第八章 机械波

0801 地震波的产生与传播 —— 波动方程 ★

0802 “无声”手枪的消声原理 —— 波的干涉 ★

0803 音乐与驻波 —— 驻波（研讨）

0804 多普勒效应及其应用（研讨）

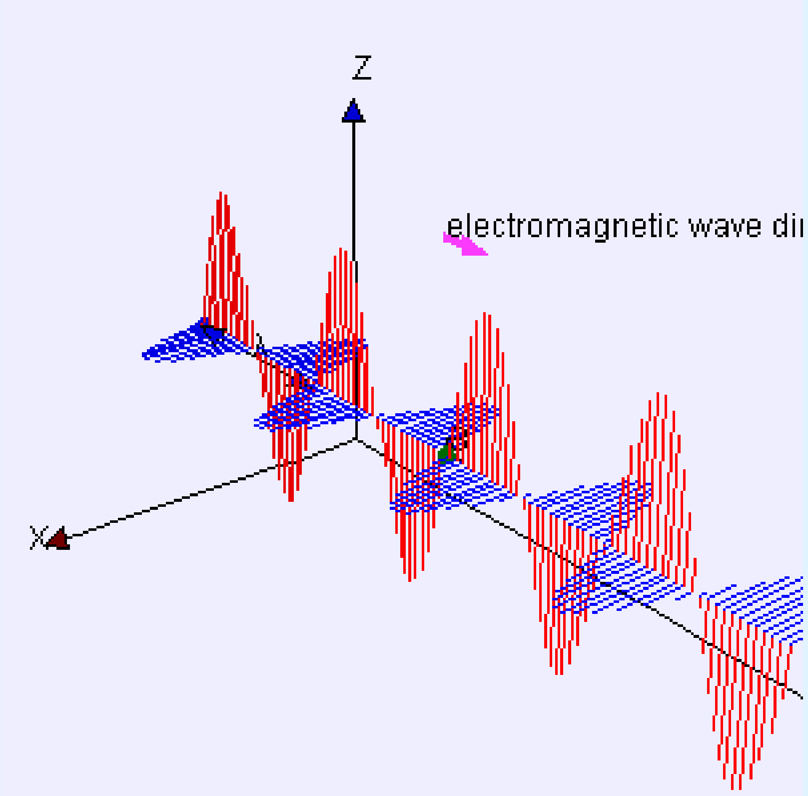
0805 冲击波（自学）

第八章 机械波

机械波 —— 机械振动在连续介质内的传播

电磁波 —— 电磁振动在真空或介质中的传播

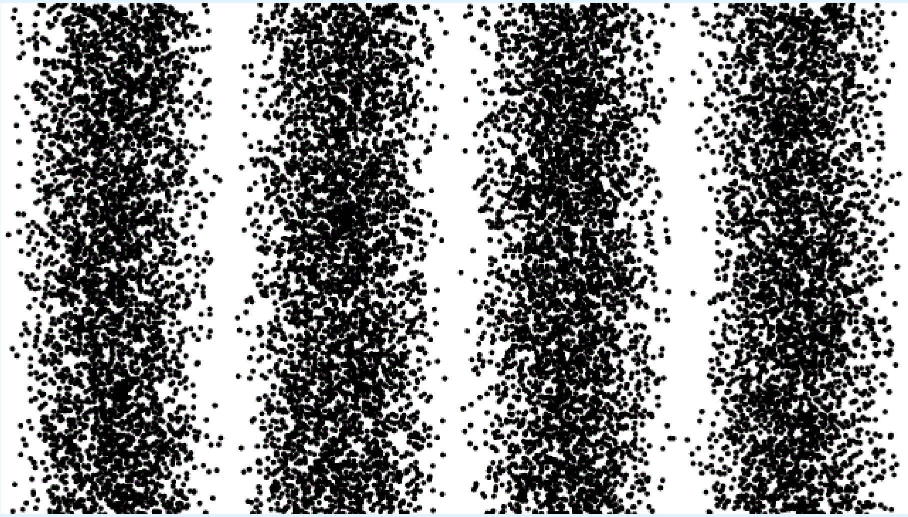
—— 电磁波__光波__X射线

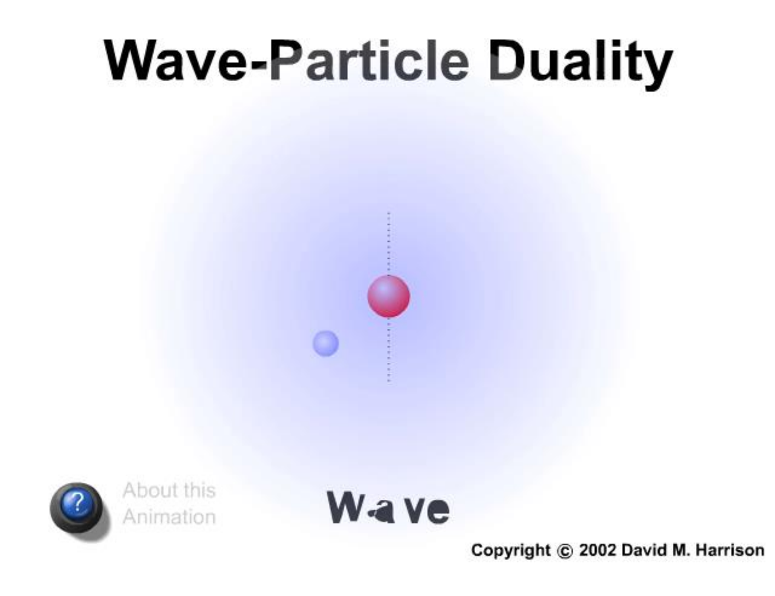


物质波 —— 微观粒子具有波粒二象性

波函数 —— 描写粒子在空间各点出现的几率

—— 几率波





§ 8.1 地震波的产生与传播

几个问题：

？ 地震波如何传播？

