

数理统计作业

习题 1 如果 X_1, \dots, X_n 是来自 $N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本, 求样本标准差

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \tilde{X})^2}{n-1}}$$

的期望和方差.

习题 2 如果 X_1, \dots, x_n 是来自均匀分布总体 $U(0, 1)$ 的随机样本, 求

$$Y = \left(\prod_{i=1}^n X_i \right)^{-1/n}$$

的分布.

习题 3 设 X_1, X_2 是来自 $N(0, 1)$ 的随机样本,

(1) 求 $(X_2 - X_1)/\sqrt{2}$ 的分布.

(2) 求 $X_1^2 + X_2^2$ 的分布.

(3) 求 $(X_1 + X_2)^2/(X_2 - X_1)^2$ 的分布.

(4) 求 $(X_2 + X_1)/\sqrt{(X_1 - X_2)^2}$ 的分布.

(5) 求 X_1^2/X_2^2 的分布.

习题 4 设 X_1, \dots, X_n 是来自总体 X 的随机样本, $\mathbb{E}(X) = \mu$, 且 $\text{Var}(X) = 0.25$, 假设至少以 95% 的概率保证 $|\tilde{X} - \mu| < 0.01$, 问样本量 n 至少应取多大?

习题 5 如果 X 服从自由度为 m 和 n 的 F 分布,

(1) 求 $W = \frac{mX/n}{1+mX/n}$ 的分布.

(2) 根据 (1) 的结果, 计算 X 的期望和方差.