

知识点Z2.2

微分方程的模拟框图

主要内容:

1. 基本部件的模型
2. 框图和方程之间的转换

基本要求:

1. 掌握框图的作图方法
2. 熟练掌握框图和微分方程的关系



2.1 LTI连续系统的响应

Z2.2 微分方程的模拟框图

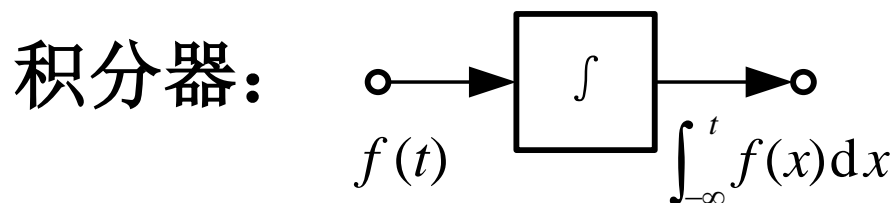
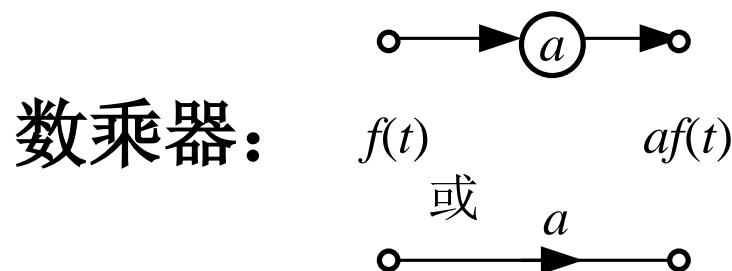
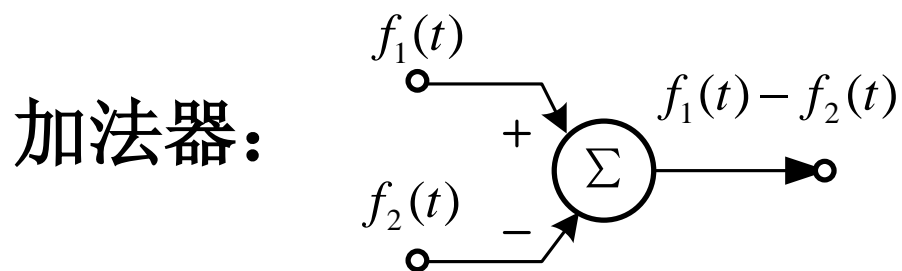
1.基本部件:

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = f(t)$$

$$y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = f(t)$$

基本运算：数乘、微分、相加

基本部件：加法器、数乘器、积分器



积分器的抗干扰性比微分器好



2.模拟框图

模拟框图：将微分方程用基本部件的相互联接表征出来的图，简称**框图**。

例1 已知 $y''(t) + ay'(t) + by(t) = f(t)$ ，画出框图。

解：将方程改写为 $y''(t) = f(t) - ay'(t) - by(t)$

绘制步骤为：

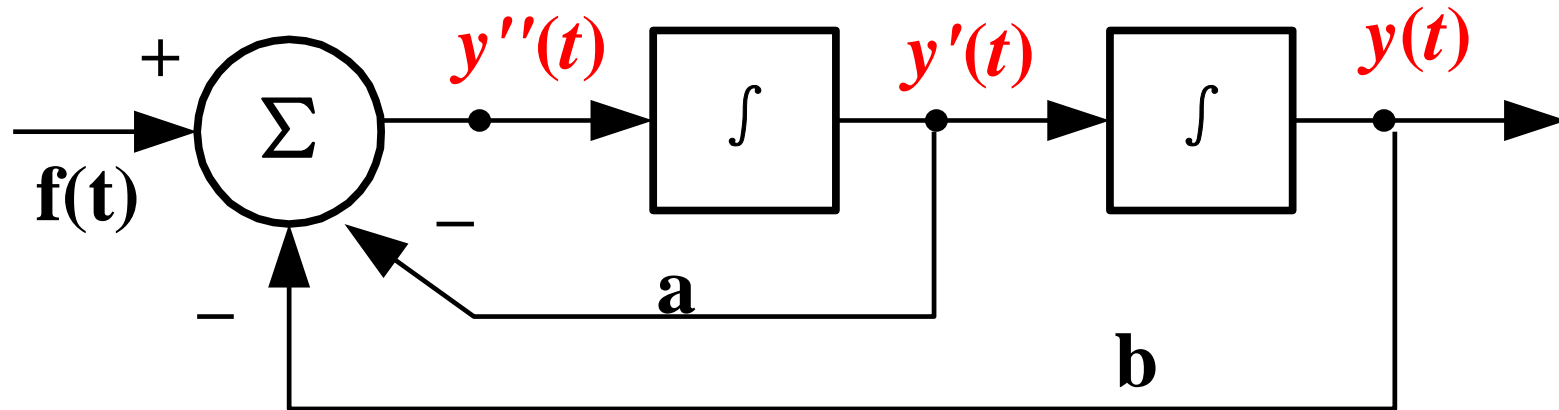
(1)画出两个积分器；

(2)以最后一个积分器的输出端为 $y(t)$ ；

(3)左边第一个积分器的输入端就是 $y''(t)$ ，也是加法器的输出。



$$y''(t) = f(t) - ay'(t) - by(t)$$



例2 已知 $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 4f'(t) + f(t)$ ，画框图。