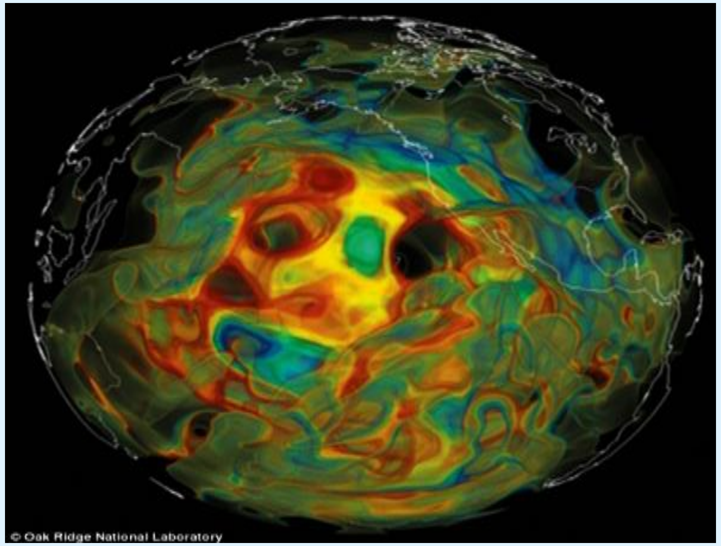
上下？ 左右？ 前后？

传播的速度？

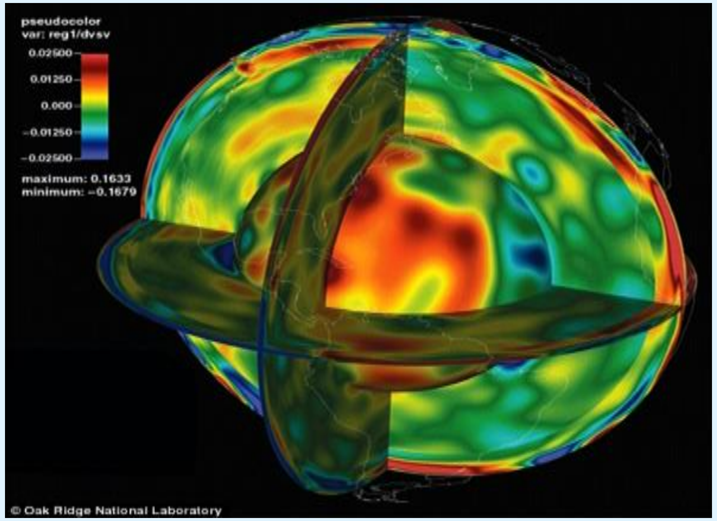
？ （地震）波如何描述？

？ （地震）波的能量如何传播？

2015年3月份，美国普林斯顿大学的科学家对地震进行监测，利用检测到的**地震波**绘制出了精确度较高的**地球内部模拟图**



如图所示，太平洋下方的地幔，较慢的地震波呈红色和橙色，较快的地震波呈绿色和蓝色。

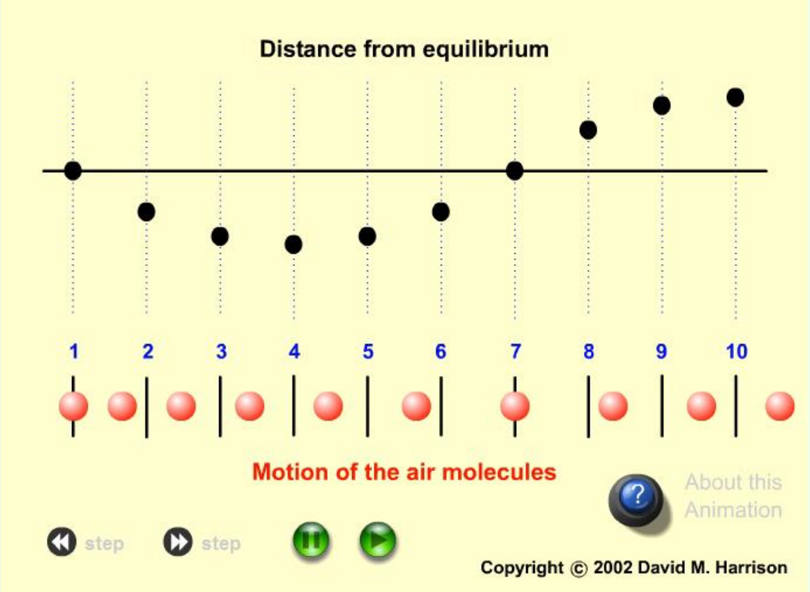


真空中的闹钟

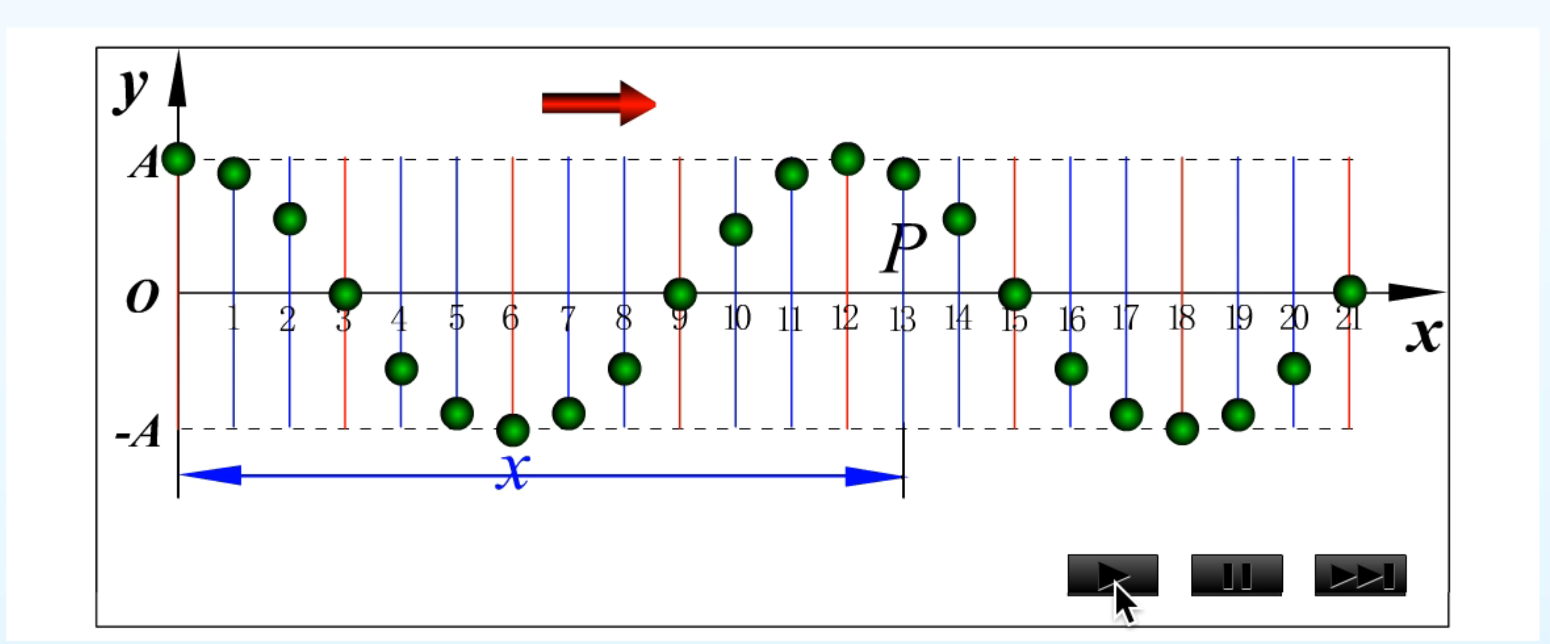
8.1.1 波的基本概念

机械波产生的条件：

振源 和 传播振动的介质



8.1.2 波是振动相位的传播过程



