DOI: 10.13195/j.cd.2007.07.3.liub.001

第22卷第7期

Vol. 22 No. 7

Control and Decision

决

2007年7月 July 2007

文章编号: 1001-0920(2007) 07-0721-09

差分进化算法研究进展

波. 王 凌. 金以慧 (清华大学 自动化系, 北京 100084)

要: 作为 一种简单而有效的新兴计算技术, 差分进化算法(DE)已受到学术界和工程界的广泛关注, 并取得了许 多成功应用. 为此, 围绕差分进化算法的原理、特点、改进及其应用等方面进行全面综述, 重点介绍了针对复杂环境的 差分进化算法研究内容, 包括多目标、约束、离散和噪声环境下的优化等, 最后提出了有待进一步研究的若干方向,

关键词: 差分进化; 多目标优化; 约束优化; 离散优化; 噪声优化

中图分类号: TP18 文献标识码: A

Advances in differential evolution

LIU Bo, WANG Ling, JIN Yi-hui

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China Correspondent: WANG Ling, E-mail: w ang ling@ mail. tsing hua. edu. cn)

Abstract: As a novel evolutionary computing technique, differential evolution (DE) is simple and effective, which is paid wide attention and research in both academic and industry fields and achieves many successful applications. A complete survey on DE is presented in aspect of mechanism, feature, improvements and applications. The studies on DE aiming at complex environment are especially introduced including multi-objective, constrained, discrete and noisy optimization. Finally, the future research direction and contents are pointed out.

Key words: Differential evolution; Multi-objective optimization; Constrained optimization; Discrete optimization; Noisy optimization

1 引

差分进化算法(Differential Evolution, DE) [1,2] 是一种新兴的进化计算技术. 它是由 Storn 等人于 1995 年提出的, 最初的设想是用于解决切比雪夫多 项式问题, 后来发现 DE 也是解决复杂优化问题的 有效技术. DE 与人工生命, 特别是进化算法有着极 为特殊的联系. DE 和微粒群算法(PSO, 也称粒子群 算法)[3]一样, 都是基于群体智能理论的优化算法, 通过群体内个体间的合作与竞争产生的群体智能指 导优化搜索. 但相比于进化算法, DE 保留了基于种 群的全局搜索策略,采用实数编码、基于差分的简单 变异操作和一对一的竞争生存策略,降低了遗传操 作的复杂性. 同时, DE 特有的记忆能力使其可以动 态跟踪当前的搜索情况, 以调整其搜索策略, 具有较 强的全局收敛能力和鲁棒性,且不需要借助问题的 特征信息,适于求解一些利用常规的数学规划方法 所无法求解的复杂环境中的优化问题. 因此, DE 作 为一种高效的并行搜索算法,对其进行理论和应用 研究具有重要的学术意义和工程价值.

目前, DE 已经在许多领域得到了应用, 譬如人 工神经元网络、化工、电力、机械设计、机器人、信号 处理、生物信息、经济学、现代农业、食品安全、环境 保护和运筹学等. 然而, 尽管 DE 获得了广泛研究, 但相对其他进化算法而言, 其研究成果相当分散, 缺 乏系统性, 尤其在理论方面还没有重大突破. 因此, 本文对 DE 及其最新研究成果进行较全面的综述. 重点介绍了复杂环境下 DE 的若干研究内容, 并指 出未来值得关注的研究内容和方向.

2 标准差分进化算法

DE[1] 是一种基于群体进化的算法, 具有记忆个 体最优解和种群内信息共享的特点, 即通过种群内 个体间的合作与竞争来实现对优化问题的求解, 其 本质是一种基于实数编码的具有保优思想的贪婪遗 传算法. 算法首先在问题的可行解空间随机初始化

收稿日期: 2006-02-18; 修回日期: 2006-06-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60204008,60374060,60574072); 国家 973 计划项目(2002CB312200).

作者简介: 刘波(1979—), 男, 山西朔州人, 博士生, 从事进化算法等研究; 王凌(1972—), 男, 江苏武进人, 副教授,

(C)1994-202博史市从事优低理论与布法籍研究tronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

种群 $X^0 = [x_1^0, x_2^0, ..., x_{N_p}^0], N_P$ 为种群规模. 个体 $\mathbf{x}_{i}^{0} = [x_{i,1}^{0}, x_{i,2}^{0}, ..., x_{i,D}^{0}]$ 用于表征问题解, D 为优化 问题的维数. 算法的基本思想是: 对当前种群进行变 异和交叉操作,产生另一个新种群:然后利用基于贪 婪思想的选择操作对这两个种 群进行一对一的选 择,从而产生最终的新一代种群.具体而言,首先通 过式(1) 对每一个在 t 时刻的个体 x^t 实施变异操作, 得到与其相对应的变异个体 vt1,即

$$v_i^{t+1} = x_{r_1}^t + K(x_{r_2}^t - x_{r_3}^t).$$
 (1)
其中: $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, ..., N_P\}$ 互不相同且与 i 不同; $x_{r_1}^t$ 为父代基向量; $(x_{r_2}^t - x_{r_3}^t)$ 称作父代差分向量; K 为缩放比例因子. 然后, 利用式 (2) 对 x_i^t 和由式 (1) 生成的变异个体 v_i^{t+1} 实施交叉操作, 生成试验个体 u_i^{t+1} , 即

$$u_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} v_{i,j}^{t+1}, & \text{If } (\operatorname{rand}(j) \leq C R) \text{ or } j = \operatorname{rnbr}(i); \\ x_{i,j}^{t}, & \text{O therwise.} \end{cases}$$
(2)

其中: rand(j) 为 f0, 1/ 之间的均匀分布随机数; CR 为范围在 [0, 1] 之间的交叉 概率; rnbr(i) 为[1, 2, ..., D 之间的随机量. 利用式(3) 对试验个体 u^{t+1} 和 xi 的目标函数进行比较, 对于最小化问题, 则选择目 标函数值低的个体作为新种群的个体 x^{t-1} ,即

$$\boldsymbol{x}_{i}^{t+1} = \begin{cases} \boldsymbol{u}_{i}^{t+1}, & \text{If } f(\boldsymbol{u}_{i}^{t+1}) < f(\boldsymbol{x}_{i}^{t}); \\ \boldsymbol{x}_{i}^{t}, & \text{Otherwise.} \end{cases}$$
(3)

其中 f 为目标函数. 上述过程是标准版本的 DE, 表 示为 DE /rand/1/bin. 文献[4]中提供了其余有关 DE 的变种.

