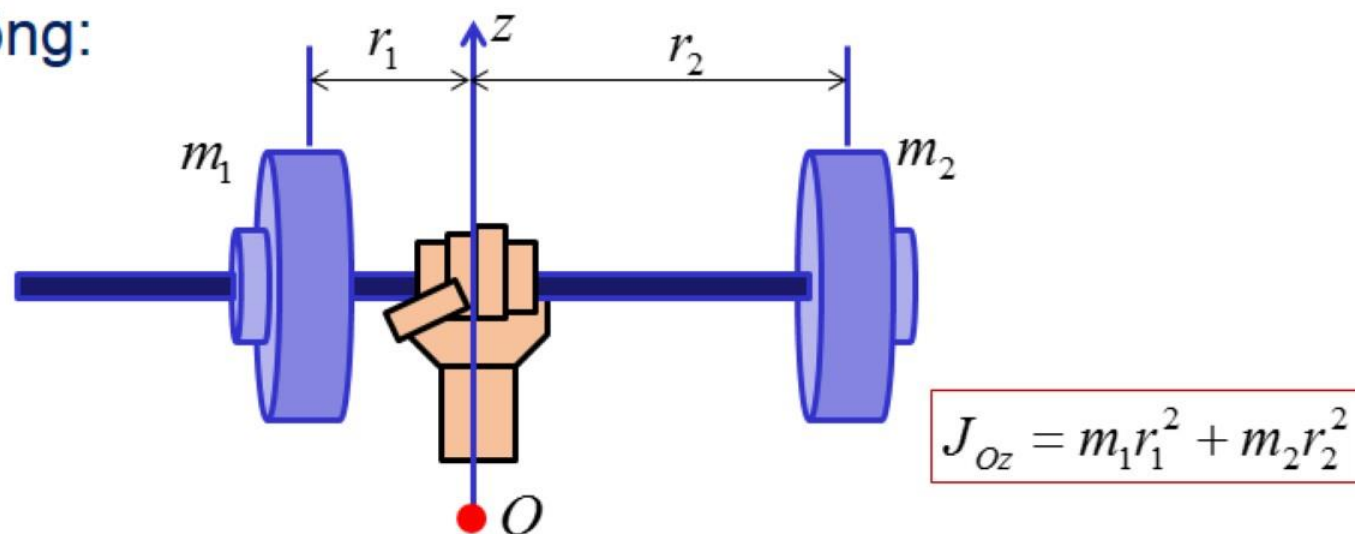
NASA G2 flywheel

Moment quán tính khối – Bài toán phẳng

Moment quán tính khối – Trường hợp chất điểm



Tính chất cộng:



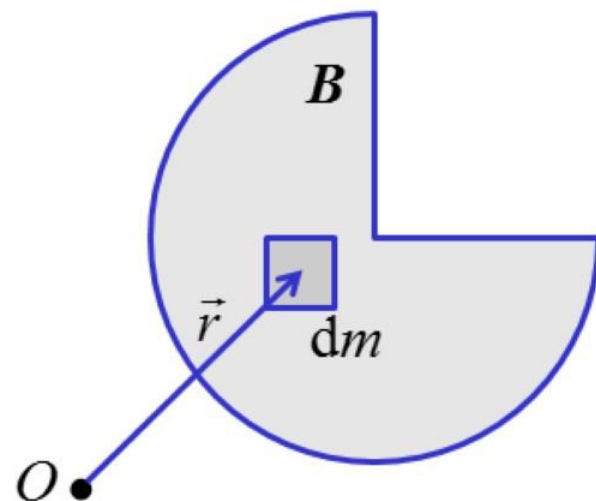
Moment quán tính khối – Bài toán phẳng

Công thức tích phân

Moment quán tính khối của **vật rắn phẳng B**

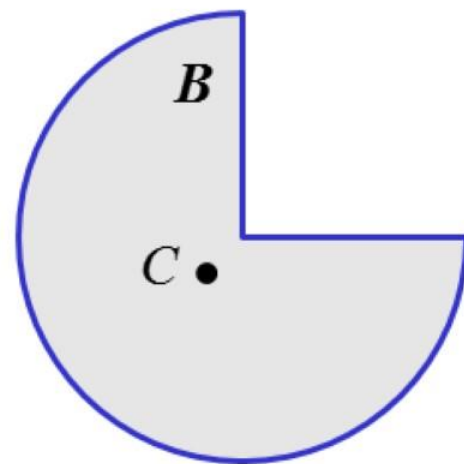
đối với **trục đi qua O** và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ

$$J_{Oz} = \int_B r^2 dm$$



Trường hợp rất hay sử dụng: trục đi qua khối tâm

$$J_{Cz} = \min(J_{Oz})$$



Thứ nguyên: [Khối lượng] \times [Chiều dài]²

Các phần mềm vẽ 3D đều tự động tính toán được!