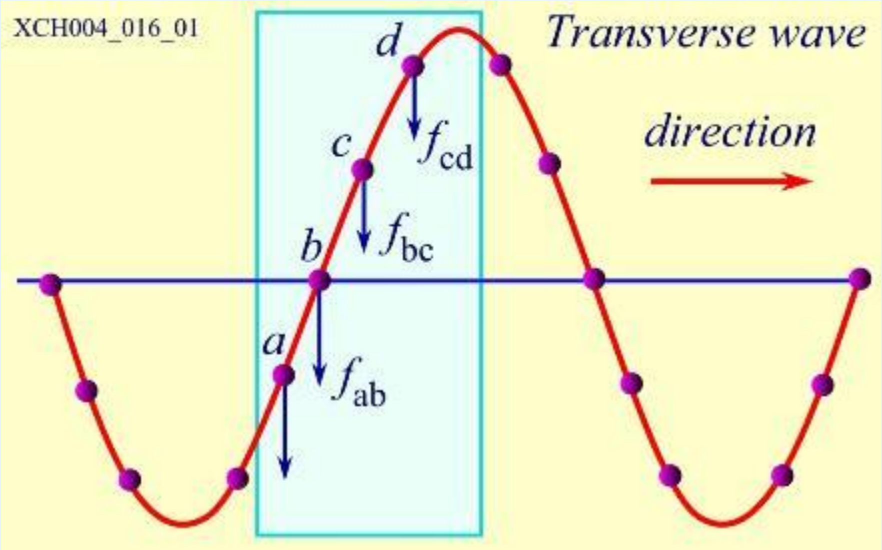
8.1.2 横波和纵波

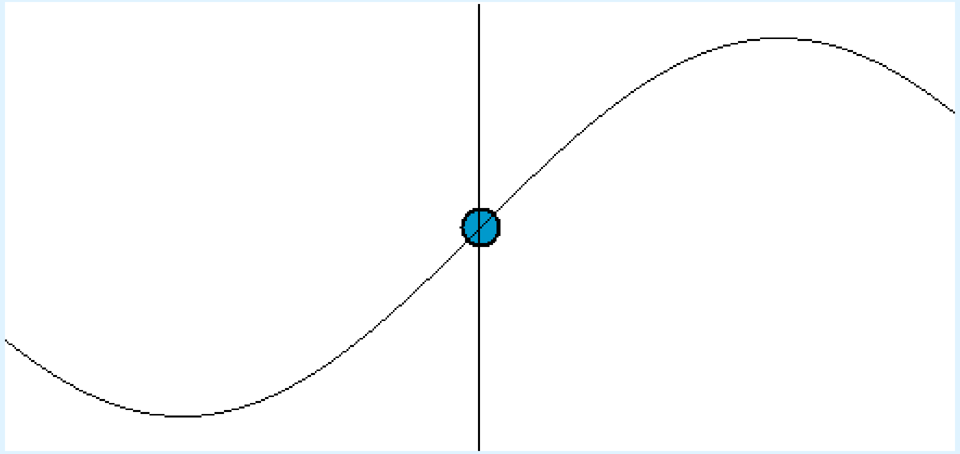
横波 —— 振动方向和传播方向垂直的波

横波的产生 —— 介质切向形变产生的切向弹性力而形成的

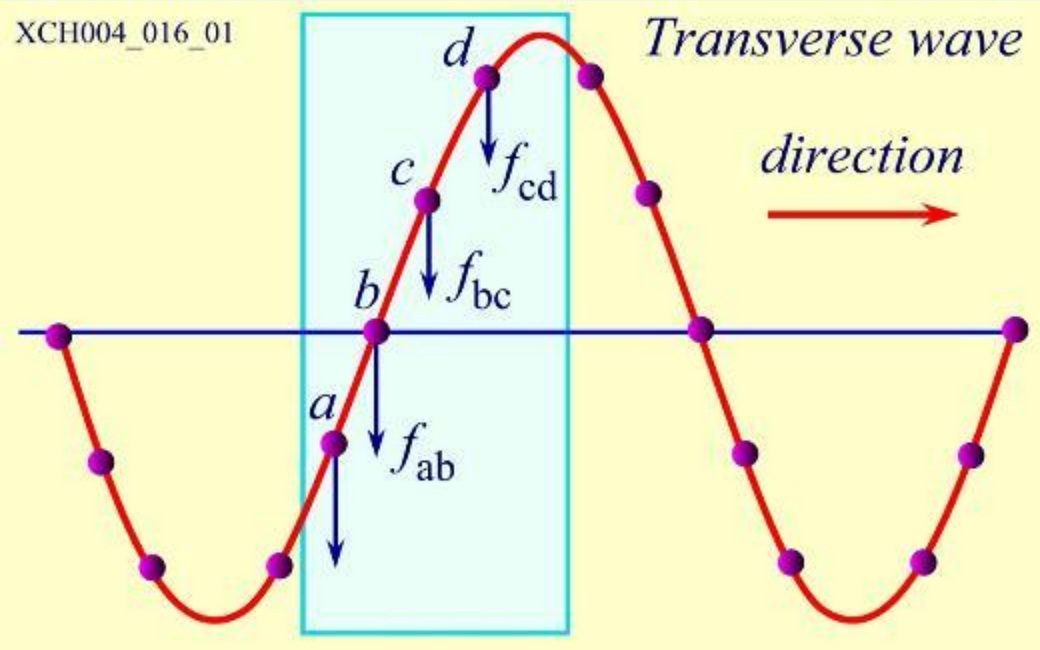
—— 质元*a*向下运动对质元*b*产生切向弹性力

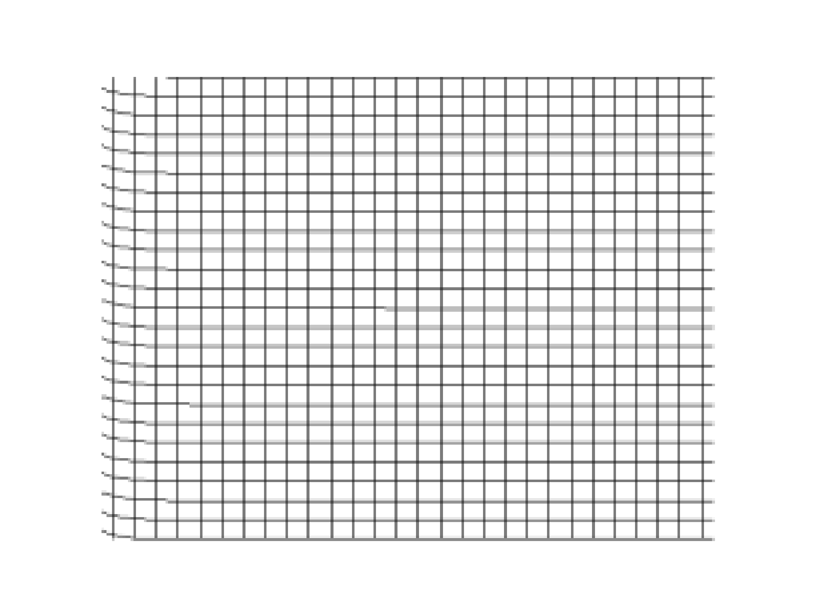
—— 质元*b*向下运动对质元*c*产生切向弹性力





—— 相邻质元依次作用下去形成横波





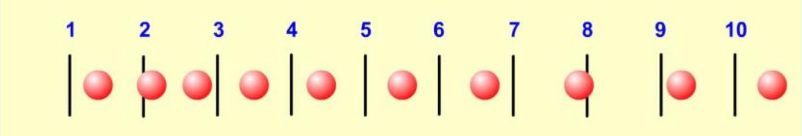
—— 只有固体可产生切向弹性力，因此横波只能在固体中传播

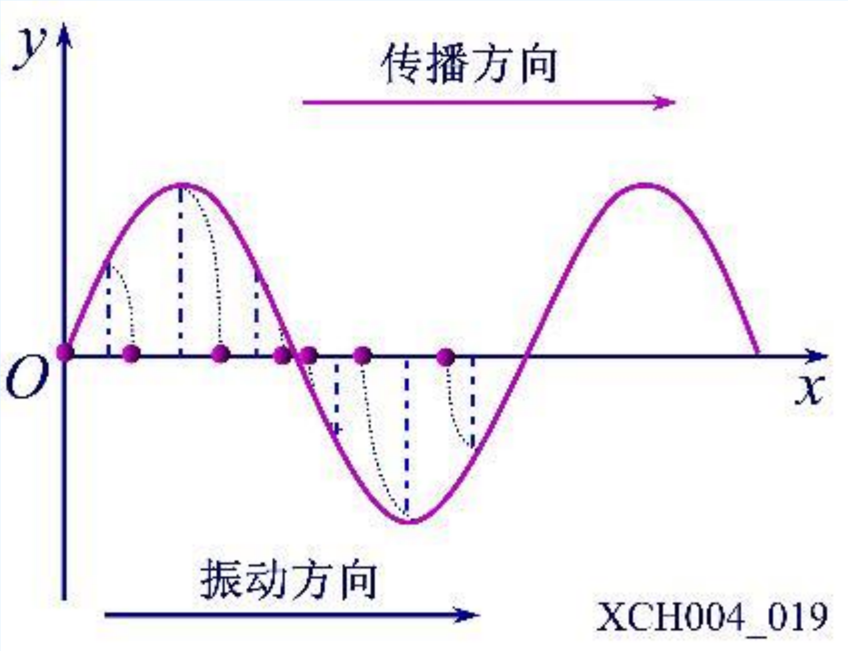
