

知识点Z1.7

冲激函数的广义函数定义*

主要内容:

1. 广义函数的定义
2. 冲激函数的广义函数定义

基本要求:

1. 了解广义函数和普通函数的对应关系
2. 了解冲激函数的广义函数的取样作用



1.2 基本信号

Z1.7 冲激函数的广义函数定义*

1. 广义函数定义

* 普通函数 $y=f(t)$: 是将一维实数空间的数 t 经过 f 所规定的运算映射为一维实数空间的数 y 。

* 广义函数 $N_g[\varphi(t)]$: 选择一类性能良好的函数 $\varphi(t)$ 作为检验函数(相当于自变量), 一个广义函数 $g(t)$ 对检验函数空间中的每个函数 $\varphi(t)$ 赋予一个数值 N 的映射, 记为:

$$N_g[\varphi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\varphi(t)dt$$



表1 广义函数与普通函数的对应关系

类 型	定义式	自变量	定义域	函数值
普通函数	$y = f(t)$	t	(t_1, t_2)	$f(t)$
广义函数	$N_g[\varphi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\varphi(t)dt$	$\varphi(t)$	$\{\varphi(t)\}$	$N_g[\varphi(t)]$



1.2 基本信号

2.冲激函数的广义函数定义

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \varphi(t) dt = \varphi(0)$$

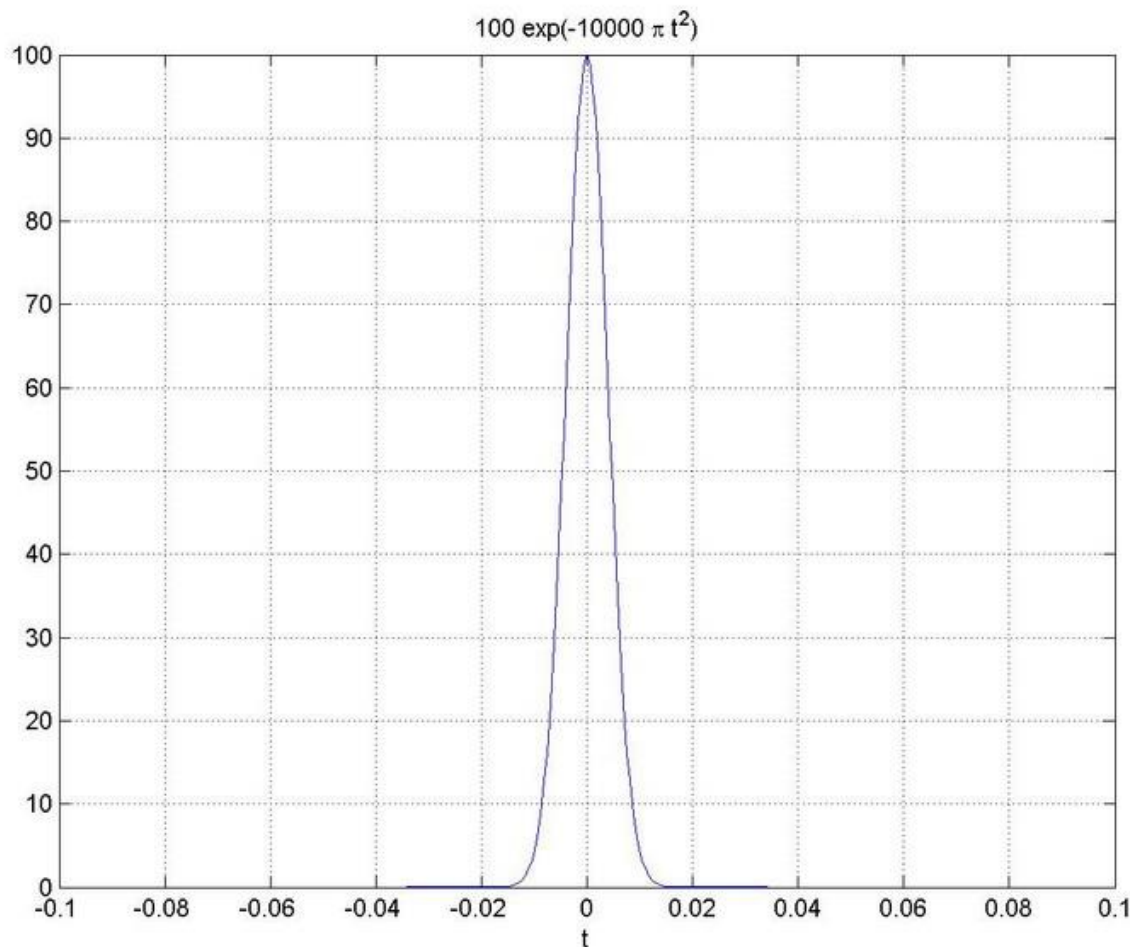
含义：冲激函数 $\delta(t)$ 作用于检验函数 $\varphi(t)$ 的结果是赋值为 $\varphi(0)$ ，称为冲激函数的取样性质。

