

### 知识点Z1.9

# 冲激函数的导数

#### 主要内容:

- 1.冲激偶的定义
- 2.冲激函数 $n$ 阶导的定义

#### 基本要求:

- 1.掌握冲激偶的计算公式
- 2.掌握冲激函数 $n$ 阶导的计算公式



### Z1.9 冲激函数的导数

#### 1. $\delta'(t)$ (也称冲激偶)

$$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$$

证明:

$$[f(t)\delta(t)]' = f(t)\delta'(t) + f'(t)\delta(t)$$

$$f(t)\delta'(t) = [f(t)\delta(t)]' - f'(t)\delta(t)$$

$$= f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$$

$\delta'(t)$ 的定义: 
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)dt = -f'(0)$$



推广: 
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta'(t-a) dt = -f'(a)$$

举例:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (t-2)^2 \delta'(t) dt = -\frac{d}{dt}[(t-2)^2] \Big|_{t=0} = -2(t-2) \Big|_{t=0} = 4$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} (t-2)^2 \delta'(t-1) dt = -\frac{d}{dt}[(t-2)^2] \Big|_{t=1} = -2(t-2) \Big|_{t=1} = 2$$

## 2. $\delta^{(n)}(t)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta^{(n)}(t) dt = (-1)^n f^{(n)}(0)$$

