

知识点Z2.9

冲激响应的定义和求法

主要内容:

1. 冲激响应的定义
2. 冲激响应的求法

基本要求:

1. 掌握冲激响应的定义
2. 掌握冲激响应的求法



Z2.9 冲激响应的定义和求法

1. 定义

冲激响应是由单位冲激函数 $\delta(t)$ 所引起的零状态响应，记为 $h(t)$ 。

$h(t)$ 隐含的条件：

$$f(t) = \delta(t)$$

$$h(0_-) = h'(0_-) = 0 \text{ (对二阶系统)}$$

基本信号：冲激函数 $\delta(t)$

基本响应：冲激响应 $h(t)$



2. 求法

描述二阶LTI系统的微分方程的一般形式为：

$$y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_2 f''(t) + b_1 f'(t) + b_0 f(t)$$

求解系统的冲激响应 可分两步进行：

(1)选新变量 $h_1(t)$ ，使它满足

$$h_1''(t) + a_1 h_1'(t) + a_0 h_1(t) = \delta(t)$$

$$h_1(0_-) = h_1'(0_-) = 0$$

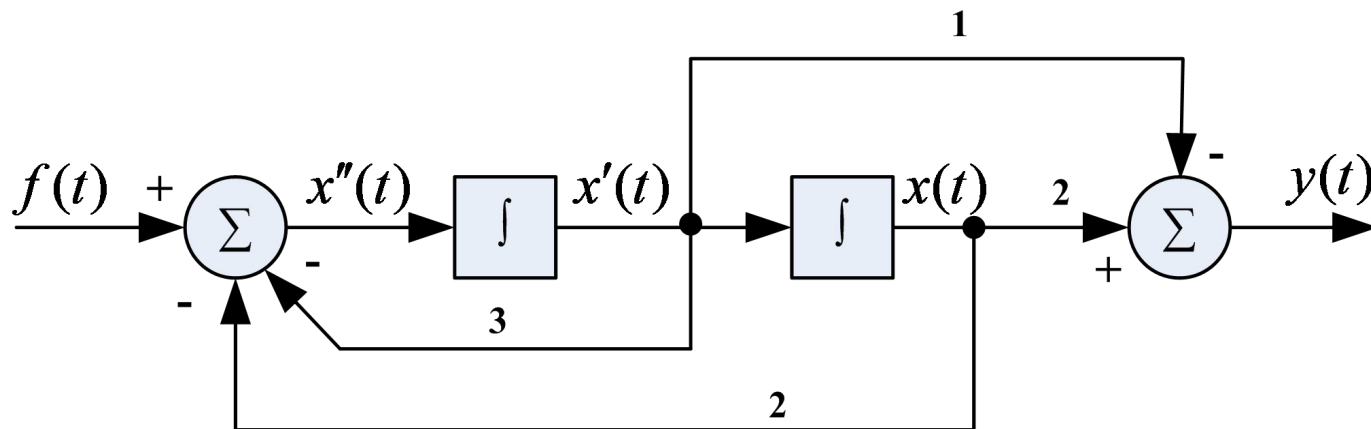
采用经典法求解 $h_1(t)$ ；

(2)根据LTI系统零状态响应的线性性质和微分特性，
则冲激响应：

$$h(t) = b_2 h_1''(t) + b_1 h_1'(t) + b_0 h_1(t)$$



例1 如图所示LTI系统，求其冲激响应。



解：(1)先列写系统的微分方程

积分器的输出为 $x(t)$ ，列出左端加法器的方程：

$$x''(t) = -3x'(t) - 2x(t) + f(t) \quad x''(t) + 3x'(t) + 2x(t) = f(t)$$

右端加法器方程： $y(t) = -x'(t) + 2x(t)$

合并整理： $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = -f'(t) + 2f(t)$



(2)求 $h_1(t)$, 满足如下方程

$$\begin{cases} h_1''(t) + 3h_1'(t) + 2h_1(t) = \delta(t) \\ h_1(0_-) = h_1'(0_-) = 0 \end{cases}$$

由系数匹配法:

$$h_1(0_+) = h_1(0_-) = 0$$

$$h_1'(0_+) - h_1'(0_-) = 1, \text{ 即: } h_1'(0_+) = 1$$

其特征根为-1和-2, 特解为0, 设定解为:

$$h_1(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{-2t}, t \geq 0$$

代入初始值可求得:

$$h_1(t) = (e^{-t} - e^{-2t})\varepsilon(t)$$



(3)求 $h(t)$ ，满足如下方程

$$h(t) = -h_1'(t) + 2h_1(t)$$

计算 $h_1'(t)$:

$$h_1'(t) = (e^{-t} - e^{-2t})\delta(t) + (-e^{-t} + 2e^{-2t})\varepsilon(t) = (-e^{-t} + 2e^{-2t})\varepsilon(t)$$

求得冲激响应为:

$$h(t) = -h_1'(t) + 2h_1(t) = (3e^{-t} - 4e^{-2t})\varepsilon(t)$$

说明：结合零状态响应的线性性质和微分性质，来简化求解过程；若直接进行求解，方程右端将会出现冲激函数的各阶导数。

