

## 线性调频（LFM）脉冲压缩雷达仿真

### 一. 雷达工作原理

雷达是 Radar (RADio Detection And Ranging) 的音译词, 意为“无线电检测和测距”, 即利用无线电波来检测目标并测定目标的位置, 这也是雷达设备在最初阶段的功能。典型的雷达系统如图 1.1, 它主要由发射机, 天线, 接收机, 数据处理, 定时控制, 显示等设备组成。利用雷达可以获知目标的有无, 目标斜距, 目标角位置, 目标相对速度等。现代高分辨雷达扩展了原始雷达概念, 使它具有对运动目标(飞机, 导弹等)和区域目标(地面等)成像和识别的能力。雷达的应用越来越广泛。

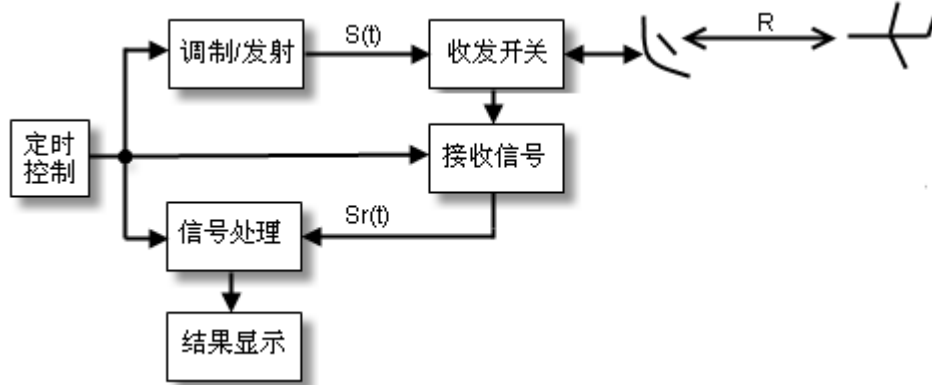


图 1.1: 简单脉冲雷达系统框图

雷达发射机的任务是产生符合要求的雷达波形 (Radar Waveform), 然后经馈线和收发开关由发射天线辐射出去, 遇到目标后, 电磁波一部分反射, 经接收天线和收发开关由接收机接收, 对雷达回波信号做适当的处理就可以获知目标的相关信息。

假设理想点目标与雷达的相对距离为  $R$ , 为了探测这个目标, 雷达发射信号  $s(t)$ , 电磁波以光速  $C$  向四周传播, 经过时间  $R/C$  后电磁波到达目标, 照射到目标上的电磁波可写成:  $s(t - \frac{R}{C})$ 。电磁波与目标相互作用, 一部分电磁波被目标散射, 被反射的电磁波为  $\sigma \cdot s(t - \frac{R}{C})$ , 其中  $\sigma$  为目标的雷达散射截面 (Radar Cross Section, 简称 RCS), 反映目标对电磁波的散射能力。再经过时间  $R/C$  后, 被雷达接收天线接收的信号为  $\sigma \cdot s(t - 2\frac{R}{C})$ 。

如果将雷达天线和目标看作一个系统, 便得到如图 1.2 的等效, 而且这是一个 LTI (线性时不变) 系统。

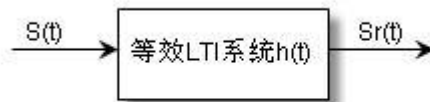


图 1.2: 雷达等效于 LTI 系统

等效 LTI 系统的冲击响应可写成:

$$h(t) = \sum_{i=1}^M \sigma_i \delta(t - \tau_i) \quad (1.1)$$

$M$  表示目标的个数,  $\sigma_i$  是目标散射特性,  $\tau_i$  是光速在雷达与目标之间往返一次的时间,

$$\tau_i = \frac{2R_i}{c} \quad (1.2)$$

式中,  $R_i$  为第  $i$  个目标与雷达的相对距离。

雷达发射信号  $s(t)$  经过该 LTI 系统, 得输出信号(即雷达的回波信号)  $s_r(t)$ :

回波信号

$$s_r(t) = s(t) * h(t) = s(t) * \sum_{i=1}^M \sigma_i \delta(t - \tau_i) = \sum_{i=1}^M \sigma_i s(t - \tau_i) \quad (1.3)$$

那么, 怎样从雷达回波信号  $s_r(t)$  提取出表征目标特性的  $\tau_i$  (表征相对距离) 和  $\sigma_i$  (表征目标反射特性) 呢? 常用的方法是让  $s_r(t)$  通过雷达发射信号  $s(t)$  的匹配滤波器, 如图 1.3。