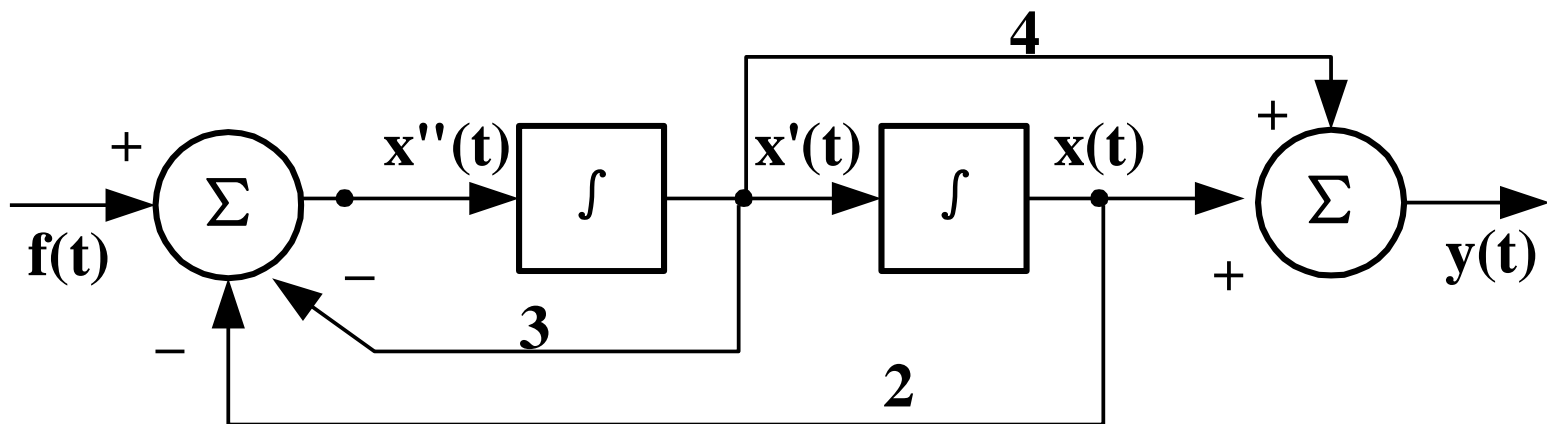
解： 该方程右端含 $f(t)$ 的导数，引入辅助函数画出框图。

设辅助函数 $x(t)$ 满足

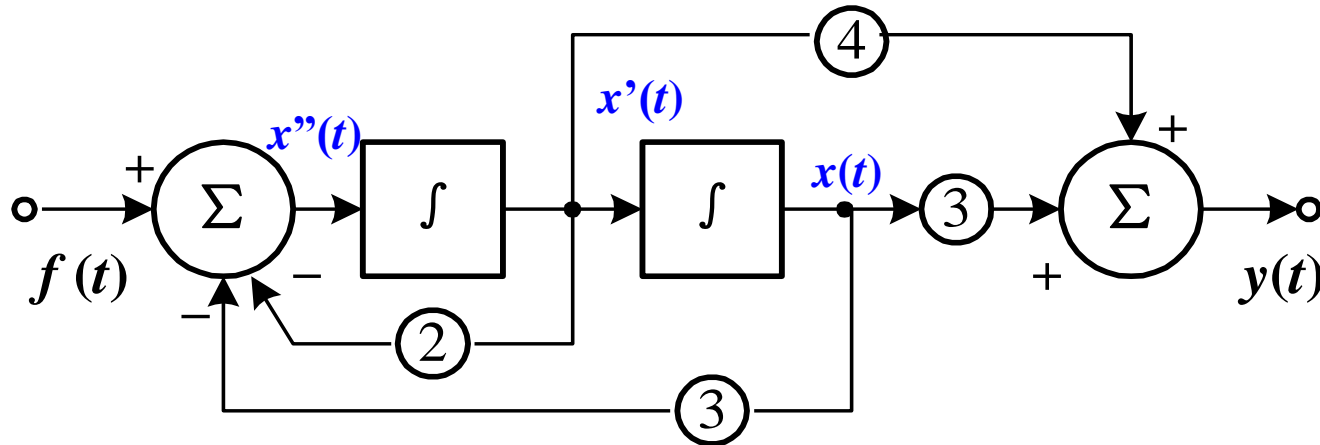
$$x''(t) + 3x'(t) + 2x(t) = f(t)$$

移项整理得： $x''(t) = -3x'(t) - 2x(t) + f(t)$

可推导出： $y(t) = 4x'(t) + x(t)$ 。(由LTI特性)



例3 已知框图，写出系统的微分方程。



解： 设辅助变量 $x(t)$ 如图

$$x''(t) = f(t) - 2x'(t) - 3x(t)$$

$$\text{即 } x''(t) + 2x'(t) + 3x(t) = f(t)$$

$$y(t) = 4x'(t) + 3x(t)$$

根据前面的逆过程，得

$$y''(t) + 2y'(t) + 3y(t) = 4f'(t) + 3f(t)$$