纵波 —— 振动方向和传播方向一致的波

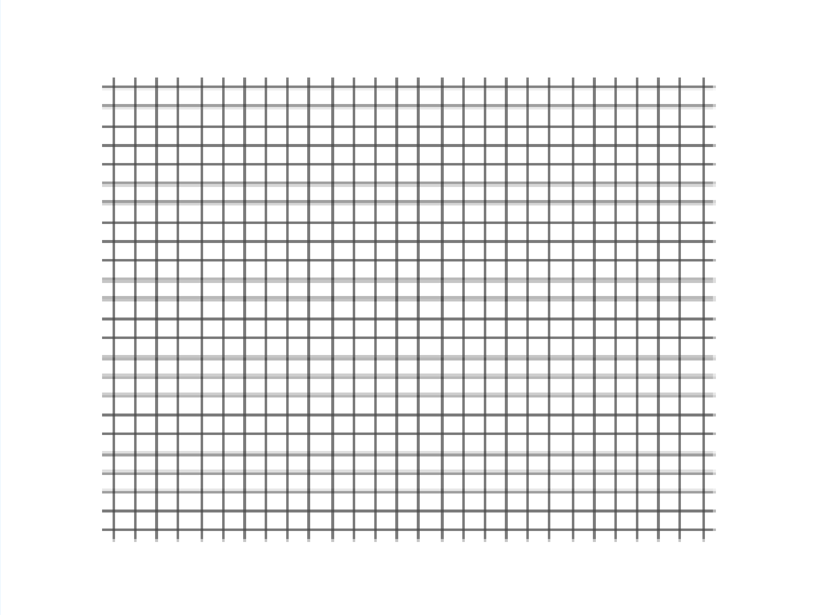
纵波的产生 —— 介质的拉伸和压缩

产生的纵向弹性力而形成的

—— 固体__液体__气体都能传播纵波







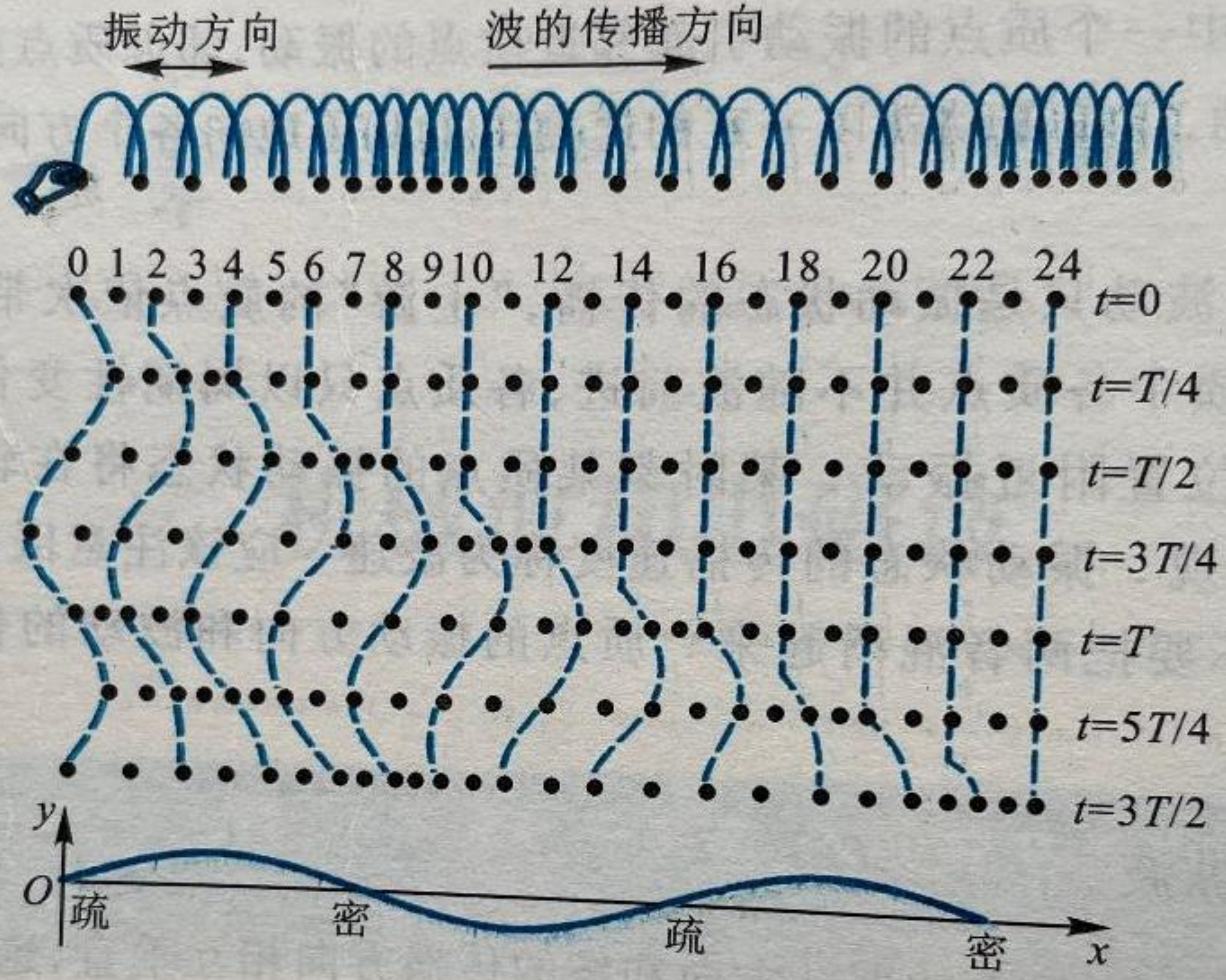
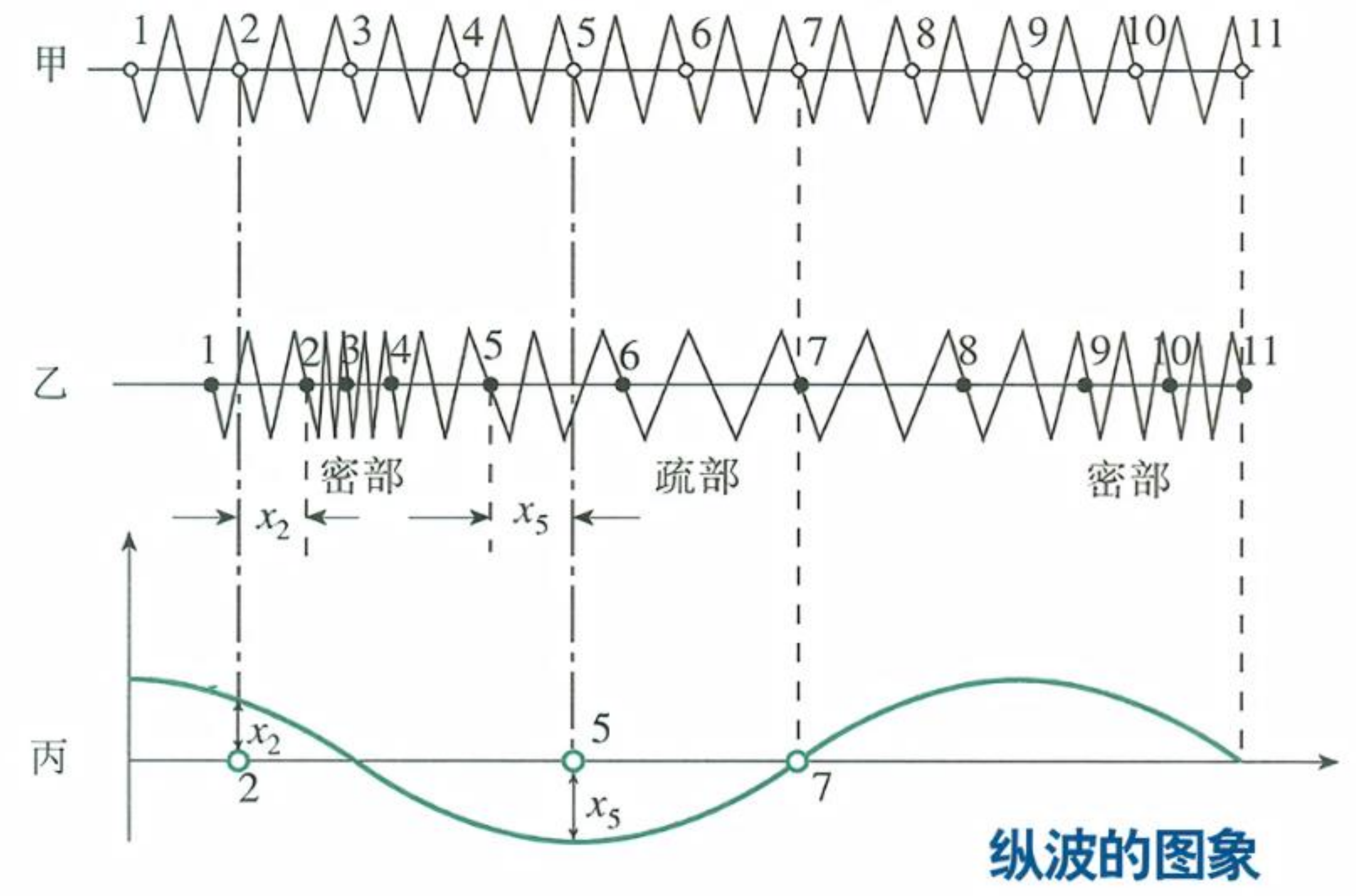
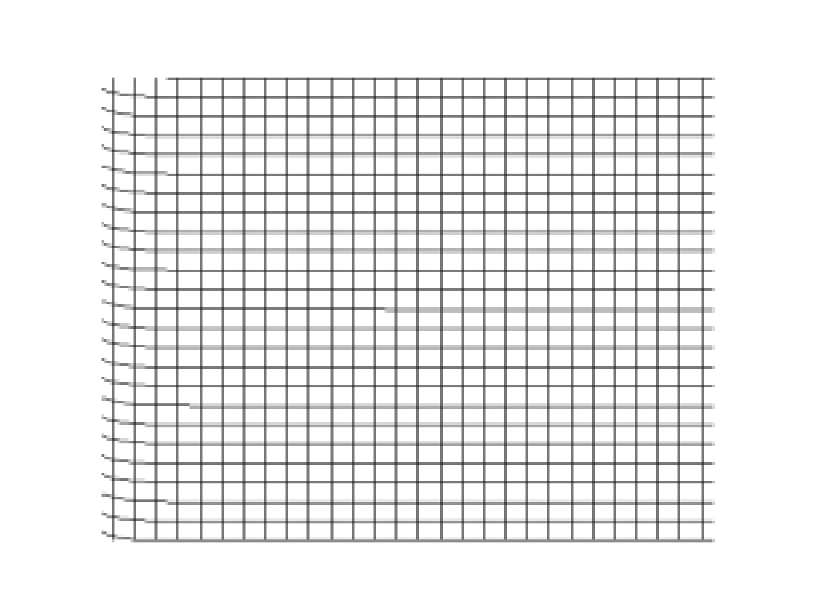

振动方向
波的传播方向
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 12 14 16 18 20 22 24
t=0
t=T/4
t=T/2
t=3T/4
t=T
t=5T/4
t=3T/2
y
O
x
疏
密
疏
密

