

知识点Z2.22

矩形脉冲的卷积产生三角形和梯形脉冲

主要内容:

1. 同门宽矩形脉冲的卷积结果
2. 不同门宽矩形脉冲的卷积结果

基本要求:

掌握同门宽矩形脉冲的卷积产生三角形脉冲

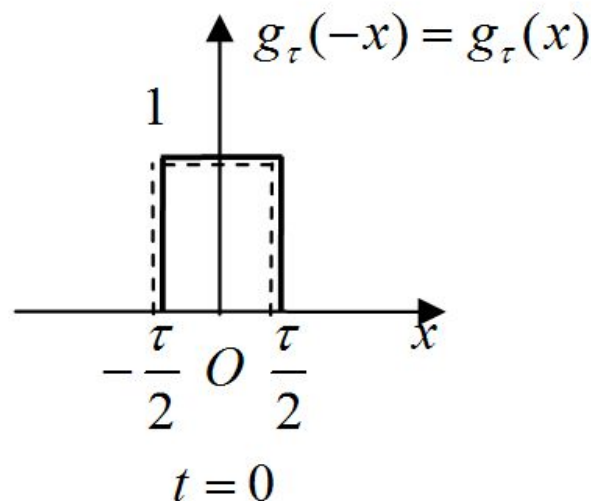
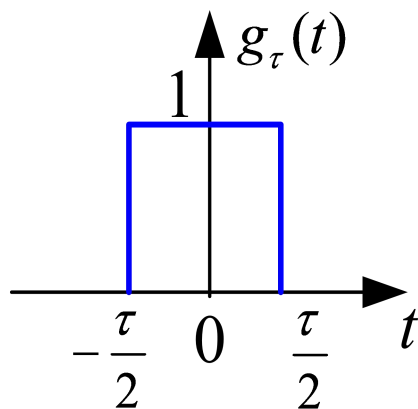


Z2.22 矩形脉冲的卷积产生三角形和梯形脉冲

例1 如图所示门函数 $g_{\tau}(t)$ ，在电子技术中称为矩形脉冲，其幅度为1，宽度为 τ ，求卷积积分 $g_{\tau}(t) * g_{\tau}(t)$ 。

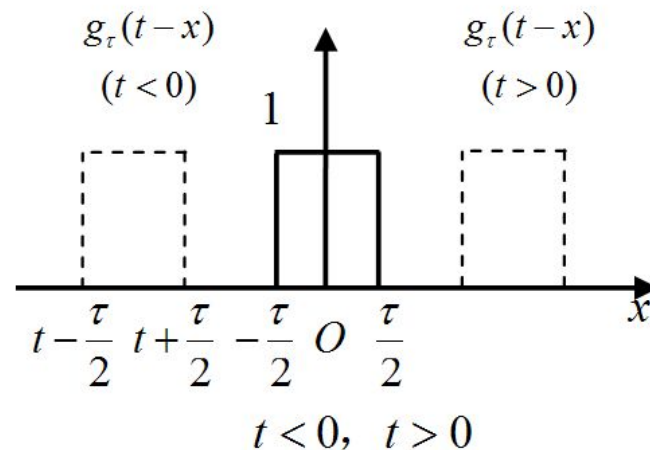
解：图解法

(1) 对 $g_{\tau}(t)$ 换元反折



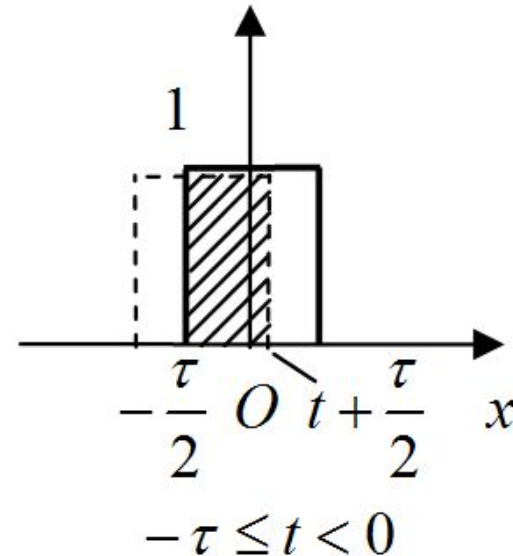
(2) $t < -\tau$ 或 $t > \tau$ 时:

$$g_{\tau}(t) * g_{\tau}(t) = 0;$$



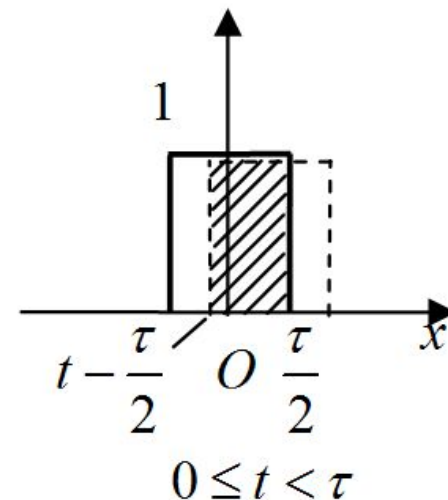
(3) $-\tau \leq t < 0$ 时:

$$g_{\tau}(t) * g_{\tau}(t) = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{t+\frac{\tau}{2}} (1 \times 1) dx = t + \tau$$



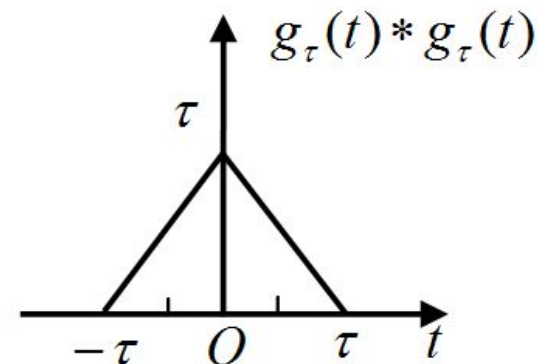
(4) $0 \leq t \leq \tau$ 时:

$$g_{\tau}(t) * g_{\tau}(t) = \int_{t-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} (1 \times 1) dx = \tau - t$$

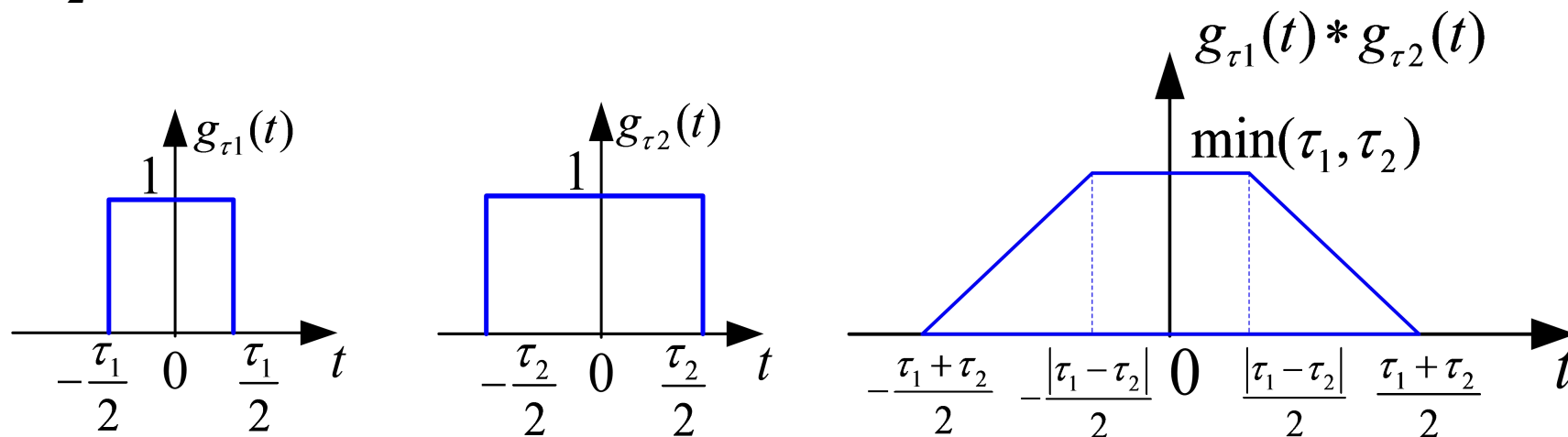


整理:

$$g_{\tau}(t) * g_{\tau}(t) = \begin{cases} 0 & t < -\tau, \quad t > \tau \\ t + \tau & -\tau \leq t < 0 \\ \tau - t & 0 \leq t \leq \tau \end{cases}$$



例2 两个门函数 $g_{\tau_1}(t)$ 和 $g_{\tau_2}(t)$ ，其幅度为1，宽度分别为 τ_1 和 τ_2 ，求卷积积分 $g_{\tau_1}(t) * g_{\tau_2}(t)$ 。



结论：两个不同宽的门函数卷积时，其结果为**梯形函数**，梯形函数的高度为窄门的门宽（**面积**），其上底为两个门函数宽度之差绝对值，下底为两个门函数宽度之和。