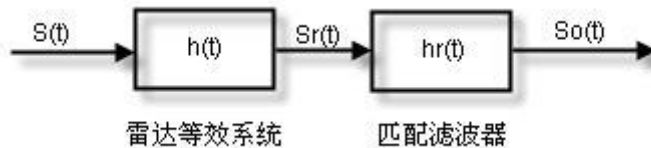


图 1.3: 雷达回波信号处理

$s(t)$  的匹配滤波器  $h_r(t)$  为:

$$h_r(t) = s^*(-t) \quad (1.4)$$

于是,

$$s_o(t) = s_r(t) * h_r(t) = s(t) * s^*(-t) * h(t) \quad (1.5)$$

对上式进行傅立叶变换:

$$S_o(j\omega) = S(j\omega) S^*(j\omega) H(j\omega) \quad (1.6)$$

$\Rightarrow |S(j\omega)|^2 H(j\omega) = k H(j\omega) \Rightarrow S_o(t) = k h(t)$

如果选取合适的  $s(t)$ , 使它的幅频特性  $|S(j\omega)|$  为常数, 那么 1.6 式可写为:

$$S_o(j\omega) = k H(j\omega) \quad (1.7)$$

其傅立叶反变换为:

$$s_o(t) = k h(t) = \sum_{i=1}^M \sigma_i s(t - \tau_i) \quad (1.8)$$

$s_o(t)$  中包含目标的特征信息  $\tau_i$  和  $\sigma_i$ 。从  $s_o(t)$  中可以得到目标的个数  $M$  和每个目标相对

雷达的距离:

$$R_i = \tau_i \frac{c}{2} \quad (1.9)$$

这也是线性调频 (LFM) 脉冲压缩雷达的工作原理。

## 二. 线性调频 (LFM) 信号

脉冲压缩雷达能同时提高雷达的作用距离和距离分辨率。这种体制采用宽脉冲发射以提高发射的平均功率, 保证足够大的作用距离; 而接受时采用相应的脉冲压缩算法获得窄脉冲, 以提高距离分辨率, 较好的解决雷达作用距离与距离分辨率之间的矛盾。

脉冲压缩雷达最常见的调制信号是线性调频 (Linear Frequency Modulation) 信号, 接收时采用匹配滤波器 (Matched Filter) 压缩脉冲。

LFM 信号 (也称 Chirp 信号) 的数学表达式为:

编码脉冲技术

啁啾

$$s(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) e^{j2\pi\left(f_c t + \frac{K}{2} t^2\right)}$$

指对脉冲进行编码时, 其载频在脉冲持续时间内线性地增加

式中  $f_c$  为载波频率,  $\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$  为矩形信号,

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1, & \left|\frac{t}{T}\right| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \quad (2.2)$$

$K = \frac{B}{T}$ , 是调频斜率, 于是, 信号的瞬时频率为  $f_c + Kt$  ( $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$ ), 如图 2.1

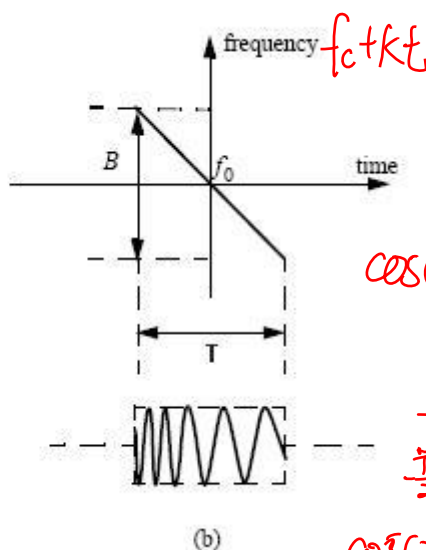
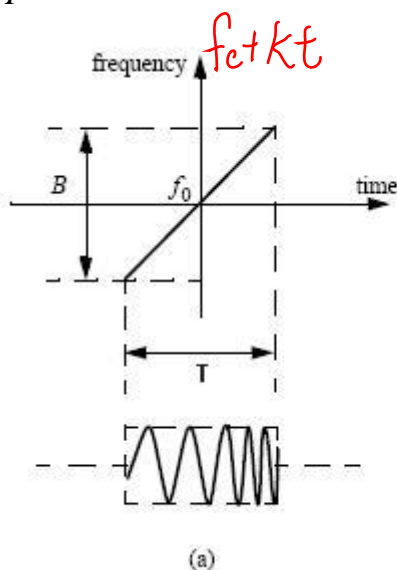


图 2.1 典型的 chirp 信号 (a) up-chirp ( $K > 0$ ) (b) down-chirp ( $K < 0$ )

