知识点 **Z2.18**

卷积的时移特性

主要内容：

卷积的时移特性

基本要求：

1. 掌握卷积的时移特性

2. 熟练运用时移特性简化卷积计算

Z2.18 卷积的时移特性

若 $f(t) = f_1(t) * f_2(t)$，
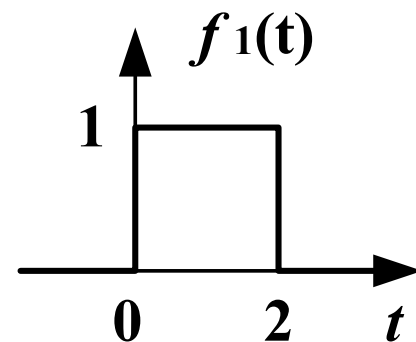
则 $f_1(t - t_1) * f_2(t - t_2) = f_1(t - t_1 - t_2) * f_2(t)$

$$= f_1(t) * f_2(t - t_1 - t_2) = f(t - t_1 - t_2)$$

例1 $f_1(t)$ 如图, $f_2(t) = e^{-t} \varepsilon(t)$，求 $f_1(t) * f_2(t)$

解：$f_1(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t - 2)$

$f_1(t) * f_2(t) = \varepsilon(t) * f_2(t) - \varepsilon(t - 2) * f_2(t)$

$\varepsilon(t) * f_2(t) = f_2^{(-1)}(t) = (1 - e^{-t}) \varepsilon(t)$

由时移特性，$\varepsilon(t - 2) * f_2(t) = f_2^{(-1)}(t - 2)$

$f_1(t) * f_2(t) = (1 - e^{-t}) \varepsilon(t) - [1 - e^{-(t-2)}] \varepsilon(t-2)$

例2 已知 $f_1(t), f_2(t)$ 如图，求 $f_1(t) * f_2(t)$

解： $f_1(t) = 2 \varepsilon (t) - 2 \varepsilon (t-1)$

   $f_2(t) = \varepsilon (t+1) - \varepsilon (t-1)$

$f_1(t) * f_2(t)$
$= 2 \varepsilon (t) * \varepsilon (t+1) - 2 \varepsilon (t) * \varepsilon (t-1)$
$- 2 \varepsilon (t-1) * \varepsilon (t+1) + 2 \varepsilon (t-1) * \varepsilon (t-1)$

由于

$$\varepsilon (t) * \varepsilon (t) = t \varepsilon (t)$$

由时移特性，有

$$f_1(t) * f_2(t) = 2 (t+1) \varepsilon (t+1) - 2 (t-1) \varepsilon (t-1)$$
$$- 2 t \varepsilon (t) + 2 (t-2) \varepsilon (t-2)$$