

# PDE 作业

## 1 第一章

习题 1.1 利用 Gauss-Green 公式证明

1. 若  $u, v \in C^1(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$ , 则

$$\int_{\Omega} u_{x_i} v dx = - \int_{\Omega} u v_{x_i} dx + \int_{\Omega} u v n_i ds.$$

2. 若  $u \in C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$ , 则

$$\int_{\Omega} \Delta u dx = \int_{\partial\Omega} \frac{\partial u}{\partial n} ds.$$

3. 若  $u, v \in C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$ , 则

$$\int_{\Omega} u \Delta v - v \Delta u dx = \int_{\partial\Omega} u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} ds.$$

习题 1.2 将下列方程化为标准型.

1.  $\sum_{i=1}^n u_{x_i x_i} + \sum_{1 \leq j < k \leq n} u_{x_i x_j} = 0.$

2.  $u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} = 0.$