将 2.1 式中的 up-chirp 信号重写为:

$$s(t) = S(t) e^{j2\pi f_c t}$$

式中,

$$S(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) e^{j\pi K t^2} \quad (2.4)$$

是信号  $s(t)$  的复包络。由傅立叶变换性质,  $S(t)$  与  $s(t)$  具有相同的幅频特性, 只是中心频率不同而以, 因此, Matlab 仿真时, 只需考虑  $S(t)$ 。以下 Matlab 程序产生 2.4 式的 chirp 信号, 并作出其时域波形和幅频特性, 如图 2.2。

```

%%demo of chirp signal
T=10e-6; 10μs %pulse duration 10us
B=30e6; 30MHz %chirp frequency modulation bandwidth 30MHz
K=B/T; 调频斜率 %chirp slope
Fs=2*B; Ts=1/Fs; 采样频率, 采样间隔 %sampling frequency and sample spacing
N=T/Ts; 采样点数
t=linspace(-T/2,T/2,N);
St=exp(j*pi*K*t.^2); %generate chirp signal
subplot(211)
plot(t*1e6,real(St));
xlabel('Time in u sec');
title('Real part of chirp signal');
grid on;axis tight;
subplot(212)
freq=linspace(-Fs/2,Fs/2,N);
plot(freq*1e-6,fftshift(abs(fft(St)))); 作幅频特性
xlabel('Frequency in MHz');
title('Magnitude spectrum of chirp signal');
grid on;axis tight;

```

仿真结果显示:

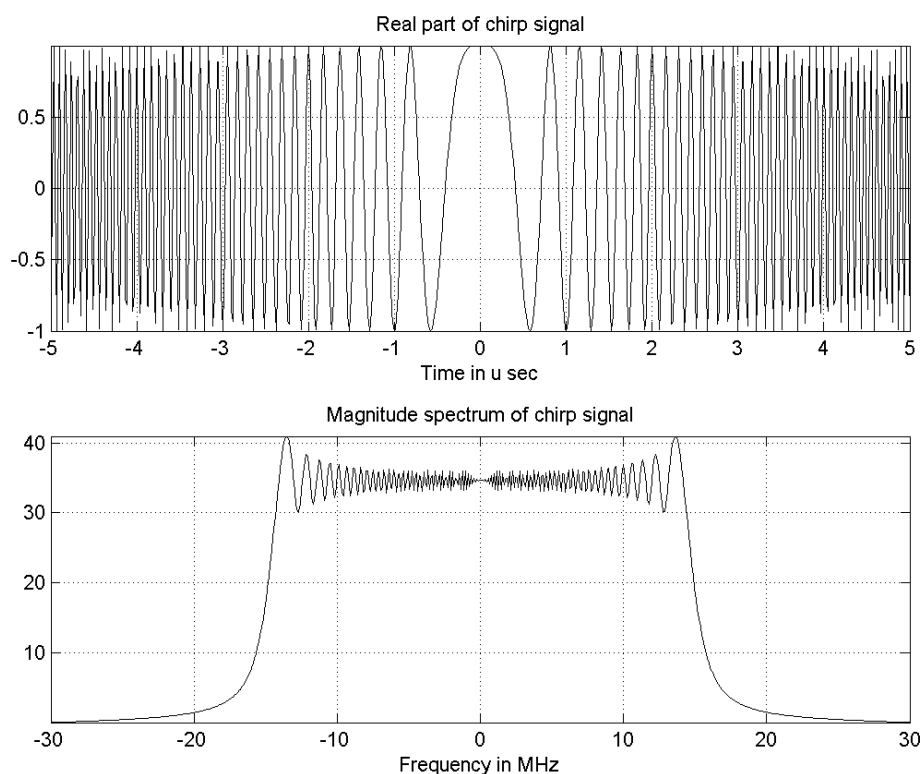


图 2.2: LFM 信号的时域波形和幅频特性

### 三. LFM 脉冲的匹配滤波

信号  $s(t)$  的匹配滤波器的时域脉冲响应为:

$$h(t) = s^*(t_0 - t) \quad (3.1)$$

$t_0$  是使滤波器物理可实现所附加的时延。理论分析时, 可令  $t_0 = 0$ , 重写 3.1 式,

$$h(t) = s^*(-t) \quad (3.2)$$

将 2.1 式代入 3.2 式得:

$$h(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) e^{-j\pi K t^2} \times e^{j2\pi f_c t} \quad (3.3)$$