DE 算法的搜索性能取决于算法全局探索和局 部开发能力的平衡,而这在很大程度上依赖于算法 的控制参数的选取,包括种群规模、缩放比例因子和 交叉概率等. 相对其他进化算法而言, DE 所需调节 的参数较少. 合理的参数选择指导参见文献[1,5].

归纳起来, DE 算法具有如下优点:

- 1) 算法通用,不依赖于问题信息;
- 2) 算法原理简单, 容易实现;
- 3) 群体搜索, 具有记忆个体最优解的能力;
- 4) 协同搜索, 具有利用个体局部信息和群体全 局信息指导算法进一步搜索的能力:
- 5) 易于与其他算法混合,构造出具有更优性能 的算法.

DE 的算法研究及改进

迄今, 对 DE 的研究和改进主要归纳为如下几 个方面.

3. 1 改进 DE 的操作算子 (C) 1994-2023 China Academic Journal Electronic Pub Feoktistov 等^[6] 提出一种广义的变异策略框

架,方便用户选择合适的变异操作类型,同时也为开 发新的变异操作算子提供了便利. Kaelo 等[7] 利用 锦标赛竞争选择机制来选取进行变异操作的父代基 向量,同时在试验个体和种群内最好个体之间的区 域,利用反射和收缩操作来实施局部搜索. Bergev 等[8] 引入选择压力控制参数, 通过对根据适配值排 序个体的一系列柏努利试验, 挑选满足选择压力控 制参数的父代基向量. Lee 等[9]提出一种基于适应 性步长的局部搜索来确定合适的缩放比例因子, 从 而加速算法搜索的进程. Fan 等[10] 在 DE 中引入三 角法变异,将个体看作一个超三角形的中心点,沿着 由3组加权差分向量所构成的超三角形的3条边, 分别以不同的步长移动来产生新的变异个体,从而 增加了算法跳出局部极小点的概率. Liu 等[11] 提出 模糊自适应 DE, 利用模糊逻辑控制器来调整变异 和交叉操作的控制参数. 谢晓锋等[5] 将缩放比例因 子由固定数值转化为随机函数, 仿真试验表明了该 方法相对固定值缩放比例因子具有优势. Chiou 等[12] 提出一种可变缩放比例因子, 有效克服了固定 或者随机比例因子的缺陷,无须选择变异操作的类 型,同时提高了算法的性能.

3.2 加入新的操作

Wang 等[13] 在 DE 中引入加速和迁移操作, 其 中加速操作利用梯度信息将最优个体引向更优的区 域, 而为了防止算法早熟收敛, 当种群的分散度低于 一定的阈值时, 利用迁移操作在最优个体附近区域 重新产生新个体, 并替换旧个体, 从而维持了种群的 多样性. 在此基础上, Lin 等[14] 提出一类协进化 DE, 整数量和实数量单独进行 DE 进化, 解决了混 合整数非线性规划问题. Cheng 等[15] 在 DE 中引入 搜索空间扩展机制,有效增强了算法的全局收敛能 力,并将该算法用于解决线性系统最优近似问题.宋 立明等[16] 提出一种自适应差分进化算法, 根据种群 熵的变化, 自适应减小种群的搜索范围, 节约了算法 搜索时间. Thomsen[17]提出基于拥挤机制的小生境 DE 来求解多极值函数优化问题, 通过删除小生境 中相似的个体, 使得算法具有继续追踪和维护多个 极值点的能力. Sun 等[18] 提出一种描述最优解分布 的概率模型,通过对其采样产生新解来引导 DE 的 搜索. Lin 等[19] 通过引入种群分散度评价来判断是 否需要对种群进行迁移,从而可以通过较小的种群 实现对复杂优化问题的求解,同时使用混合整数编 码以及凑整操作, 使该方法可用于解决混合整数非 线性规划问题. Zaharie [20] 建立了算法控制参数和由 该组控制参数所引发的种群多样性的关系,提出了

一种新的控制参数,用于补偿因之前的操作而带来

的对种群多样性的影响. 通过实时选择该控制参数,可以对种群的多样性进行控制, 从而影响算法的收敛行为.

3.3 多种群

Zaharie^[21]提出了多种群 DE, 并用于求解多极值的优化问题. Qing^[22] 将 DE 分成多个子种群, 各个子种群独立寻优, 同时利用跨种群间的竞争算子来实现种群间信息共享, 并利用该算法解决多个超导柱体电磁反转散射问题. Plagianakos 等^[23]提出并行 DE, 各个子种群独立进化, 并利用环形网络拓扑来实现子种群之间的通信. 多种群法的缺点是初期的搜索效率低于标准 DE, 且多个子种群的引入, 加大了算法的计算量.