图 11－2　弹簧中的纵波

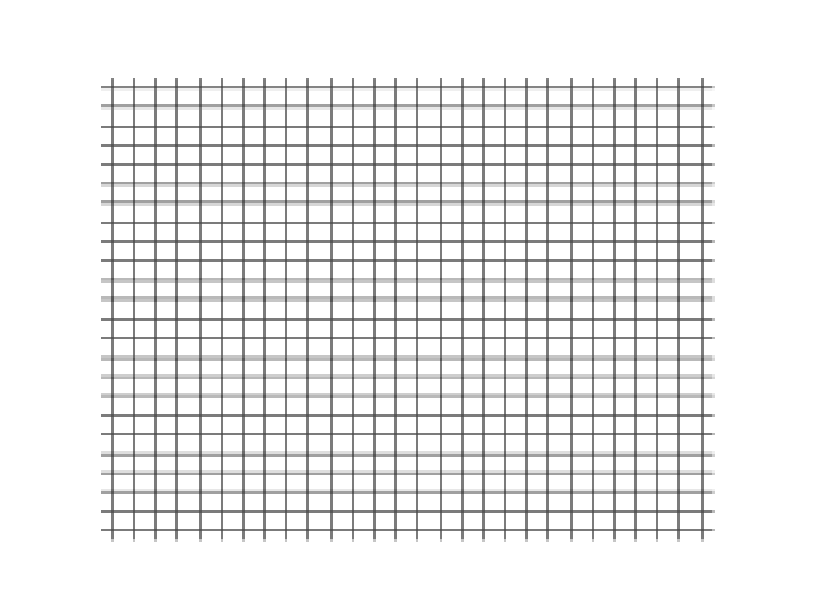


相邻两个密部或疏部之间的距离为纵波的波长

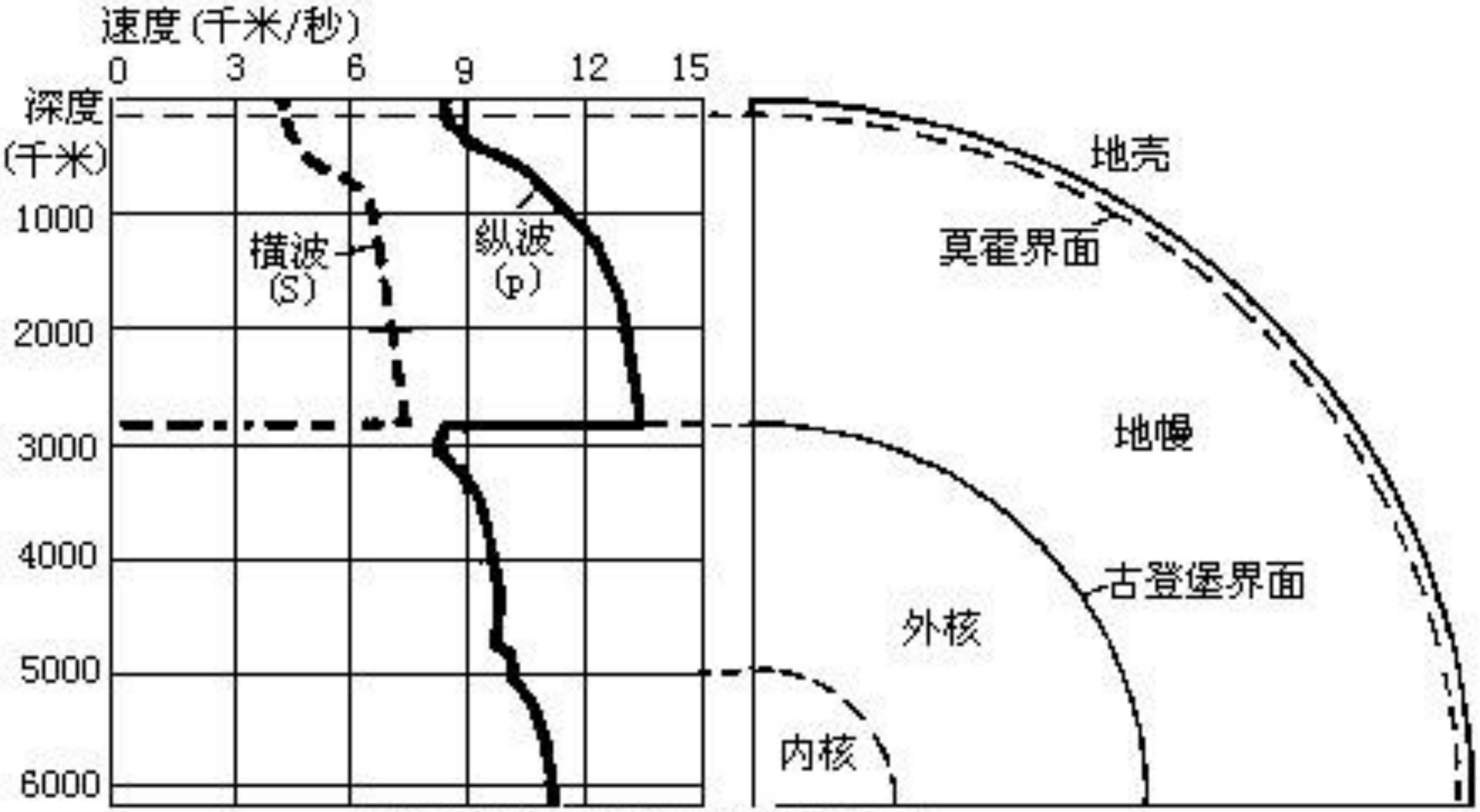
横 波



纵 波



—— 人们如何能够得知地球内部的构造？

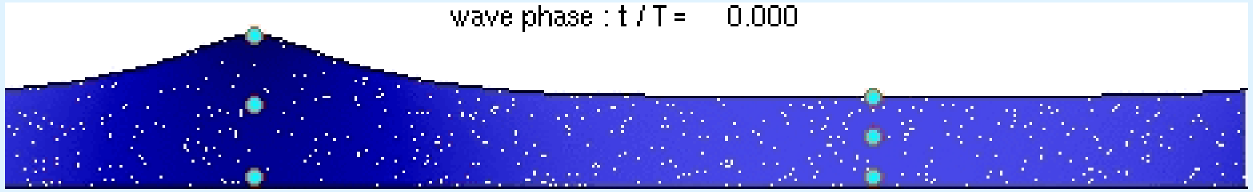


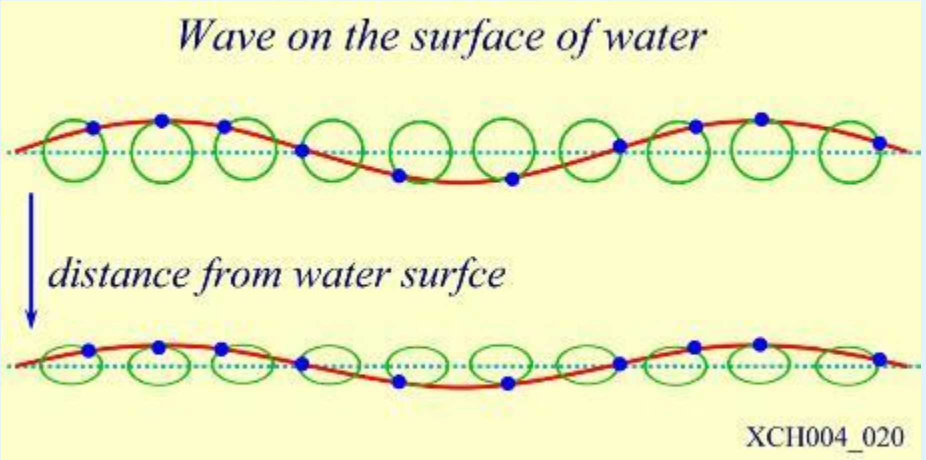
地震波速度与地球内部构造图

—— 水面波

—— 从表面上来看水面波好像是横波

实际上水的质元在做圆(或椭圆)运动

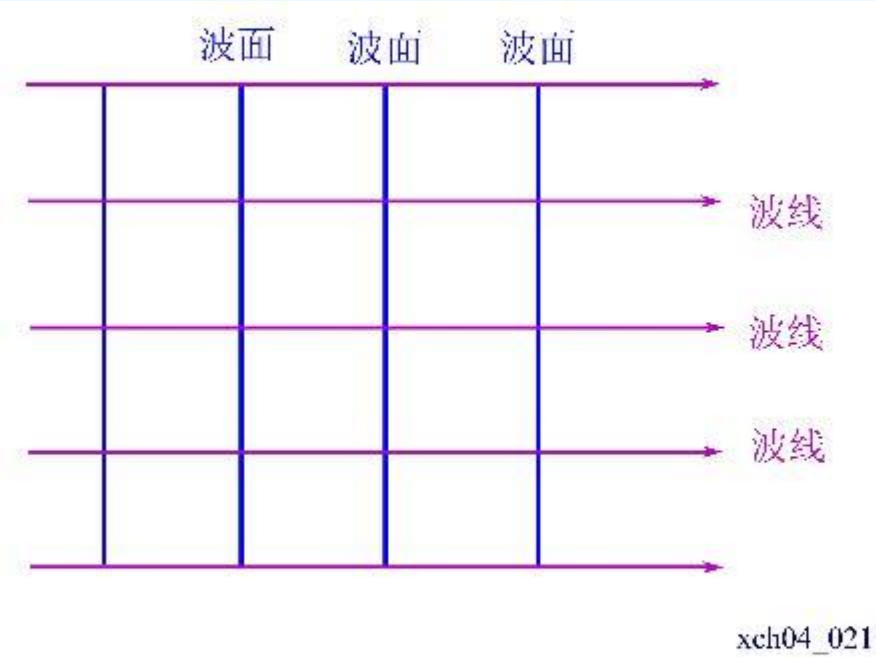




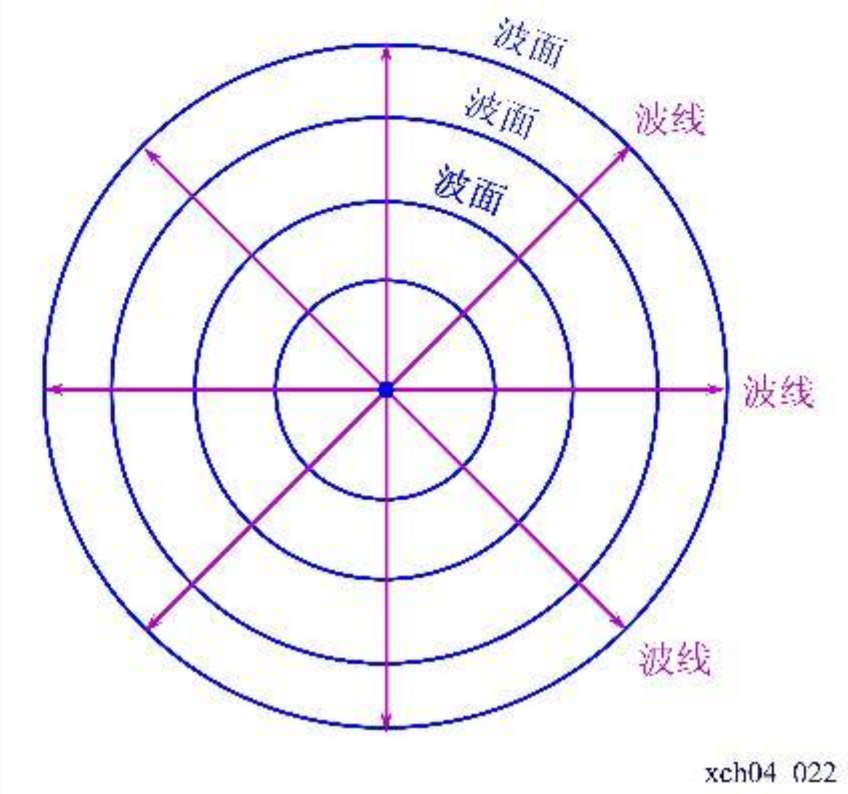
8.1.3 波面和波线

波面 —— 某一时刻**振动状态相同**的质点构成的面

平面波



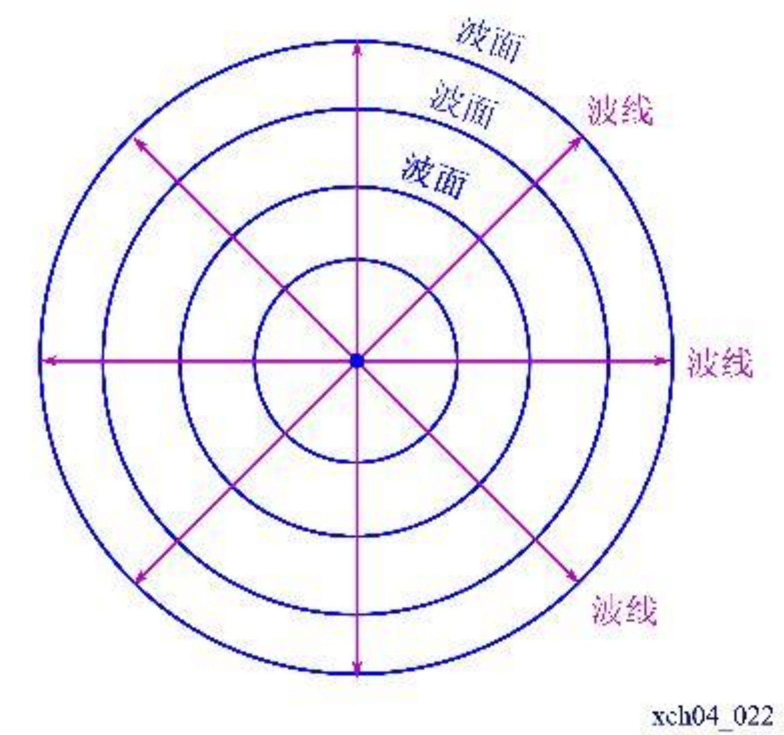
球面波

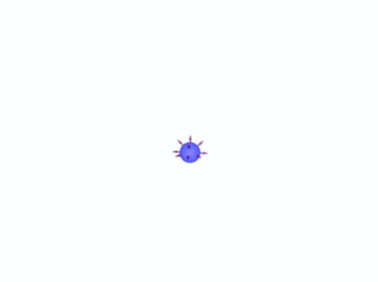


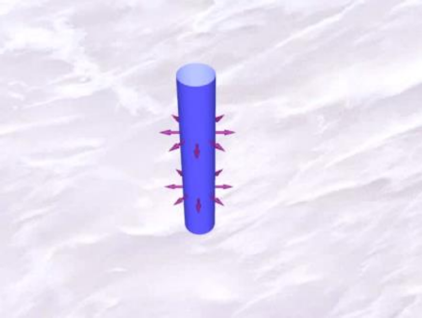
波线 —— 波的传播方向

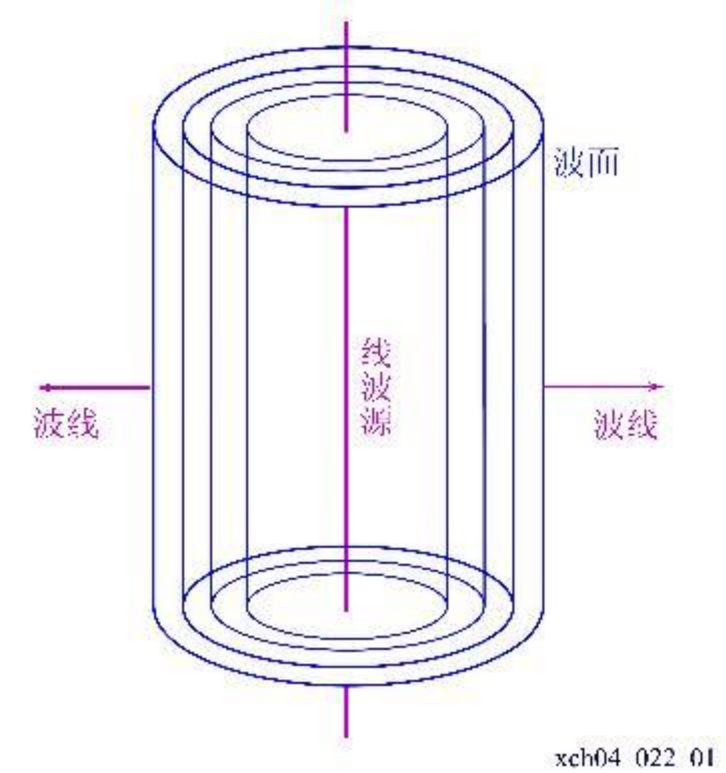
在各向同性介质中 —— 波线垂直波面