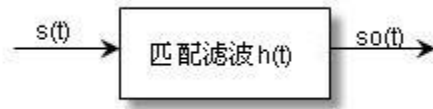


图 3.1: LFM 信号的匹配滤波

如图 3.1,  $s(t)$  经过系统  $h(t)$  得输出信号  $s_o(t)$ ,

$$\begin{aligned} s_o(t) &= s(t) * h(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} s(u) h(t-u) du = \int_{-\infty}^{\infty} h(u) s(t-u) du \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{e^{-j\pi K u^2} \text{rect}\left(\frac{u}{T}\right) e^{j2\pi f_c u}}_{h(u)} \times \underbrace{e^{j\pi K (t-u)^2} \text{rect}\left(\frac{t-u}{T}\right) e^{j2\pi f_c (t-u)}}_{s(t-u)} du \end{aligned}$$

① 当  $0 \leq t \leq T$  时,

$$\begin{aligned} s_o(t) &= \int_{t-T/2}^{T/2} e^{j\pi K t^2} e^{-j2\pi K t u} du \\ &= e^{j\pi K t^2} \frac{e^{-j2\pi K t u}}{-j2\pi K t} \Big|_{t-T/2}^{T/2} \times e^{j2\pi f_c t} \\ &= \frac{\sin \pi K (T-t)t}{\pi K t} e^{j2\pi f_c t} \end{aligned} \quad (3.4)$$

② 当  $-T \leq t \leq 0$  时,

$$\begin{aligned} s_o(t) &= \int_{-T/2}^{t+T/2} e^{j\pi K t^2} e^{-j2\pi K t u} du \\ &= e^{j\pi K t^2} \frac{e^{-j2\pi K t u}}{-j2\pi K t} \Big|_{-T/2}^{t+T/2} \times e^{j2\pi f_c t} \\ &= \frac{\sin \pi K (T+t)t}{\pi K t} e^{j2\pi f_c t} \end{aligned} \quad (3.5)$$

合并 3.4 和 3.5 两式：

$$s_0(t) = T \frac{\sin \pi KT(1 - \frac{|t|}{T})t}{\pi KTt} \text{rect}(\frac{t}{2T}) e^{j2\pi f_c t} \quad (3.6)$$

3.6 式即为 LFM 脉冲信号经匹配滤波器得输出，它是一固定载频  $f_c$  的信号。当  $t \leq T$  时，包络近似为辛克（sinc）函数。

$$S_0(t) = TSa(\pi KTt) \text{rect}(\frac{t}{2T}) = TSa(\pi Bt) \text{rect}(\frac{t}{2T}) \quad (3.7)$$

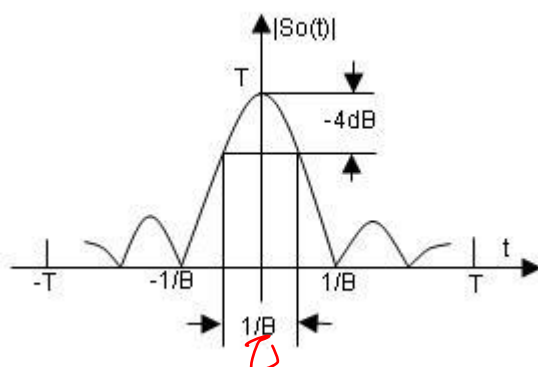


图 3.2：匹配滤波的输出信号

如图 3.2 ①当  $\pi Bt = \pm\pi$  时， $t = \pm \frac{1}{B}$  为其第一零点坐标；②当  $\pi Bt = \pm \frac{\pi}{2}$  时， $t = \pm \frac{1}{2B}$ ，习惯上，将此时的脉冲宽度定义为压缩脉冲宽度。

$$\tau = \frac{1}{2B} \times 2 = \frac{1}{B} \quad (3.8)$$

LFM 信号的压缩前脉冲宽度  $T$  和压缩后的脉冲宽度  $\tau$  之比通常称为压缩比  $D$ ，

$$D = \frac{T}{\tau} = TB \quad (3.9)$$

3.9 式表明，压缩比也就是 LFM 信号的时宽频宽积。

由 2.1, 3.3, 3.6 式， $s(t), h(t), s_0(t)$  均为复信号形式，Matab 仿真时，只需考虑它们的复包络  $S(t), H(t), S_0(t)$ 。以下 Matlab 程序段仿真了图 3.1 所示的过程，并将仿真结果和理论进行对照。