3.4 混合算法

Chiou 等^[24]利用蚁群搜索算法, 实时地从多种变异算子中为 DE 选择合适的变异操作算子, 以加速算法的寻优过程. Hrstka 等^[25]将遗传算法的部分染色体通过 DE 的变异操作产生, 同时利用二进制竞争选择策略选择子代. 方强等^[26]在 DE 中加入单纯形寻优操作和重布操作, 提高了单纯形方法的收敛速度, 同时提高了 DE 算法的搜索精度. Wang等^[27]将 DE 与序贯二次规划 SQ P 相结合, 同时利用DE 的并行全局探索能力与 SQ P 的局部开发能力, 克服了 SQ P 需要依赖问题梯度信息的缺点.

3.5 其 他

Ali 等^[28] 首先在 DE 中引入自适应缩放比例因子,该因子可以使算法在早期具有较强的分散探索能力,在后期具有较强的集中开发能力;其次,在DE 中使用了预先计算好的差分向量,减少了每次迭代中差分向量的计算量,同时增强了算法在后期保持种群多样性的能力;再次,增加了辅助解集,用于保存在选择过程中被拒绝的潜在试验解,在算法经过一段迭代之后,用辅助解集中的若干较好的解替代当前解集中的较差解;最后,加入局部搜索环节,对个体实行单纯型搜索,进而提高解的精度. Teo^[29]将种群规模作为决策变量,随着搜索的进行实时自适应调整种群规模.

4 复杂环境下 **DE** 的研究

目前, DE 的研究和应用主要集中于连续、单目标、无约束的确定性优化问题. 近年来, DE 在多目标、约束、离散和噪声等复杂环境下的优化也得到了一些发展.

4.1 多目标优化

相对传统多目标优化方法, DE 在求解多目标问题上具有很大优势。 首先, DE 的高效搜索能力有利于得到多目标意义下的最优解; 其次, DE 通过代

表整个解集的种群按内在的并行方式同时搜索多个非劣解,因而容易搜索到多个Pareto 最优解; 再则, DE 的通用性使其适合于处理所有类型的目标函数和约束; 另外, DE 很容易与传统方法相结合, 进而提出解决特定问题的高效方法. 就 DE 本身而言,为了更好地解决多目标优化问题,一方面要求算法具有较好的收敛速度,另一方面要求所得解在 Pareto边界上具有一定的分散性.对于 DE 的选择操作而言,则要求较小的计算复杂性,即仅通过较少的比较次数达到非劣解的更新.

迄今, 基于 DE 的多目标优化主要有以下几种 思路.

4. 1.1 Pareto 竞争

Abbass 等[30] 提出一种基于 Pareto 竞争的方 法, 子代与参与交叉操作的父代基向量进行比较, 如 果子代个体不被支配,则子代代替父代进入种群,反 之父代被保留. 如果非支配解的数目超过一定的阈 值,则利用基于最近邻域法的小生境技术,删除具有 最小邻域距离的非支配解. 为了进一步提高算法对 干控制参数的鲁棒性, Abbass [31] 在此基础上引入了 自适应交叉和变异概率, 仿真结果表明上述自适应 算子的引入可以使所求得的 Pareto 解更好地逼近 真实的 Pareto 界, 同时提高了 Pareto 解在 Pareto 界上的分散度. 在 Robic 等[32]提出的基于 Pareto 竞 争的方法中,利用非支配排序和基于拥挤距离法的 小生境技术, 删除具有最小邻域距离的非支配解. 基 于上述算法,提出了两种小生境技术,分别是子代个 体在决策变量空间与最相近的个体比较, 从而决定 取舍, 以及子代个体在判据空间与最相近的个体比 较来决定取舍. 由于这两种变种要在基本算法的基 础上增加在决策和判决空间搜寻最相近的解的过 程,提高了算法的计算量.

4. 1. 2 Pareto 排序

Madavan^[33]在 DE 中引入 Deb 等^[34]提出的快速非支配排序和基于排序的选择策略,对包含父代和子代的种群进行非支配排序,利用精英保留和小生境分散度维持策略,并对非支配排序最高的父代集实施交配限制,从而使种群分布在多个最优区域,在维持解多样性的同时加快了算法向 Pareto 界的收敛速度. Jensen^[35]提出一种基于非支配排序的适配值分配机制,降低了多目标优化算法计算复杂度,同时提出了可以显著加速多目标优化算法速度的小生境技术,并将这些技术运用于 Abbass 等提出的多目标 DE^[30]. Xue 等^[36]利用基于 Pareto 排序的适应值分配方法,利用小生境 Pareto 的概念确定个体适应值降低的程度,同时使用了精英解保留策略和

分散度维持策略. 在此基础上, Xue 等^[37] 引入贪婪概率、变异概率和交叉概率, 将其拓展用于解决离散多目标优化问题, 并用该算法解决了商用电路板设计、供应和制造计划问题. Chang 等^[38]提出一种类似于 Zitzler 等^[39]的基于 Pareto 排序的方法, 分别将遗传算法, PSO 和 DE 3 种基于种群的进化算法作为核心算法, 用于解决 MRT 地铁系统的调度问题.

4.1.3 多种群

基于 Madavan^[33] 提出的多目标 DE, Zaharie 等^[40]通过引入文献[20]中建立的算法控制参数与种群多样性的关系, 提出了一种自适应多目标 DE 算法. 该算法可以对种群的多样性进行控制, 从而提高算法在 Pareto 界上的分散度. Zaharie 等^[40]进一步将该算法并行化, 每个子种群单独进行 DE 运算, 各个子种群之间通过信息交换来搜索 Pareto 最优解. 但是, 由于需要增加个体数目而增加了计算量.

4.1.4 改进操作算子

Kukkonen 等^[41]在广义 DE^[42]中引入了新的选择操作算子,用于解决多目标且带约束的函数优化问题. 为了维持非支配解在 Pareto 前沿的分散度,只有当试验个体与父代相当或者能够支配父代个体时,试验个体才替代父代个体. 如果两个个体都是可行且互相不支配,则具有较小小生境数的个体被选择. 该方法需要对所有可行解在所有目标上进行评价,因而增加了算法的计算时间. Iorio 等^[43] 利用Deb 等^[33]在 NSGA-II 中提出的交叉和变异算子,替代 DE 中的相应操作算子来解决多目标优化问题.