Moment quán tính khối – Bài toán phẳng

Bán kính quán tính

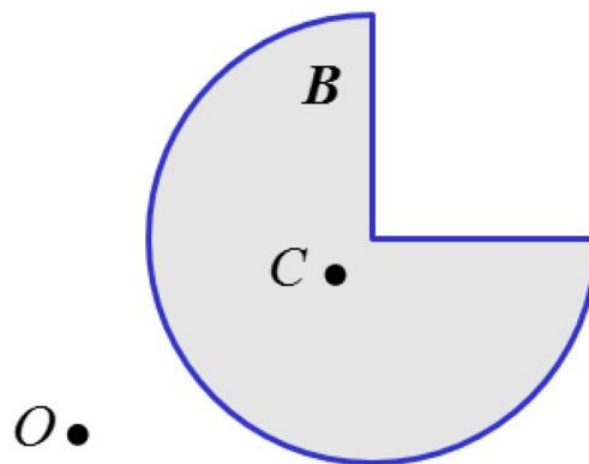
Bán kính quán tính cũng cần được xác định đối với **một** trục cụ thể

$$\rho_{Oz} = \sqrt{\frac{J_{Oz}}{m}}$$

Hoặc

$$\rho_{Cz} = \sqrt{\frac{J_{Cz}}{m}}$$

Thứ nguyên: [Chiều dài]



Nhắc lại:

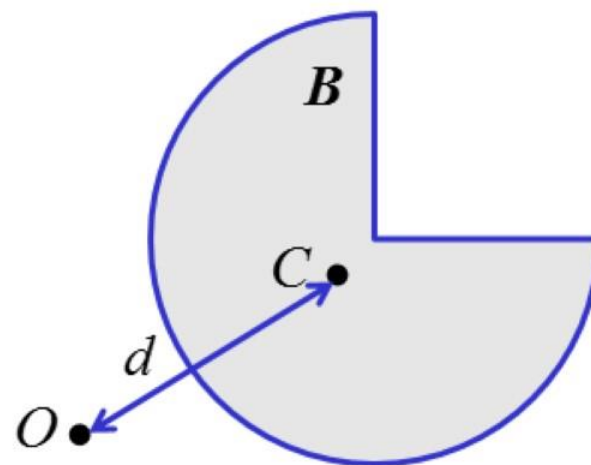
$$J_{Oz} = \int_B r^2 dm$$

Thứ nguyên: [Khối lượng] \times [Chiều dài]²

Định lý Huygens-Steiner

C: khối tâm

$$J_{Oz} = J_{Cz} + md^2$$



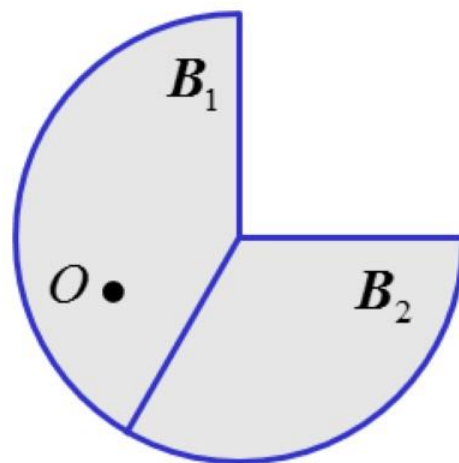
Moment quán tính khối – Bài toán phẳng

Tính chất cộng của moment quán tính khối

Moment đối với cùng một trục:

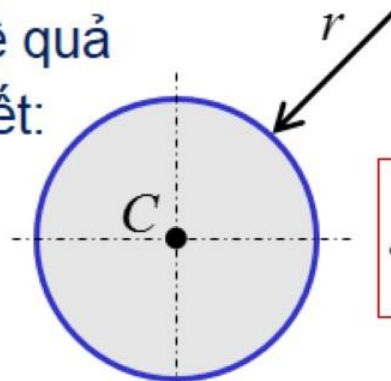
$$J_B = J_{B_1} + J_{B_2}$$

Suy ra trực tiếp từ công thức tích phân.



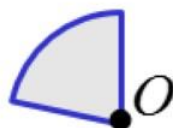
Hệ quả

Biết:



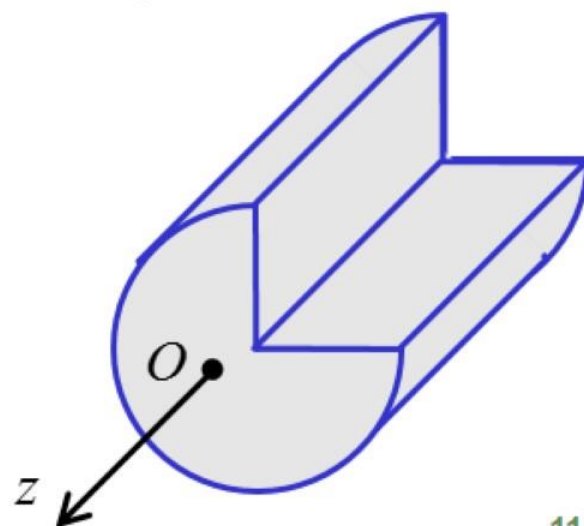
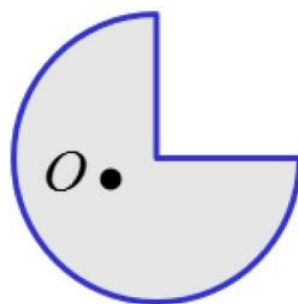
$$J_{Cz} = \frac{1}{2}mr^2$$

Chứng minh:



$$J_{Oz} = \frac{1}{2}mr^2$$

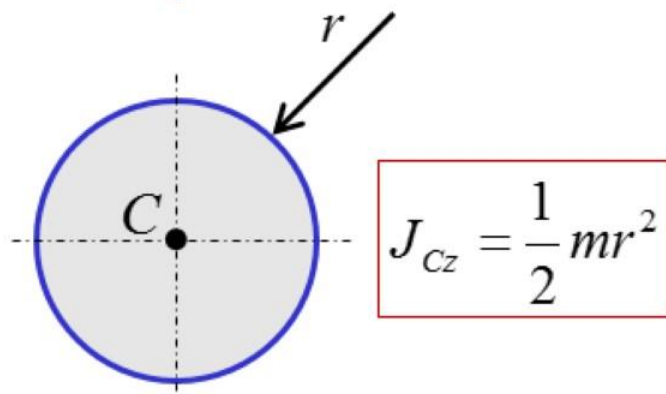
Hệ quả: tám và trụ đứng tương ứng có cùng bán kính quán tính.



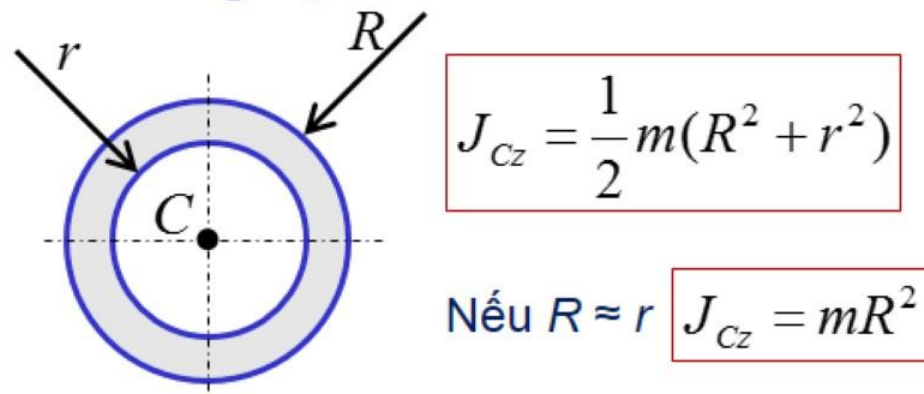
Moment quán tính khối – Bài toán phẳng

Moment quán tính khối một số hình đồng chất

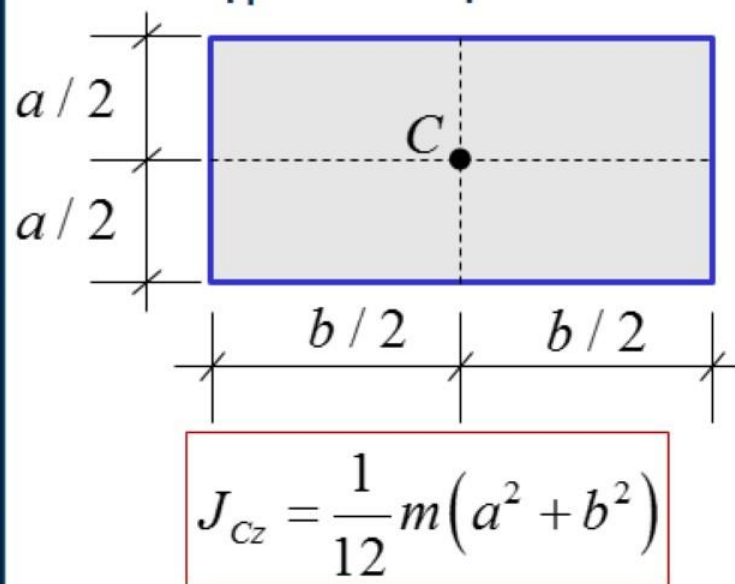
Hình trụ tròn / đĩa tròn



Hình ống trụ tròn



Hình hộp chữ nhật



Thanh thẳng mảnh và dài hoặc tấm chữ nhật mỏng