%%demo of chirp signal after matched filter

$T=10e-6;$  %pulse duration 10us

$B=30e6;$  %chirp frequency modulation bandwidth 30MHz

$K=B/T;$  %chirp slope

$F_s=10*B; T_s=1/F_s;$  %sampling frequency and sample spacing

$N=T/T_s;$

$t=\text{linspace}(-T/2, T/2, N);$

$S_t=\exp(j*\pi*K*t.^2);$  %chirp signal

$H_t=\exp(-j*\pi*K*t.^2);$  %matched filter

$S_{ot}=\text{conv}(S_t, H_t);$  %chirp signal after matched filter

$\text{subplot}(211)$

$L=2*N-1;$

卷积 注意：不需要 rect 了，因为已经限制 t 的范围了。

```

t1=linspace(-T,T,L);
Z=abs(Sot);Z=Z/max(Z); %normalize
Z=20*log10(Z+1e-6);
Z1=abs(sinc(B.*t1)); %sinc function
Z1=20*log10(Z1+1e-6); 理论近似 Sinc 函数
t1=t1*B;
plot(t1,Z,t1,Z1,'r');
axis([-15,15,-50,inf]);grid on;
legend('emulational','sinc');
xlabel('Time in sec \times itB');
ylabel('Amplitude,dB');
title('Chirp signal after matched filter');
subplot(212) %zoom
N0=3*Fs/B; 只看三个零点内.
t2=-N0*Ts:Ts:N0*Ts;
t2=B*t2;
plot(t2,Z(N-N0:N+N0),t2,Z1(N-N0:N+N0),'r');
axis([-inf,inf,-50,inf]);grid on;
set(gca,'Ytick',[-13.4,-4,0],'Xtick',[-3,-2,-1,-0.5,0,0.5,1,2,3]);
xlabel('Time in sec \times itB');
ylabel('Amplitude,dB');
title('Chirp signal after matched filter (Zoom)');

```

仿真结果如图 3.3:

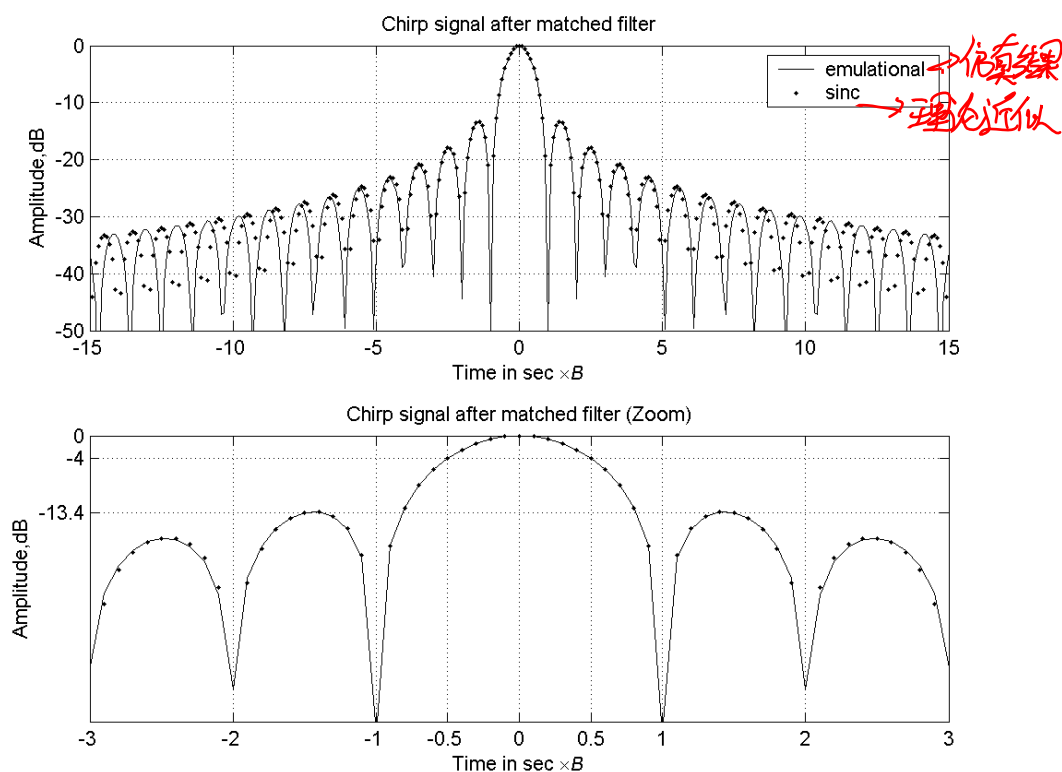


图 3.3: Chirp 信号的匹配滤波

图 3.3 中, 时间轴进行了归一化, ( $t/(1/B) = t \times B$ )。图中反映出理论与仿真结果吻合良好。

第一零点出现在  $\pm 1$  (即  $\pm \frac{1}{B}$ ) 处, 此时相对幅度 -13.4dB。压缩后的脉冲宽度近似为  $\frac{1}{B}$