4.1.5 向量评价法

Parsopoulos 等^[44]提出一种向量评价 DE, 该方法采用向量形式的适应值来度量并产生下一代. 将种群分为若干个子种群, 每个子种群对应于其中一个目标, 在每次循环过程中, 各子种群根据各自的目标选出下一代的优秀个体(即子种群); 然后, 在种群间引入迁移算子, 促进不同子种群间的交配. 这种方法有助于保留在单个目标上最优秀的个体, 同时为那些在多个目标上优于平均适应值的个体提供了被选择的机会.

4.2 约束优化

近年来, DE 算法在约束优化方面也取得了一定进展. 基于 DE 的约束优化工作主要分为 3 类.

4.2.1 罚函数法

Lampinen 等^[45]利用静态 罚函数方法, 将约束 优化问题转化为易于求解的无约束问题。缺点在于 需要仔细调节罚因子. Lampinen [42] 通过增大使不可 行解朝约束违背少的方向的选择压力,提高了算法向可行域收敛的速度.该方法尽管避免了传统罚函数法在选择罚因子方面的弱点,但其罚函数的设计过于复杂.

4.2.2 设计特定的进化操作或约束修正因子来保持解的可行性

M ezura-Montes 等^[46]提出了 3 种基于维持解可行性的选择标准来指导搜索向可行域方向进行. Storn^[2]提出一种维持解可行性的自适应机制来松弛约束,从而使得所有初始解可行;然后收缩被松弛的伪可行域,直到它与真实的可行域匹配,同时利用了基于衰老因子和重复生成子代的策略.

4. 2. 3 混合方法

Becerra 等[47] 将文化算法中的信任空间的知识源引入 DE 算法,并用于解决约束优化问题. 由于算法的信任空间会对算法的搜索产生较高的选择压力,算法在后期容易丧失种群多样性,导致早熟收敛. 因此,如何有效利用知识源,以及设计合适的信任空间接受准则,对于优化进程具有很重要的影响. Sarimveis 等[48] 提出一种排列 DE 算法,利用增广拉格朗日方法处理约束,根据算法的进程调节罚因子和拉格朗日乘子,同时根据个体的适配值在整个种群中的排序确定 DE 交叉变异的程度. Chiou 等[49] 利用增广拉格朗日函数将约束优化问题转换为min-max 问题,在最小化阶段,利用 Wang 等[13] 提出的混合 DE 求解固定拉格朗日乘子的函数优化问题,而在最大化阶段,则利用最小化阶段得到的最优决策量来更新拉格朗日乘子.

4.3 离散优化

对于离散优化而言,解空间是离散点的集合,而非连续区域,因此利用 DE 解决离散优化问题就必须将基于实数编码的传统 DE 算法影射到离散编码空间,或对问题进行变形.目前,基于 DE 的离散优化研究主要集中于前者,即直接将用于解决连续优化问题的 DE 算法用于处理离散优化问题. Lampinen等[45]讨论了如何通过修改 DE 来求解混合整数问题,即 DE 在连续空间进行搜索,通过保留浮点数的整数部分对目标函数进行评价. Onwubolu等[50]利用前向转化机制将整数变量转化为便于 DE处理的连续变量,利用后向转化机制将连续变量转化为可以进行目标评价的整数量.

4.4 噪声环境下的优化

在许多实际工程问题中, 优化的环境是不确定 或动态的, 因此优化算法必须具备随环境动态变化 而对最优解作出相应调整的能力, 即算法需要具有 一定的鲁棒性. K rink 等^[51] 利用多次采样机制, 初步 研究了 DE 在噪声环境下的函数优化问题, 然而其性能表现相比于确定性环境下仍有待提高. 因此, 为了提高 DE 在噪声环境下的优化性能, 可通过改进选择或变异算子来提高算法在噪声环境下平衡开发与探索的能力, 或引入其他有效处理噪声的技术来提高 DE 在噪声环境下解决优化问题的能力. 尽管目前该方面的研究成果较少, 但这是一项重要的研究内容.

5 DE 的应用

鉴于 DE 的优越性, DE 已在诸多领域得到应用, 简单归纳如下.

5.1 人工神经网络

Liu 等^[52] 将 PSO, DE 与混沌搜索相结合来训练多层前馈神经网络; Abbass^[53] 利用基于 BP 和DE 学习的神经元网络来预测乳腺癌. 应用结果均显示, 利用 DE 设计神经元网络是一种快速、高效并具有潜力的方法.

5.2 化工领域

Kiranmai 等^[54]利用 DE 确定固定薄膜生物反 应器的机理参数. Kapadi^[55] 等利用 DE 解决间歇发 酵最优控制和参数选择问题. Chaitali 等[56] 通过 DE 为黄原胶发酵过程选择合适的初始反应器物质体积 以及进料浓度, 方强等^[26]应用 DE 估计基于低温硫 酸催化剂的二氧化硫氧化反应的模型参数. Lee 等[9]提出一种基于改进 DE 的动态优化方法来确定 连续甲基异丁烯酸盐和乙烯基醋酸盐共聚合反应过 程的最优控制变量轨迹,从而最小化反应启动时间 和等级变化操作的过渡时间. Chakraborti 等[57] 基 干热传递模型. 利用 DE 对钢厂重加热炉进行优化 配置,并通过调节轧钢速度,使得所得到的温度曲线 满足轧钢退温约束. Wang 等[13] 将间歇燃料酒精发 酵生产过程的最优加料策略转变为一个模糊决策分 析问题, 同时利用混合 DE 解决上述的最大化决策 问题, 求得最优加料策略. Huang 等[58] 将多产品间 歇化工过程的多目标最优设计问题转化为一个增广 Minimax 模糊目标优化问题, 利用 Lin 等[14] 提出的 基于 DE 的混合整数规划方法来解上述的非线性规 划问题. Chiou 等[49] 利用文献[13]提出的改进 DE 算法解决间歇发酵过程的最优控制和最优参数选择 问题. Wang 等[27]结合 DE 和 SQP 解决间歇苯乙烯 聚合的最优温度控制问题,通过选择合适的单体浓 度和聚合过程温度趋势, 在减少间歇反应时间的同 时获得高的单体转化率和规定的聚合体特性.