简言之，能从检验函数 $\varphi(t)$ 中筛选出函数值 $\varphi(0)$ 的广义函数就称为冲激函数 $\delta(t)$ 。举例如下：

高斯(钟形)函数 $\delta(t) = \lim_{b \rightarrow \infty} b e^{-\pi (bt)^2}$

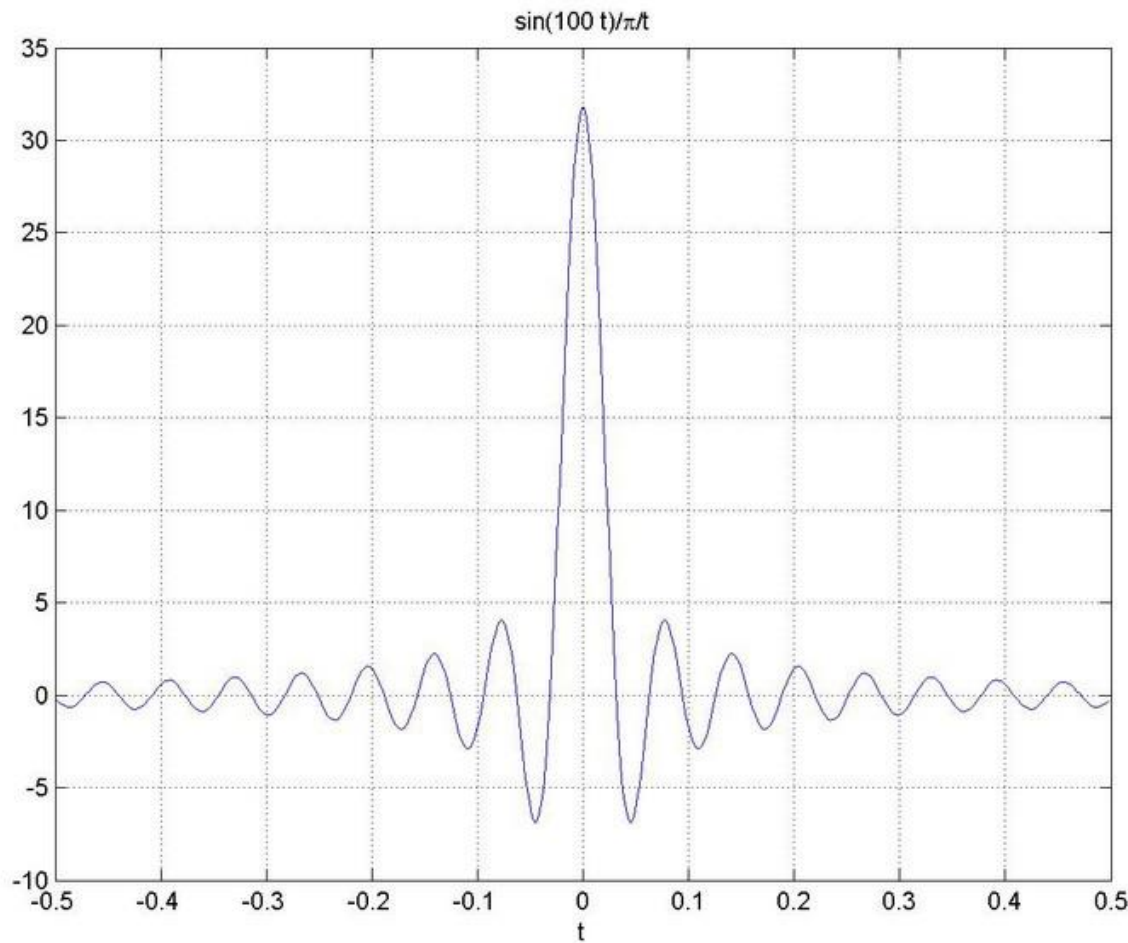
取样函数 $\delta(t) = \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{\sin(bt)}{\pi t}$





高斯(钟形)函数 $\delta(t) = \lim_{b \rightarrow \infty} b e^{-\pi (bt)^2}$





取样函数 $\delta(t) = \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{\sin(bt)}{\pi t}$