( $\pm \frac{1}{2B}$ ), 此时相对幅度 -4dB, 这理论分析 (图 3.2) 一致。

上面只是对各个信号复包络的仿真, 实际雷达系统中, LFM 脉冲的处理过程如图 3.4。

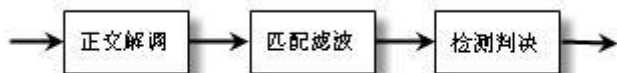


图 3.4: LFM 信号的接收处理过程

雷达回波信号  $s_r(t)$  (1.4 式) 经过正交解调后, 得到基带信号, 再经过匹配滤波脉冲压缩后就可以作出判决。正交解调原理如图 3.5, 雷达回波信号经正交解调后得两路相互正交的信号  $I(t)$  和  $Q(t)$ 。一种数字方法处理的匹配滤波原理如图 3.6。

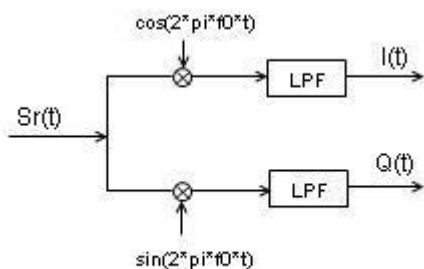


图 3.5: 正交解调原理

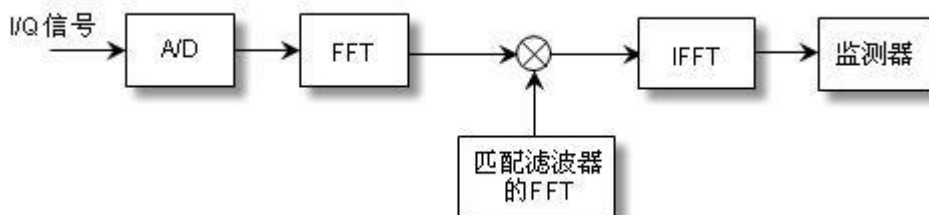


图 3.6: 一种脉冲压缩雷达的数字处理方式

#### 四: Matlab 仿真结果

(1) 任务: 对以下雷达系统仿真。

**雷达发射信号参数:**

幅度: 1.0

信号波形: 线性调频信号

频带宽度: 30 兆赫兹 (30MHz)

脉冲宽度: 10 微妙 (20us)

中心频率: 1GHz ( $10^9$ Hz)

**雷达接收方式:**

正交解调接收



距离门: 10Km~15Km

目标:

Tar1: 10.5Km

Tar2: 11Km

Tar3: 12Km

Tar4: 12Km + 5m

Tar5: 13Km

Tar6: 13Km + 2m

(2) 系统模型:

结合以上分析, 用 Matlab 仿真雷达发射信号, 回波信号, 和压缩后的信号的复包络特性, 其载频不予考虑 (实际中需加调制和正交解调环节), 仿真信号与系统模型如图 4.1。

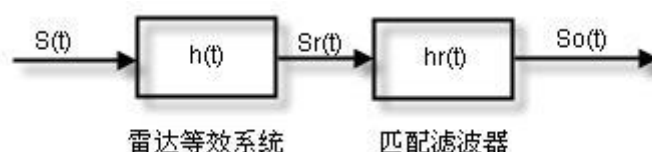


图 4.1: 雷达仿真等效信号与系统模型

(3) 线性调频脉冲压缩雷达仿真程序 LFM\_radar

仿真程序模拟产生理想点目标的回波, 并采用频域相关方法 (以便利用 FFT) 实现脉冲压缩。函数 LFM\_radar 的参数意义如下:

*T*: chirp 信号的持续脉宽;

*B*: chirp 信号的调频带宽;

*Rmin*: 观测目标距雷达的最近位置;

*Rmax*: 观测目标距雷达的最远位置;

*R*: 一维数组, 数组值表示每个目标相对雷达的斜距;

*RCS*: 一维数组, 数组值表示每个目标的雷达散射截面。

在 Matlab 指令窗中键入:

LFM\_radar(10e-6,30e6,10000,15000,[10500,11000,12000,12005,13000,13002],[1,1,1,1,1,1])

得到的仿真结果如图 4.2。

(4) 分辨率(Resolution)仿真

改变两目标的相对位置, 可以分析线性调频脉冲压缩雷达的分辨率。仿真程序默认参数的距离分辨率为:

$$\sigma_R = \frac{C}{2B} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 30 \times 10^6} = 5m \quad (4.1)$$

图 4.3 为分辨率仿真结果, 可做如下解释:

(a) 图为单点目标压缩后的波形;

(b) 图中, 两目标相距 2m, 小于  $\sigma_R$ , 因而不能分辨;

