知识点Z1.2

信号的分类：周期与非周期

主要内容：

1.周期信号的定义

2.连续和离散正弦信号的周期

基本要求：

1.掌握连续和离散正弦信号的周期计算方法

2.掌握两个连续或离散正弦信号的和函数的周期计算

Z1.2 信号的分类：周期与非周期

周期信号(period signal)是定义在(-∞,∞)区间，每隔一定时间T (或整数N)，按相同规律重复变化的信号；不具有周期性的信号称为**非周期信号**。

1. 连续信号的周期

连续周期信号$f(t)$，周期为T，满足

$$f(t) = f(t + mT),\quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

典型周期连续信号：余弦信号$\cos\omega t$

周期$T = 2\pi/\omega$ (s)

例1 下列信号是否为周期信号，若是，求其周期。

(1) $f_1(t) = \sin 2t + \cos 3t$ (2) $f_2(t) = \cos 2t + \sin \pi t$

解： 两个周期信号的周期分别为T_1和T_2，若T_1/T_2为有理数，则周期信号之和仍然是周期信号，其周期为T_1和T_2的最小公倍数。

(1) $\sin 2t$: $T_1 = 2\pi/\omega_1 = \pi$ s

$\cos 3t$: $T_2 = 2\pi/\omega_2 = (2\pi/3)$ s

判断: $T_1/T_2 = 3/2$为有理数

故$f_1(t)$存在周期，为2π。

(2) $\cos 2t$: $T_1 = \pi$ s， $\sin \pi t$: $T_2 = 2$ s

判断T_1/T_2为无理数

故$f_2(t)$为非周期信号。

2. 离散信号的周期

N—周期

定义：离散周期信号$f(k)$，周期为N，满足下式：

$$f(k) = f(k + mN), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

例2 判断正弦序列$f(k) = \sin(\beta k)$是否为周期信号，若是，确定其周期，式中β称为数字角频率，单位：rad。

解：$f(k) = \sin(\beta k) = \sin(\beta k + 2m\pi)$，$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

$$= \sin[\beta(k + m\frac{2\pi}{\beta})] = \sin[\beta(k + mN)]$$

$$N \overset{?}{=} \frac{2\pi}{\beta}$$

$$N \overset{?}{=} \frac{2\pi}{\beta}$$

结论:

- **当$2\pi/\beta$为整数时**，正弦序列具有周期$N = 2\pi/\beta$;
- **当$2\pi/\beta$为有理数时**，正弦序列仍具有周期性，但其周期为$N = M(2\pi/\beta)$，M取使N为整数的最小整数;
- **当$2\pi/\beta$为无理数时**，正弦序列为非周期序列。

※连续信号即为Analog，对于连续周期信号来说，其周期既可能为有理数也可能为无理数，但有理数与无理数周期叠加后不是周期信号，因其不可能读出最小公倍数

1.1 信号的基本概念和分类

例3. 下列序列是否为周期信号，若是，确定其周期。

(1) $f_1(k) = \sin(3\pi k/4) + \cos(0.5\pi k)$

(2) $f_2(k) = \sin(2k)$

β即为ω

解： (1) $\sin(3\pi k/4)$:　$2\pi/\beta_1 = 8/3$，$N_1 = 8$

$\cos(0.5\pi k)$:　$2\pi/\beta_2 = 4$，$N_2 = 4$

故$f_1(k)$为周期序列，其周期为N_1和N_2的最小公倍数8。

两周期离散信号的叠加必定为周期信号，因周期离散信号的周期必定不为无理数，因此其周期叠加后必能凑出最小公倍数。

(2) $\sin(2k)$: $2\pi/\beta_1 = \pi$为无理数

故$f_2(k) = \sin(2k)$为非周期序列 。

结论： ①连续正弦信号一定是周期信号，而正弦序列不一定是周期序列。②两连续周期信号之和不一定是周期信号，而两周期序列之和一定是周期序列。