

知识点Z1.17

系统分类：线性系统与非线性系统

主要内容：

- 1.线性系统的定义
- 2.线性系统的判定方法

基本要求：

熟练掌握动态线性系统的三个判定条件



1.4 系统的概念及分类

Z1.17 系统分类：线性系统与非线性系统

1.线性性质

线性系统是指满足线性性质的系统。



齐次性:

$$af_1$$



$$ay_1$$

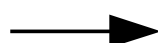
可加性:

$$f_2$$



$$y_2$$

$$f_1 + f_2$$



$$y_1 + y_2$$

线性性:

$$af_1 + bf_2$$



$$ay_1 + by_2$$

输入与输出成正比
输入少则输出少
输入多则输出多
与输入力成正比
力多则输出多


$$\mathbf{T}[af_1(\cdot) + bf_2(\cdot)] = a\mathbf{T}[f_1(\cdot)] + b\mathbf{T}[f_2(\cdot)]$$




1.4 系统的概念及分类

2.动态线性系统的判定条件

动态系统的响应不仅与激励 $\{f(\cdot)\}$ 有关，而且与它过去的状态 $\{x(0)\}$ 有关，也称记忆系统。含有记忆元件(电容、电感等)的系统是动态系统。否则称即时系统或无记忆系统。

 完全响应: $y(\cdot) = T[\{f(\cdot)\}, \{x(0)\}]$

 零状态响应: $y_{zs}(\cdot) = T[\{f(\cdot)\}, \{0\}]$

 零输入响应: $y_{zi}(\cdot) = T[\{0\}, \{x(0)\}]$



1.4 系统的概念及分类

当动态系统满足下列三个条件时该系统为线性系统：

①可分解性：

$$y(\cdot) = y_{zs}(\cdot) + y_{zi}(\cdot)$$

②零状态线性：

$$T[\{af_1(t) + bf_2(t)\}, \{0\}] = aT[\{f_1(\cdot)\}, \{0\}] + bT[\{f_2(\cdot)\}, \{0\}]$$

③零输入线性：

$$T[\{0\}, \{ax_1(0) + bx_2(0)\}] = aT[\{0\}, \{x_1(0)\}] + bT[\{0\}, \{x_2(0)\}]$$



1.4 系统的概念及分类

例1 判断下列系统是否为线性系统？

$$(1) y(t) = 3x(0) + 2f(t) + x(0)f(t) + 1$$

$$(2) y(t) = 2x(0) + |f(t)|$$

$$(3) y(t) = x^2(0) + 2f(t)$$

解：

$$(1) y_{zs}(t) = 2f(t) + 1, \quad y_{zi}(t) = 3x(0)$$

显然，不满足可分解性。 故为非线性系统。

不满足齐次性
因为 $|a| \neq a$

$$(2) y_{zs}(t) = |f(t)|, \quad y_{zi}(t) = 2x(0) \text{ 满足可分解性；}$$

但 $T[\{af(t)\}, \{0\}] = |af(t)| \neq ay_{zs}(t)$ 。 故为非线性系统。

$$(3) y_{zs}(t) = 2f(t), \quad y_{zi}(t) = x^2(0) \text{ 满足可分解性；}$$

但 $T[\{0\}, \{ax(0)\}] = [ax(0)]^2 \neq ay_{zi}(t)$ 。 故为非线性系统。



1.4 系统的概念及分类

例2 判断下列系统是否为线性系统？

$$y(t) = e^{-t} x(0) + \int_0^t \sin(x) f(x) dx$$

解：

① 满足可分解性 $y_{zi}(t) = e^{-t} x(0), y_{zs}(t) = \int_0^t \sin(x) f(x) dx$

② 零状态线性 $T[\{af_1(t) + bf_2(t)\}, \{0\}] = ay_{zs1}(t) + by_{zs2}(t)$

$$\int_0^t \sin(x)[af_1(x) + bf_2(x)]dx = a \int_0^t \sin(x)f_1(x)dx + b \int_0^t \sin(x)f_2(x)dx$$

③ 零输入线性 $T[\{0\}, \{ax_1(0) + bx_2(0)\}] = ay_{zi1}(t) + by_{zi2}(t)$

$$e^{-t}[ax_1(0) + bx_2(0)] = ae^{-t}x_1(0) + be^{-t}x_2(0)$$

综上，该系统为线性系统。