(c) 图中, 两目标相距 5m, 等于  $\sigma_R$ , 实际上是两目标的输出 sinc 包络叠加, 可以看到他们的副瓣相互抵消;

(d) 一(h)图中, 两目标距离大于雷达的距离分辨率, 可以观察到, 它们的主瓣变宽, 直至能分辨出两目标。

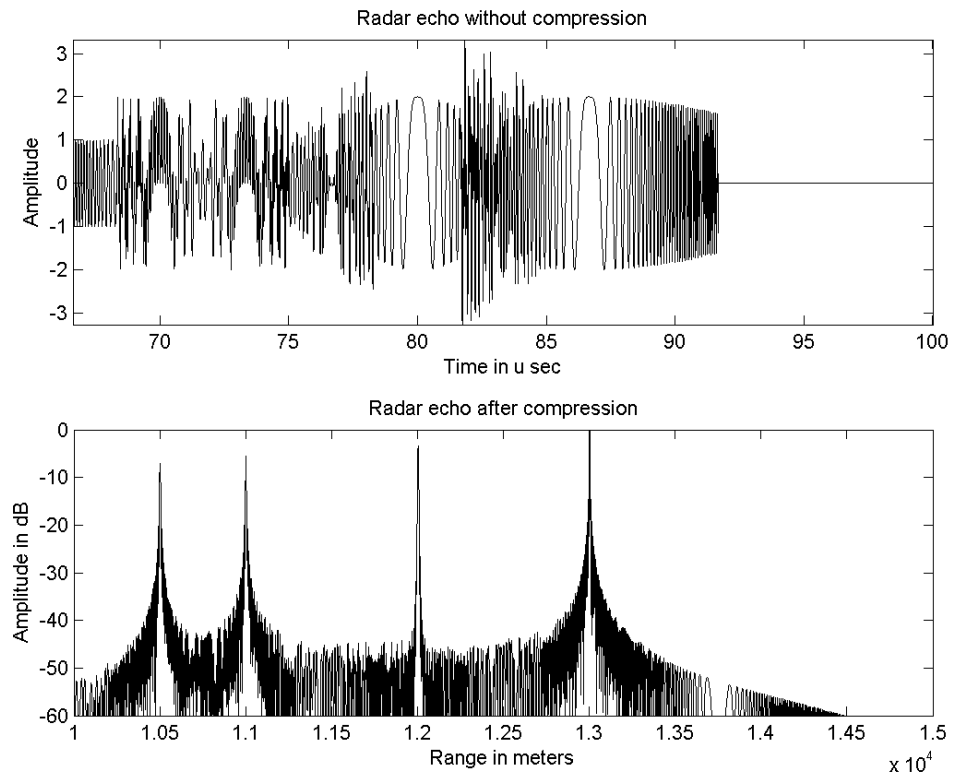


图 4.2: 仿真结果

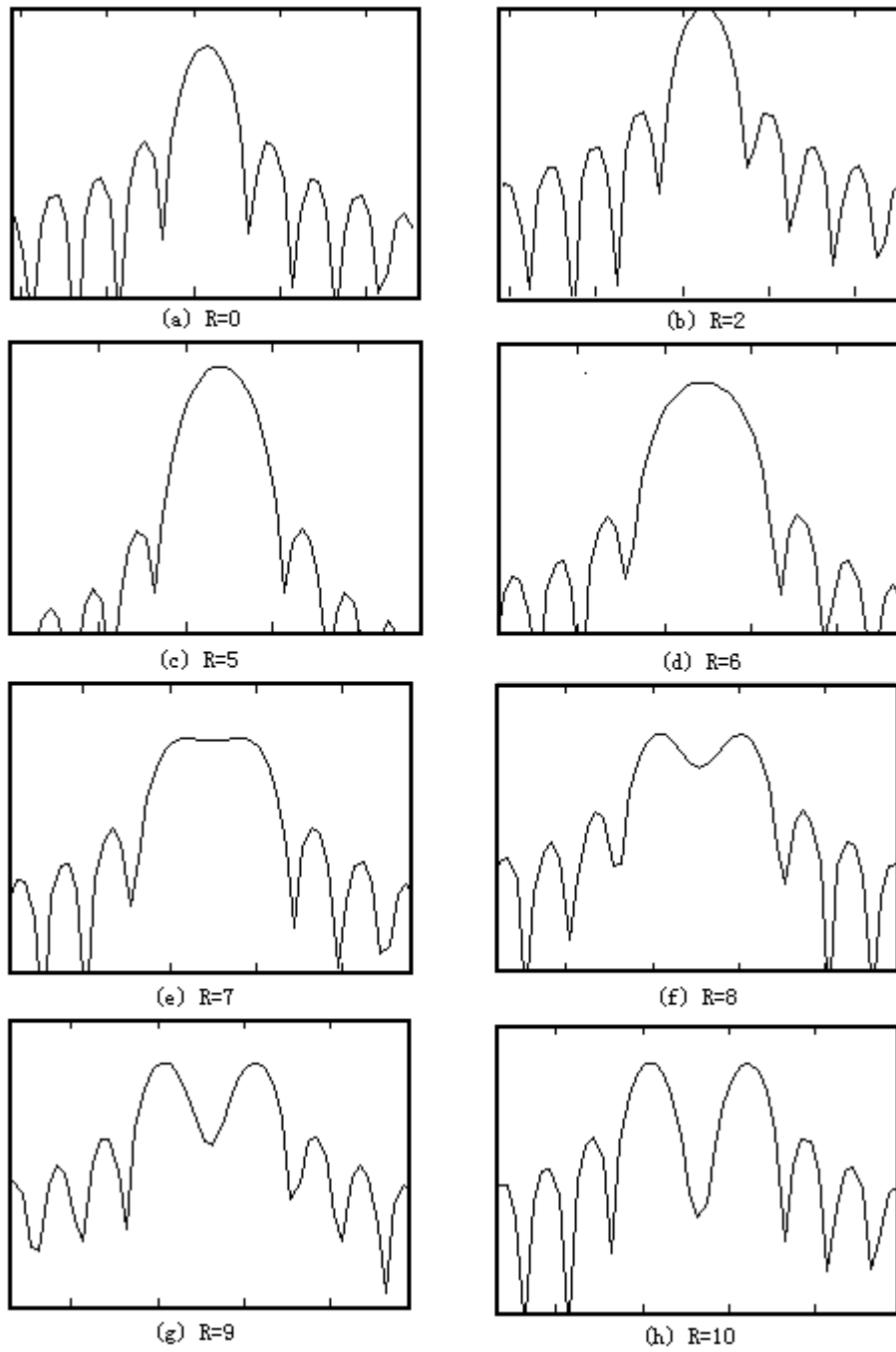


图 4.3: 线性调频脉冲压缩雷达分辨率仿真

附录: LFM\_radar.m

%%demo of LFM pulse radar

=====

function LFM\_radar(T,B,Rmin,Rmax,R,RCS)

if nargin==0 判断参数输入个数

T=10e-6; %pulse duration 10us

B=30e6; %chirp frequency modulation bandwidth 30MHz

Rmin=10000;Rmax=15000; %range bin

R=[10500,11000,12000,12008,13000,13002]; %position of ideal point targets

RCS=[1 1 1 1 1 1]; %radar cross section

end

=====

%%Parameter

C=3e8; %propagation speed

K=B/T; %chirp slope

Rwid=Rmax-Rmin; %receive window in meter

Twid=2\*Rwid/C; %receive window in second

Fs=5\*B;Ts=1/Fs; %sampling frequency and sampling spacing

Nwid=ceil(Twid/Ts); %receive window in number

=====

=====

%%Gnerate the echo

t=linspace(2\*Rmin/C,2\*Rmax/C,Nwid); %receive window

%open window when  $t=2*Rmin/C$ %close window when  $t=2*Rmax/C$ 

