

数理统计编程作业

习题 1. 假设 X_1, \dots, X_n 是来自总体 X 的随机样本, $X \sim \chi^2(k)$.

(1) 求样本均值 \bar{X} 的密度函数.

(2) 求样本均值的渐进分布.

(3) 通过编程比较, 在不同样本量下, 样本均值的密度函数和其渐进分布的密度函数图像.

结果. 代码如下:

```
1 %第一题
2 clear;clc;
3 k=6;n=5;
4 x=0:.1:15;
5 y=(1/2)^(n*k/2)/gamma(n*k/2)*(n.*x).^(n*k/2-1).*exp(-n*x/2)*n;
6 plot(x,y);
7 hold on;
8 yasym=normpdf(x,k,sqrt(2*k/n));
9 plot(x,yasym);
10 legend('样本均值n=5','渐进分布');
```

图像如图:

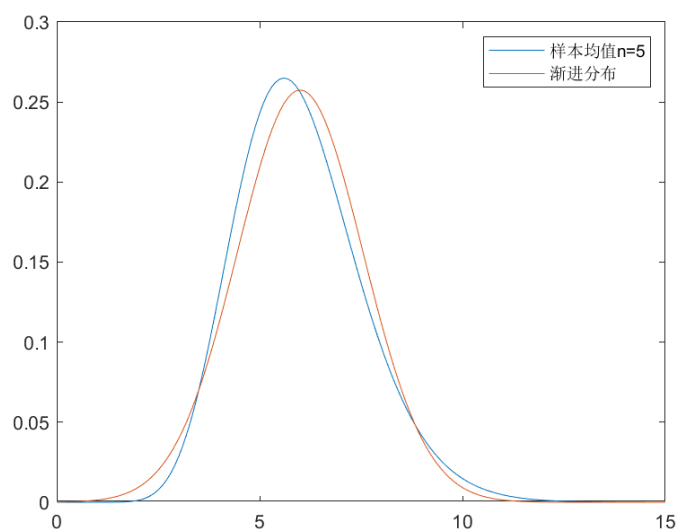


图 1: 第一题图

习题 2. 在一个图上画出标准正态分布的密度曲线和 $t(1)$, $t(3)$, $t(30)$, $t(100)$ 的密度曲线.

结果. 代码:

```
1 %第二题
2 clear;clc;
3 x=-10:.1:10;
4 y1=normpdf(x);%标准正态分布
5 y2=tpdf(x,1);%t(1)分布
6 y3=tpdf(x,3);%t(3)分布
7 y4=tpdf(x,30);%t(30)分布
8 y5=tpdf(x,100);%t(100)分布
9 plot(x,y1);
10 hold on;
11 plot(x,y2);
12 plot(x,y3);
13 plot(x,y4);
14 plot(x,y5);
15 legend('标准正态分布','t=1','t=3','t=30','t=100');
16 hold off;
```

图像:

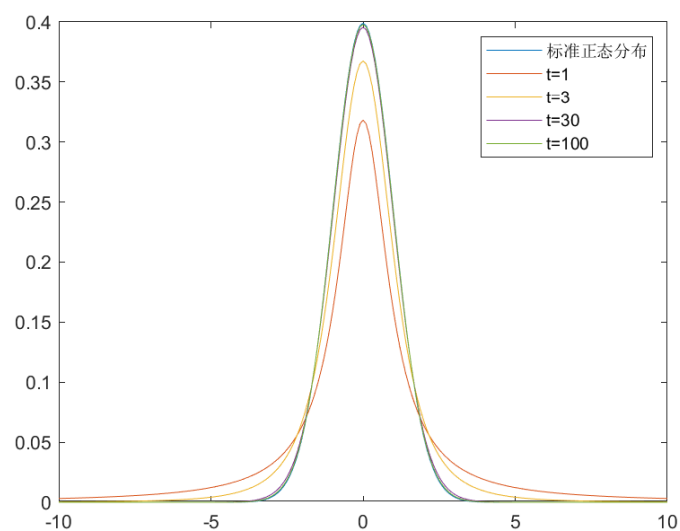


图 2: 第二题图

习题 3. 令 X_1, \dots, X_n 是来自均匀分布 $U[\mu - \sqrt{3}\sigma, \mu + \sqrt{3}\sigma]$ 的随机样本, 其中 $-\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$. 编程比较 μ 的矩估计和极大似然估计的偏, 方差和均方误差.

结果. 代码:

```

1 %第三题
2 clear;clc;
3 mu=0;sigma=2;
4 size=[1,1000];
5 a=mu-sqrt(sigma);b=mu+sqrt(sigma);
6 meanx=(a+b)/2;varx=(b-a)^2/12;
7 momentsampleset=zeros(1,100);
8 mlesampleset=zeros(1,100);
9 for k=1:100
10     r=unifrnd(a,b,size);%选取随机样本
11     momentsampleset(1,k)=mean(r);%样本矩估计
12     mlesampleset(1,k)=unifit(r);%样本MLE
13 end
14 momentbias=meanx-mean(momentsampleset)%矩估计的偏
15 momentvar=var(momentsampleset)%矩估计的方差
16 momentmse=moment(momentsampleset-meanx*ones(1,100),2)
17     %矩估计的MSE
18 mlebias=meanx-mean(mlesampleset)%极大似然估计的偏
19 mlevar=var(mlesampleset)%极大似然估计的方差
20 mlemse=moment(mlesampleset-meanx*ones(1,100),2)
21     %极大似然估计的MSE

```

结果:

```

1
2 momentbias =
3
4     0.0022

```

```
5
6
7 momentvar =
8
9     7.3353e-04
10
11
12 momentmse =
13
14     7.2620e-04
15
16
17 mlebias =
18
19     1.4113
20
21
22 mlevar =
23
24     9.1934e-06
25
26
27 mlemse =
28
29     9.1015e-06
```