5.3 电力系统

(Chang \$50) 利用改进 DE 优化设计大规模多总线被动谐波滤波器, 同时考虑了滤波器参数和加

热炉负荷的不确定性. Chang 等[60] 通过将 DE 与多 梯度方法结合,提出了一种有效解决带动力线调节 装置的分布式电力系统谐波电压扰动问题. Chiou 等[12] 利用文献[13]提出的改进 DE 确定在一定负 荷模式下的合适的电网拓扑结构来有效解决电网重 新配置问题,在降低电能损耗的同时使得分布式系 统的电压满足约束限制. Kannan 等[61] 系统考察了 多种流行的现代启发式算法(包括遗传算法、进化规 划、进化策略、蚁群算法、PSO、禁忌搜索、模拟退火 和 DE 等) 在 解决最低成本发电扩张计划问题 (GEP) 上的性能表现, 其中 DE 在该问题上的性能 要好于其他方法. Chiou 等[24] 利用基于蚁群搜索算 法的 DE 求解分布式电力系统中大规模电容器配置 问题,有效降低了系统电能损耗. Crutchley 等[62]利 用 DE 来寻找非线性电路的直流操作点. 陈晨等[63] 运用 DE 对永磁同步电机进行优化设计, 减小了永 磁体使用量,抑制了脉动转矩,使电机达到了较高的 性能指标.

5.4 机械设计

宋立明等^[16]利用自适应 DE, 结合曲面造型法, 提出了一种叶轮机械三维气动优化设计方法. 杨晓 明等^[64]利用 DE 进行盘式制动器的全性能优化设计. Doy le 等^[65]利用 DE 自动设计照明器反射镜. 张 吴明等^[66]将传统分步标定 Tsai 方法与 DE 相结合, 提出了一种新的相机标定方法.

5.5 机器人领域

Aydin等^[67]将 DE 与模糊推理相结合,用于解决机器人最优路径规划问题. Shiakolas等^[68] 利用 DE 优化设计机器人连续操纵器和铰接处理器,使得机器人在满足物理链接特性的约束下,完成特定动作所需要的扭矩最小. Joshi 等^[69]利用 DE 解决多传感器融合的最小表达问题,用于复杂环境下的机器人系统的计划和控制问题.

5.6 信号处理领域

Storn^[70]利用 DE 设计滤波器. Shan 等^[71]利用基于 DE 的频率域模型优化超宽带无线电系统的源脉冲和探测模型, 使得自由空间的功率和接收端的相关检测输出最大. Caorsi 等^[72]利用混合整数编码的 DE 优化设计单脉冲天线的差异模式. Yang 等^[73]利用 DE 确定静态激励幅度分布, 从而有效地降低了相中心移动天线阵的带内旁瓣电平. Li 等^[74]利用 DE 和 New ton-Raphson 法, 通过电阻抗 X 线断层摄影来重建脑部图像.

5.7 生物学领域

shing Tsai 等^[75]利用 DE 对非线性生物动力系统进 shing Touse. All Tights reserved. 行结构辨识和参数估计. Moloi 等^[76]利用 DE 寻找 稳定的原子或分子结构来最小化势能函数,并用于半导体设计和基于结构的药品设计.

5.8 运筹学领域

Chakraborti 等^[77]利用 DE 优化调度可逆式轧机,使得锭铁从给定初始厚度到指定最终厚度的热轧时间最小. Onwubolu 等^[50]提出离散 DE,用于解决指标分别为最小化最大完成时间(Makespan),流经时间(Flowtime)和延迟时间(Total tardiness)的置换 Flowshop 问题. 与标准遗传算法相比,在Makespan指标上,DE 在解决 25 个工件 10 台机器的例子上有优势;在 Total tardiness和 Meanflowtime 指标上,DE 仅在4 个工件4 台机器的例子上有优势. 因此,如何提出有效的基于 DE 的方法,并用于解决中等规模和大规模的调度问题是一个研究的难点.

5.9 系统辨识与故障诊断

邓建军等^[78] 利用基于 DE 的模糊逻辑系统来辨识非线性系统. 徐志高等^[79] 提出了一类基于 DE 和模糊神经网络相结合的故障诊断算法, 构造了某导弹动力系统的模糊神经网络模型. 故障诊断实例结果表明, 基于 DE 的模糊神经网络学习速度快, 且能够正确分离导弹动力系统的单故障和多故障工作模式.

5.10 其 他

Cruz 等^[80] 将 DE 与可调控制权梯度法相结合来优化莴苣生产模型, 从而使得最大化种植者的利益同时保证作物的质量(莴苣中的硝酸盐浓度限制在一定的范围内). Pavlidis 等^[81] 利用 DE 求解了博弈论中的 Nash 均衡解.

6 结 语

得重视.

综观 DE 在算法、理论及应用方面的研究现状, 在许多方面值得进一步深入探讨,简单归纳如下:

1) DE 的理论研究

应着重于算法收敛性、收敛速度、参数选取、参数鲁棒性等方面的理论探讨,包括多目标、约束、离散和动态环境下 DE 算法的相关理论研究.