M=length(R); %number of targets

td=ones(M,1)\*t-2\*R'/C\*ones(1,Nwid);

Srt=RCS\*(exp(j\*pi\*K\*td.^2).\*(abs(td)&lt;T/2));%radar echo from point targets

=====

%%Digital processing of pulse compression radar using FFT and IFFT

Nchirp=ceil(T/Ts); %pulse duration in number

Nfft=2^nextpow2(Nwid+Nwid-1); %number needed to compute linear

%convolution using FFT algorithm

Srw=fft(Srt,Nfft); 回波信号 %fft of radar echo

t0=linspace(-T/2,T/2,Nchirp);

St=exp(j\*pi\*K\*t0.^2); %chirp signal

Sw=fft(St,Nfft); %fft of chirp signal

Sot=fftshift(iffi(Srw.\*conj(Sw))); %signal after pulse compression

=====

N0=Nfft/2-Nchirp/2;

Z=abs(Sot(N0:N0+Nwid-1));

Z=Z/max(Z);

Z=20\*log10(Z+1e-6);

%figure

```
subplot(211)
plot(t*1e6,real(Srt));axis tight;
xlabel('Time in u sec');ylabel('Amplitude')
title('Radar echo without compression');
subplot(212)
plot(t*C/2,Z)
axis([10000,15000,-60,0]);
xlabel('Range in meters');ylabel('Amplitude in dB')
title('Radar echo after compression');
%=====
```