知识点Z1.7

冲激函数的广义函数定义*

主要内容:

- 1.广义函数的定义
- 2.冲激函数的广义函数定义

基本要求:

- 1.了解广义函数和普通函数的对应关系
- 2.了解冲激函数的广义函数的取样作用

Z1.7 冲激函数的广义函数定义*

- 1. 广义函数定义
- * 普通函数y=f(t): 是将一维实数空间的数 t 经过 f 所规定的运算映射为一维实数空间的数y。
- *广义函数 $N_g[\varphi(t)]$:选择一类性能良好的函数 $\varphi(t)$ 作为检验函数(相当于自变量),一个广义函数g(t)对检验函数空间中的每个函数 $\varphi(t)$ 赋予一个数值N的映射,记为:

$$N_{g}[\varphi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\varphi(t)dt$$



表1 广义函数与普通函数的对应关系

类 型	定义式	自变量	定义域	函数值
普通函数	y = f(t)	t	(t_1,t_2)	f(t)
广义函数	$N_{g}[\varphi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\varphi(t)dt$	$\varphi(t)$	$\{\varphi(t)\}$	$N_g[arphi(t)]$

2.冲激函数的广义函数定义

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \varphi(t) dt = \varphi(0)$$

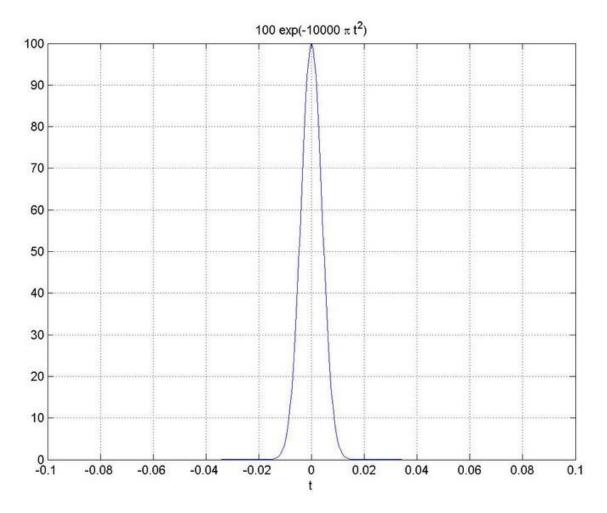
含义: 冲激函数 $\delta(t)$ 作用于检验函数 $\varphi(t)$ 的结果是赋值为 $\varphi(0)$,称为冲激函数的取样性质。

简言之,能从检验函数 $\varphi(t)$ 中筛选出函数值 $\varphi(0)$ 的广义函数就称为冲激函数 $\delta(t)$ 。 举例如下:

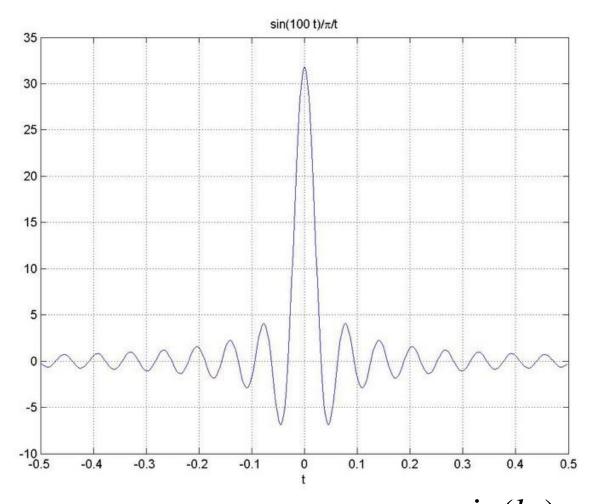
高斯(钟形)函数
$$\delta(t) = \lim_{b \to \infty} be^{-\pi(bt)^2}$$

取样函数

$$\delta(t) = \lim_{b \to \infty} \frac{\sin(bt)}{\pi t}$$



高斯(钟形)函数
$$\delta(t) = \lim_{b \to \infty} be^{-\pi(bt)^2}$$



取样函数
$$\delta(t) = \lim_{b \to \infty} \frac{\sin(bt)}{\pi t}$$