2) DE 的算法研究

应注重高效 DE 的开发,提出合理的核心更新公式以及有效的均衡全局搜索和局部改进的策略. 考虑到 No Free Lunch 定理以及特定问题的特殊性,应注重高效混合 DE 方法的设计,包括 DE 与问题信息或规则、DE 与神经网络、模糊逻辑、进化算法、模拟退火、禁忌搜索、生物智能以及混沌等方法或策略的结合. 另外,鉴于 DE 对算法参数的依赖性,提出合理选取参数的指导性方法或结论同样值

3) DE 的应用研究

应该注重 DE 在离散、多目标、约束、不确定、动态等复杂优化问题上的研究和应用. 同时, DE 的应用领域也有待进一步拓宽. 就化工及自动化领域而言, 问题的多极小性、多约束性、离散连续变量共存、非线性、多目标性、不确定性等复杂性普遍存在, 因此 DE 在该领域的研究与应用是一个很有前景的课题.

参考文献(References)

- [1] Storn R, Price K. Differential evolution A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces [R]. Berkeley: University of California, 2006.
- [2] Lampinen J. A bibliography of differential evolution algorithm [EB/OL]. (2002–10–14). http://www.lut.fi/~ i-jlampine/debiblio.htm.
- [3] 刘波, 王凌, 金以慧, 等. 微粒群优化算法研究进展 [J]. 化工自动化及仪表, 2005, 32(3): 1-6. (Liu Bo, Wang Ling, Jin Yi-hui, et al. Advances in particle swarm optimization algorithm [J]. Control and Instruments in Chemical Industry, 2005, 32(3): 1-6.)
- [4] Storn R, Price K. Minimizing the real functions of the ICEC' 96 contest by differential evolution[C]. Proc of IEEE Int Conf on Evolutionary Computation. Nagoya, 1996: 842-844.
- [5] 谢晓锋, 张文俊, 张国瑞, 等. 差异演化的实验研究 [J]. 控制与决策, 2004, 19(1): 49-52, 56. (Xie Xiao-feng, Zhang Wen-jun, Zhang Guo-rui, et al. Empirical study of differential evolution [J]. Control and Decision, 2004, 19(1): 49-52, 56.)
- [6] Feoktistov V, Janaqi S. Generalization of the strategies in differential evolution [C]. Proc of the 18th Int Parallel and Distributed Processing Symposium. Santa Fe, 2004: 165-170.
- [7] Kaelo P, Ali M M. A numerical study of some modified differential evolution algorithms [J]. European J of Operational Research, 2006, 169 (3): 1176-1184.
- [8] Bergey P K, Ragsdale C. Modified differential evolution: A greedy random strategy for genetic recombination [J]. Omega, 2005, 33(3): 255-265.
- [9] Lee M H, Han C H, Chang K S. Dynamic optimization of a continuous polymer reactor using a modified differential evolution algorithm [J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 1999, 38(12): 4825– 4831.
- [10] Fan H Y, Lampinen J. A trigonometric mutation operation to differential evolution [J]. J of Global

Optimization, 2003, 27 (1): 105-129, http://www.cnki.net [11] Liu J, Lampinen J. A fuzzy adaptive differential

- evolution algorithm [J]. Soft Computing, 2005, 9(6): 448-462.
- [12] Chiou J P, Chang C F, Su C T. Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems[J]. IEEE T rans on Power Systems, 2005, 20 (2): 668-674.
- [13] Wang F S, Jing C H, Tsao G T. Fuzzy-decision-making problems of fuel ethanol production using a genetically engineered yeast [J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 1998, 37(8): 3434-3443.
- [14] Lin Y C, Hwang K S, Wang F S. Co-evolutionary hybrid differential evolution for mixed-integer optimization problems [J]. Engineering Optimization, 2001, 33(6): 663-682.
- [15] Cheng S L, Hwang C. Optimal approximation of linear systems by a differential evolution algorithm[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: A, 2001, 31 (6): 698–707.
- [16] 宋立明, 李军, 丰镇平. 跨音速透平扭叶片的气动优化设计研究[J]. 西安交通大学学报, 2005, 39(11): 1277-1281.

 (Song Li-ming, Li Jun, Feng Zhen-ping. Study on aerodynamic optimization design of transonic turbine twist blade[J]. J of Xi' an Jiaotong University, 2005, 39(11): 1277-1281.)
- [17] Thomsen R. Multimodal optimization using crowding-based differential evolution [C]. Proc of the Congress on Evolutionary Computation. Portland, 2004: 1382-1389.
- [18] Sun JY, Zhang QF, Tsang EPK. DE/EDA: A new evolutionary algorithm for global optimization [J]. Information Sciences, 2005, 169(3/4): 249–262.
- [19] Lin Y C, Hwang K S, Wang F S. A mixed-coding scheme of evolutionary algorithms to solve mixedinteger nonlinear programming problems [J]. Computers & Mathematics with Applications, 2004, 47(8/9): 1295-1307.
- [20] Zaharie D. Control of population diversity and adaptation in differential evolution algorithms [C]. The 9th Int Conf on Soft Computing. Mendel, 2003: 41–46
- [21] Zaharie D. A multipopulation differential evolution algorithm for multimodal optimization [C]. The 10th Int Conf on Soft Computing. Mendel, 2004: 16-18.
- [22] Qing A Y. Electromagnetic inverse scattering of multiple perfectly conducting cylinders by differential evolution strategy with individuals in groups (GDES) [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2004,

- training algorithms for "hardware-friendly" neural networks [J]. Natural Computing, 2001, 1(2/3): 307–322.
- [24] Chiou J P, Chang C F, Su C T. Ant direction hybrid differential evolution for solving large capacitor placement problems [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2004, 19(4): 1794-1800.
- [25] Hrstka O, Kucerova A. Improvements of real coded genetic algorithms based on differential operators preventing premature convergence [J]. Advances in Engineering Software, 2004, 35(3/4): 237-246.
- [26] 方强, 陈德钊, 俞欢军, 等. 基于优进策略的差分进化算法及其化工应用[J]. 化工学报, 2004, 55(4): 598-602.