球面波 —— 波面为球面









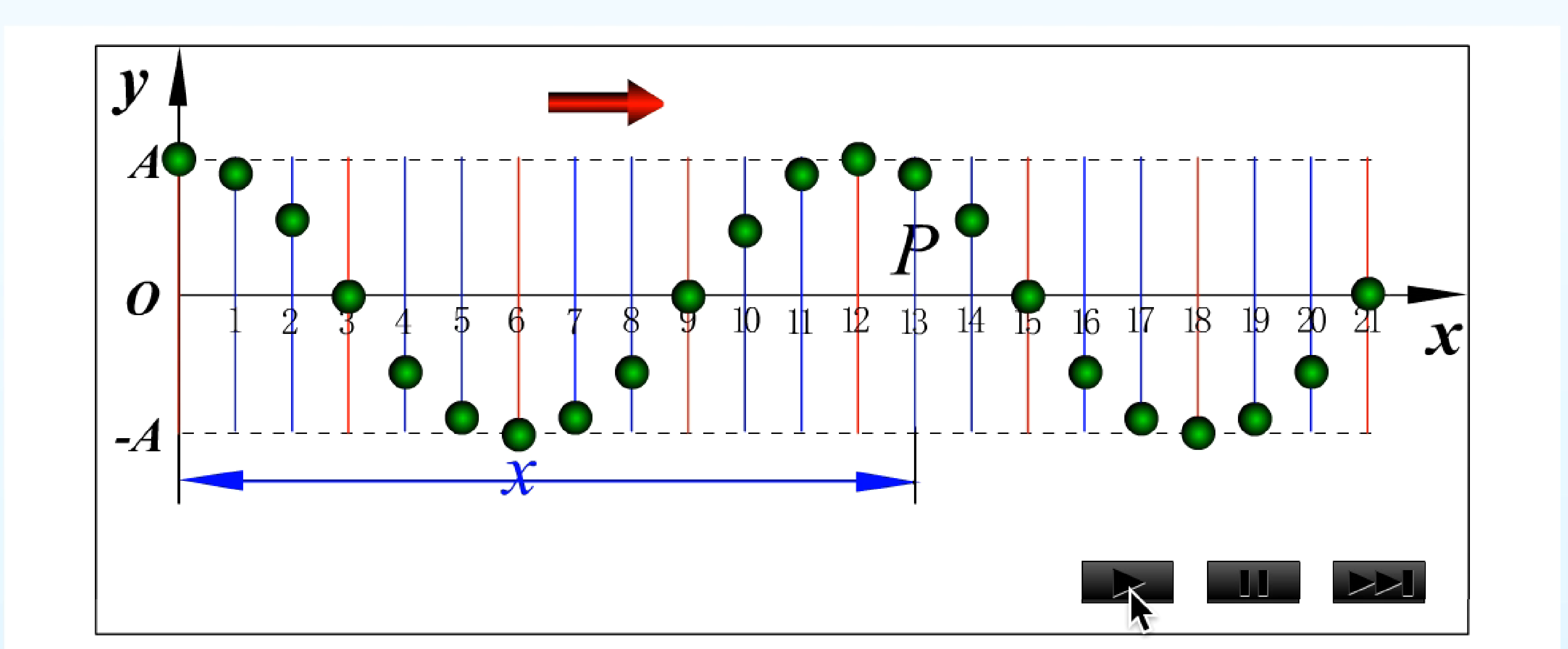
柱面波 —— 波面为柱面

8.1.4 平面简谐波

1 波的频率、波长和波速

—— O点完成一个完整振动__同时向前传出一个完整波形

O点的相 —— 位置12的质点相同



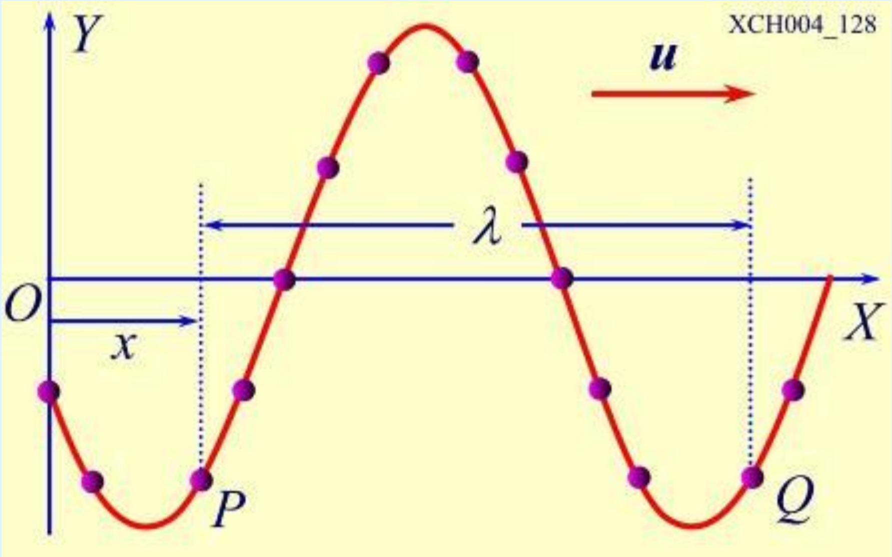
波的周期 —— 振动状态传播一个波长的距离所需时间

$$T=\frac{\lambda}{u}$$

—— 与质点振动的周期

是否相同？

相同！！！



P和Q具有相同的运动状态

$$[\omega t+\varphi_0]-[\omega(t-\frac{\lambda}{u})+\varphi_0]=2\pi$$

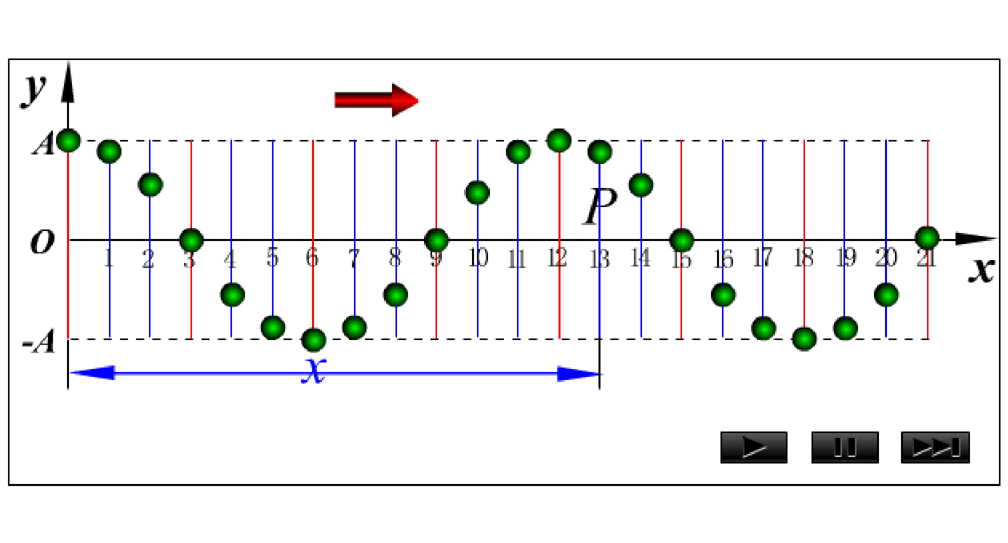
波长 $\lambda=u(\dfrac{2\pi}{\omega})$ $\lambda=uT$

振动周期

波的频率 —— 单位时间通过垂直于传播方向横截面的完整的波的数目

与质点振动的频率相同

$$\nu = \frac{1}{T}$$



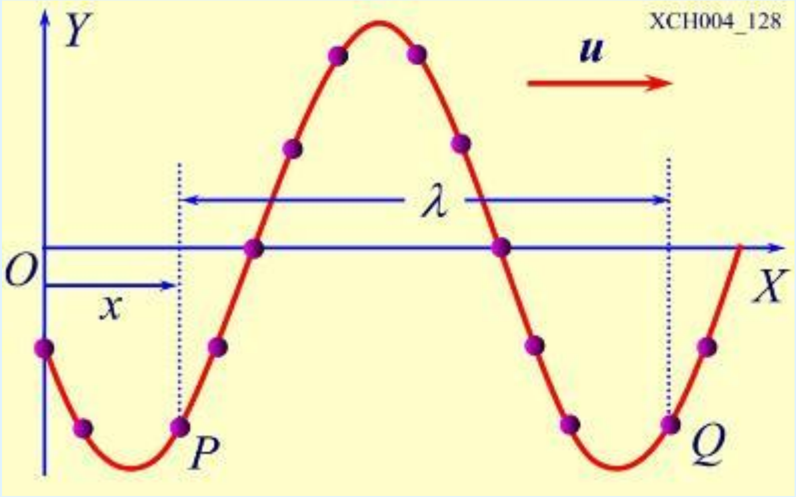
波速 —— 质点的相在介质中传播的速度__与介质有关

$$\frac{dx}{dt} = u$$

—— 振动的相的传播速度

—— 波速和质点运动的速度是否相同？

