

问题: 是否存在 \mathbb{R} 上的开集 A , 使得 $m(\partial A) > 0$?

感觉有问题的一个例子: 首先先取开区间 $(0, 1)$, 类似于构造类 Cantor 集, 以中点 $\frac{1}{2}$ 半径 $\frac{1}{4}$ 去掉一个闭区间, 得到两个开区间; 然后再在剩余两个开区间的中点以 $\frac{1}{16}$ 为半径去掉两个闭区间, 以此类推. 最后得到的集合记为 A , A 无内点, 那么 $A \subseteq \partial A$, 而且

$$m(A^c) = \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{16} \times 2 + \frac{1}{64} \times 4 + \cdots = \frac{1}{2}.$$

那么 $m(\partial A) > \frac{1}{2} > 0$.