

知识点Z2.20

卷积的多种求解方法

主要内容:

卷积的多种求解方法

基本要求:

熟练各种卷积求解方法



Z2.20 卷积的多种求解方法

求解卷积的方法可归纳为：

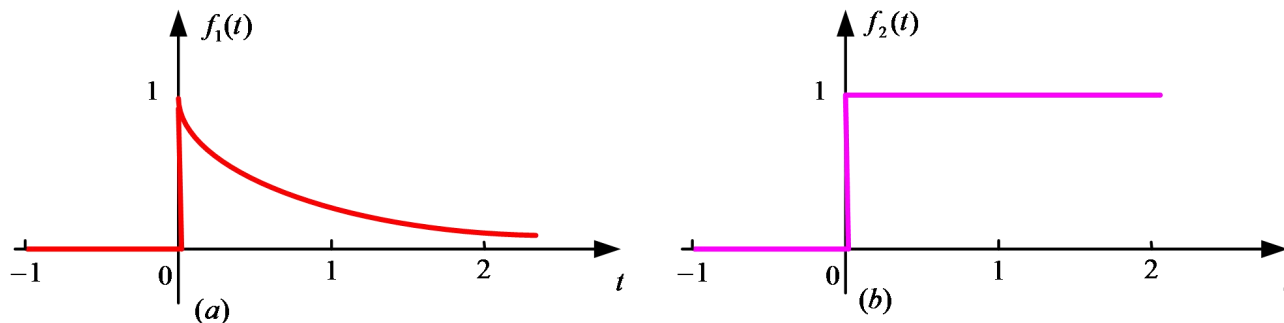
(1) 利用定义式，直接进行积分。对于容易求积分的函数比较有效。如指数函数，多项式函数等。

(2) 图解法。特别适用于求某时刻点上的卷积值。

(3) 利用性质。比较灵活。

三者常常结合起来使用。

例 已知 $f_1(t) = e^{-2t} \varepsilon(t)$, $f_2(t) = \varepsilon(t)$ 。求卷积积分 $f_1(t) * f_2(t)$ 。



例 $f_1(t)=e^{-2t} \varepsilon(t)$, $f_2(t)=\varepsilon(t)$, 求卷积积分 $f_1(t)*f_2(t)$ 。

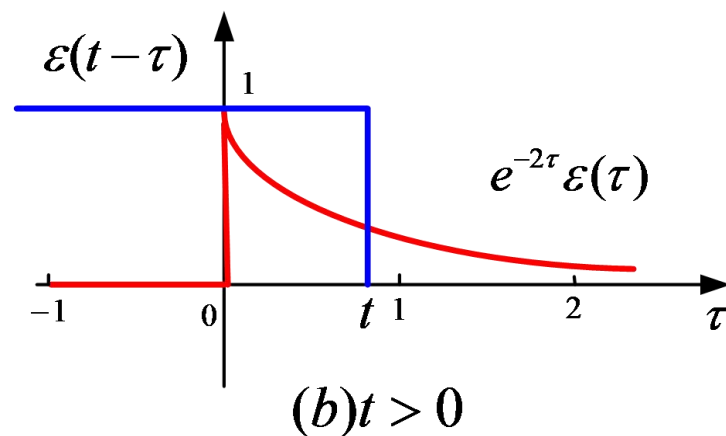
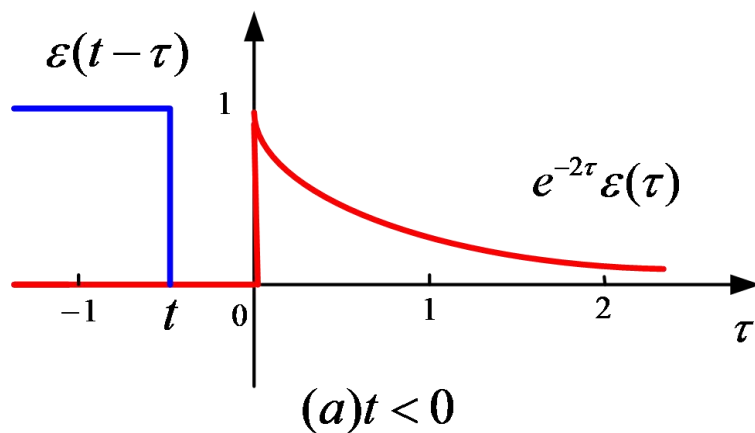
解法I（定义）：

$$f_1(t)*f_2(t)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\tau} \varepsilon(\tau) \cdot \varepsilon(t-\tau) d\tau = \int_0^t e^{-2\tau} d\tau \cdot \varepsilon(t) = \frac{1}{2}(1-e^{-2t})\varepsilon(t)$$

解法II（性质）：

$$\begin{aligned} f_1(t)*f_2(t) &= \varepsilon(t)*e^{-2t}\varepsilon(t) = \delta(t)*[e^{-2t}\varepsilon(t)]^{(-1)} \\ &= [e^{-2t}\varepsilon(t)]^{(-1)} = \int_{-\infty}^t e^{-2\tau} \varepsilon(\tau) d\tau = \frac{1}{2}(1-e^{-2t})\varepsilon(t) \end{aligned}$$





解法III（图解）：

$$f_1(t) * f_2(t) = \begin{cases} \int_0^t e^{-2\tau} d\tau = \frac{1}{2}(1 - e^{-2t}) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

解法IV（常用公式）：

$$f_1(t) * f_2(t) = \varepsilon(t) * e^{-2t} \varepsilon(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-2t})\varepsilon(t)$$