不同！！！



—— 一些弹性介质中波的速度

★ 拉紧绳索或细线中

横波波速 $u = \sqrt{\frac{F}{\rho_l}}$

F —— 绳索或细线的张力

$\boldsymbol{\rho}_l$ —— 质量线密度

★ 液体和气体中

纵波波速 $u = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$

K —— 介质的体变弹性模量

$\boldsymbol{\rho}$ —— 介质的密度

★ 固体（如弹性细棒）中

横波波速 $u = \sqrt{\frac{G}{r}}$

纵波波速 $u = \sqrt{\frac{Y}{r}}$

G —— 介质的切变模量

Y —— 介质的杨氏模量

$\boldsymbol{\rho}$ —— 介质的密度

一般说来，同一固体 Y>G，

因而其中的 $u_{纵波} > u_{横波}$

例如地震波中的纵波速度约为6m/s，

而横波速度只有3.5m/s左右

所以地震发生后，人们往往

先感觉到纵波引起的上下振动，

再感到横波引起的前后或左右晃动

★ 固体（如弹性细棒）中

横波波速 $u = \sqrt{\dfrac{G}{r}}$

纵波波速 $u = \sqrt{\dfrac{Y}{r}}$

G —— 介质的切变模量

Y —— 介质的杨氏模量

ρ —— 介质的密度

声音在不同介质中的传播速度

空气(25℃)