 (Fang Qiang, Chen De-zhao, Yu Huan-jun, et al. Differential evolution algorithm based on eugenic strategy and its application to chemical engineering [J]. J of Chemical Industry and Engineering, 2004, 55(4): 598-602.)
- [27] Wang F S, Chiou J P. Optimal control and optimal time location problems of differential-algebraic systems by differential evolution [J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 1997, 36(12): 5348-5357.
- [28] Ali M M, Torn A. Population set-based global optimization algorithms: Some modifications and numerical studies [J]. Computers & Operations Research, 2004, 31(10): 1703-1725.
- [29] Teo J. Differential evolution with self-adaptive populations [C]. Lecture Notes in Artificial Intelligence. Berlin: Springer, 2005: 1284-1290.
- [30] Abbass H A, Sarker R, Newton C. PDE: A Pareto-Frontier differential evolution approach for multi-objective optimization problems [C]. Proc of the Congress on Evolutionary Computation. Seoul, 2001: 971-978.
- [31] Abbass H A. The self-adaptive Pareto differential evolution algorithm: Evolutionary computation [C]. Proc of the Congress on Evolutionary Computation. Honolulu, 2002: 831–836.
- [32] Robic T, Filipic B. DEMO: Differential evolution for multiobjective optimization [C]. Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer, 2005: 520-533.
- [33] Madavan N K. Multiobjective optimization using a Pareto differential evolution approach [C]. Proc of the Congress on Evolutionary Computation. Honolulu, 2002: 1145-1150.
- [34] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-

(C) 123 | 1223 | 1229 | 1223 | 1229 | 1223 | 1229 | 1223 | 1229 | 1223 | 1223 | 1224 | 1223 | 1224 | 1223 | 1224 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 | 1225 |

- multiobjective EAs: The NSGA-II and other algorithms [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2003, 7(5): 503-515.
- [36] Xue F, Sanderson A C, Graves R J. Pareto-based Multi-objective differential evolution [C]. Proc of the Congress on Evolutionary Computation. Canberra, 2003: 862-869.
- [37] Xue F, Sanderson A C, Graves R J. Multi-objective differential evolution and its application to enterprise planning [C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Canberra, 2003: 3535-3541.
- [38] Chang C S, Kwan C M. Evaluation of evolutionary algorithms for multi-objective train schedule optimization [C]. Lecture Notes in Artificial Intelligence. Berlin: Springer, 2004: 803-815.
- [39] Zitzler E, Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 1999, 3(4): 257-271.
- [40] Zaharie D, Petcu D. Adaptive Pareto differential evolution and its parallelization [C]. Lecture Notes in Computer Science 3019. Berlin: Springer, 2003: 261-268.
- [41] Kukkonen S, Lampinen J. An extension of generalized differential evolution for multi-objective optimization with constraints [C]. Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer, 2004: 752-761.
- [42] Lampinen J. A constraint handling approach for the differential evolution algorithm [C]. Proc of the Congress on Evolutionary Computation. Honolulu, 2002: 1468-1473.
- [43] Iorio A W, Li X D. Solving rotated multi-objective optimization problems using differential evolution [C]. Lecture Notes in Artificial Intelligence. Berlin: Springer, 2004: 861-872.
- [44] Parsopoulos K E, Tasoulis D K, Pavlidis N G, et al.

 Vector evaluated differential evolution for multiobjective optimization [C]. Proc of the Congress on Evolutionary Computation. Portland, 2004: 204-211.
- [45] Lampinen J, Zelinka I. Mechanical engineering design optimization by differential evolution [C]. New Ideas in Optimization. London: McGraw-Hill, 1999: 127-146.
- [46] Mezura-Montes E, Coello C A C, Tun-Morales E I. Simple feasibility rules and differential evolution for constrained optimization [C]. Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer, 2004: 707-716.
- [47] Becerra R L, Coello C A C. A cultural algorithm with differential evolution to solve constrained optimization

- [48] Sarimveis H, Nikolakopoulos A. A line up evolutionary algorithm for solving nonlinear constrained optimization problems [J]. Computers & Operations Research, 2005, 32(6): 1499-1514.
- [49] Chiou J P, Wang F S. Hybrid method of evolutionary algorithms for static and dynamic optimization problems with application to a fed-batch fermentation process [J]. Computers & Chemical Engineering, 1999, 23(9): 1277-1291.
- [50] Onwubolu G, Davendra D. Scheduling flow shops using differential evolution algorithm [J]. European J of Operational Research, 2006, 171(2): 674-692.
- [51] Krink T, Filipic B, Fogel G B. Noisy optimization problems — A particular challenge for differential evolution? [C]. Proc of the Congress on Evolutionary Computation. Portland, 2004: 332-339.
- [52] Liu B, Wang L, Jin Y H, et al. Designing neural networks using hybrid particleswarm optimization [C]. Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer, 2005: 391-397.
- [53] Abbass H A. An evolutionary artificial neural networks approach for breast cancer diagnosis [J]. Artificial Intelligence in Medicine, 2002, 25(3): 265– 281
- [54] Kiranmai D, Jyothirmai A, Murty C S. Determination of kinetic parameters in fixed-film bio-reactors: An inverse problem approach [J]. Biochemical Engineering J, 2005, 23(1): 73-83.
- [55] Kapadi M D, Gudi R D. Optimal control of fed-batch fermentation involving multiple feeds using differential evolution [J]. Process Biochemistry, 2004, 39 (11): 1709-1721.
- [56] Chaitali M, Kapadi M, Suraishkumar G K, et al.

 Productivity improvement in xanthan gum fermentation
 using multiple substrate optimization [J].

 Biotechnology Progress, 2003, 19(4): 1190-1198.
- [57] Chakraborti N, Deb K, Jha A. A genetic algorithm based heat transfer analysis of a bloom re-heating furnace [J]. Steel Research, 2000, 71(10): 396-402.
- [58] Huang H J, Wang F S. Fuzzy decision-making design of chemical plant using mixed-integer hybrid differential evolution [J]. Computers & Chemical Engineering, 2002, 26(12): 1649-1660.
- [59] Chang Y P, Wu C J. Optimal multiobjective planning of large-scale passive harmonic filters using hybrid differential evolution method considering parameter and loading uncertainty [J]. IEEE Trans on Power Delivery, 2005, 20(1): 408-416.
- [60] Chang T T, Chang H C. An efficient approach for

- Trans on Power Delivery, 2000, 15(3): 990-995.
- [61] Kannan S, Slochanal S M R, Padhy N P. Application and comparison of metaheuristic techniques to generation expansion planning problem [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2005, 20(1): 466-475.
- [62] Crutchley D A, Zwolinski M. Globally convergent algorithms for DC operating point analysis of nonlinear circuits [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2003, 7(1): 2-10.
- [63] 陈晨,章玮. 差异进化算法在永磁同步电机优化设计中的应用[J]. 微特电机,2004,(2):10-12,28. (Chen Chen, Zhang Wei. The application of differential evolution in permanent magnet synchronous motor optimal design[J]. Small & Special Machines,2004,(2):10-12,28.)
- [64] 杨晓明,邱清盈,冯培恩,等. 盘式制动器的全性能优化设计[J]. 中国机械工程, 2005, 16(7): 630-633. (Yang Xiao-ming, Qiu Qing-ying, Feng Pei-en, et al. Optimal design for overall performance of disk brake [J]. China Mechanical Engineering, 2005, 16(7): 630-633.)
- [65] Doyle S, Corcoran D, Connell J. Automated mirror design using an evolution strategy [J]. Optical Engineering, 1999, 38(2): 323-333.
- [66] 张吴明, 钟约先. 基于改进差分进化算法的相机标定研究[J]. 光学技术, 2004, 30(6): 720-723.

 (Zhang Wu-ming, Zhong Yue-xian. Camera calibration based on improved differential evolution algorithm[J]. Optical Technique, 2004, 30(6): 720-723.)
- [67] Aydin S, Temeltas H. Fuzzy-differential evolution algorithm for planning time-optimal trajectories of a unicycle mobile robot on a predefined path [J]. Advanced Robotics, 2004, 18(7): 725-748.
- [68] Shiakolas P S, Koladiya D, Kebrle J. Optimum robot design based on task specifications using evolutionary techniques and kinematic, dynamic and structural constraints [J]. Inverse Problems in Engineering, 2002, 10(4): 359-375.
- [69] Joshi R, Sanderson A C. Minimal representation multisensor fusion using differential evolution [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: A, 1999, 29(1): 63-76.
- [70] Storn R. Designing nonstandard filters with differential evolution [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005, 22(1): 103-106.
- [71] Shan D M, Chen Z N, Wu X H. Signal optimization for UWB radio systems[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2005, 53(7): 2178-2184.
- [72] Caorsi S, Massa A, Pastorino M, et al. Optimization

- of the difference patterns for monopulse antennas by a hybrid real/integer-coded differential evolution method [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2005, 53(1): 372-376.
- [73] Yang S W, Gan Y B, Qing A Y. Moving phase center antenna arrays with optimized static excitations [J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2003, 38 (1): 83-85.
- [74] Li Y, Rao L Y, He R J, et al. A novel combination method of electrical impedance-tomography inverse problem for brain imaging [J]. IEEE Trans on Magnetics, 2005, 41(5): 1848-1851.
- [75] Tsai K Y, Wang F S. Evolutionary optimization with data collocation for reverse engineering of biological networks [J]. Bioinformatics, 2005, 21 (7): 1180-1188.
- [76] Moloi N P, Ali M M. An Iterative global optimization algorithm for potential energy minimization [J]. Computational Optimization and Applications, 2005, 30(2): 119-132.
- [77] Chakraborti N, Kumar A. The optimal scheduling of a reversing strip mill: Studies using multipopulation genetic algorithms and differential evolution [J]. Materials and Manufacturing Processes, 2003, 18(3): 433-445.
- [78] 邓建军,徐立鸿,吴启迪.基于遗传算法的模糊逻辑系统滚动学习方法[J].控制与决策,2002,17(2):246-248.
 (Deng Jian-jun, Xu Li-hong, Wu Qi-di. Roll-learning algorithm for fuzzy logic system based on genetic algorithm [J]. Control and Decision, 2002, 17(2):
- [79] 徐志高,关正西,张炜. 模糊神经网络在导弹动力系统多故障诊断中的应用[J]. 弹箭与制导学报,2005,25(1): 15-18.

 (Xu Zhi-gao, Guan Zheng-xi, Zhang Wei. Application

246-248.)

- of fuzzy neural network to multi-faults diagnosis of missile power system [J]. J of Projectiles Rockets Missiles and Guidance, 2005, 25(1): 15-18.)
- [80] Cruz I L L, Van Willigenburg L G, Van Straten G. Optimal control of nitrate in lettuce by a hybrid approach: Differential evolution and adjustable control weight gradient algorithms [J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2003, 40(1-3): 179-197.
- [81] Pavlidis N G, Parsopoulos K E, Vrahatis M N. Computing Nash equilibria through computational intelligence methods [J]. J of Computational and Applied M athematics, 2005, 175(1): 113-136.