软木

煤油(25℃)

海水(25℃)

铜(棒)

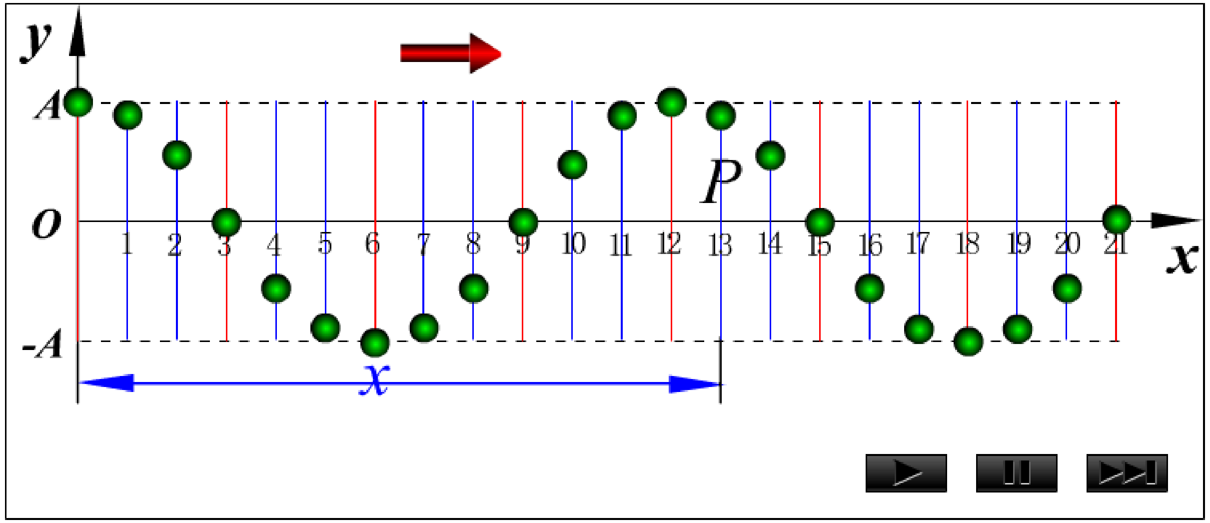
大理石

铝(棒)

铁(棒)

水 (常温)

2 平面简谐波的波函数



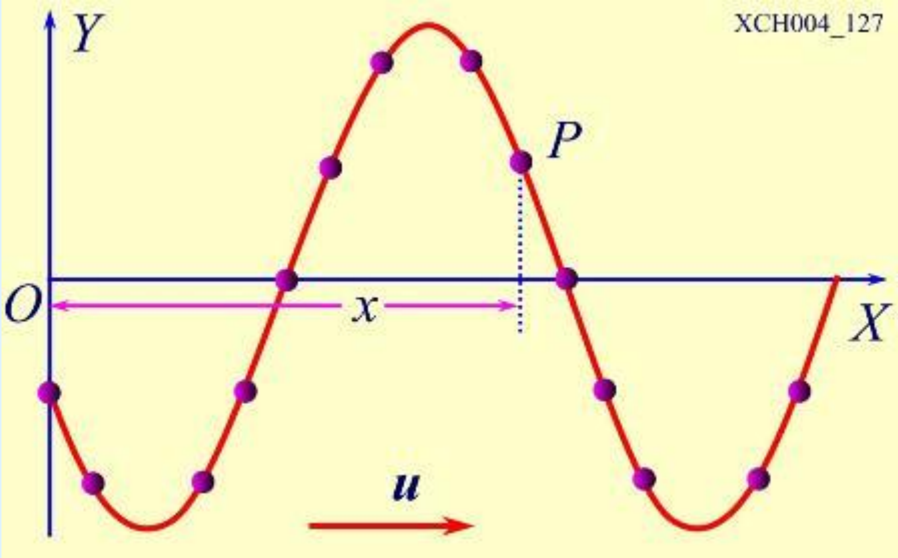
——取任意一条波线为X轴

原点 — 波线上任一点

简谐波——沿X轴正方向

以速度u传播

质点沿Y轴振动



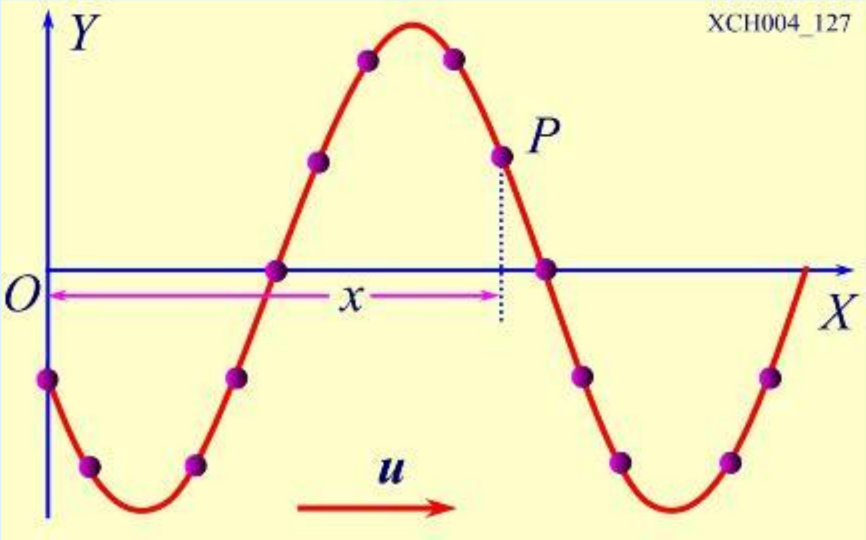
$y = f(x,t)$ —— 波动方程__波函数

O点处质点的简谐运动方程 $y_o(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

A —— O点振动的振幅

ω —— O点振动的角频率

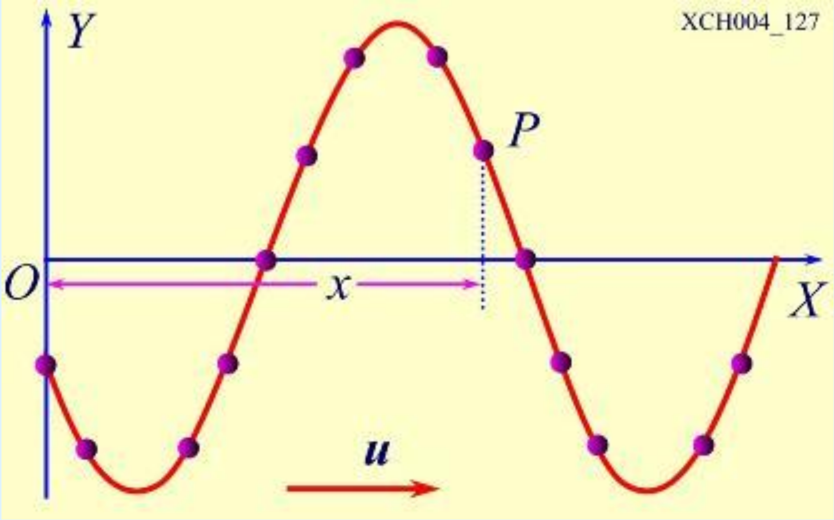
φ_0 —— O点振动的初相



$y_o(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ —— 简谐波是振动状态的传播

—— **O点的相传到P点所需时间** $\dfrac{x}{u}$

—— **P点相比原点O落后** $\omega \dfrac{x}{u}$



P点的振动方程

$$y(x,t) = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$ —— 时间和空间的周期性

★ 波函数的几种表示

波函数 $y(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$

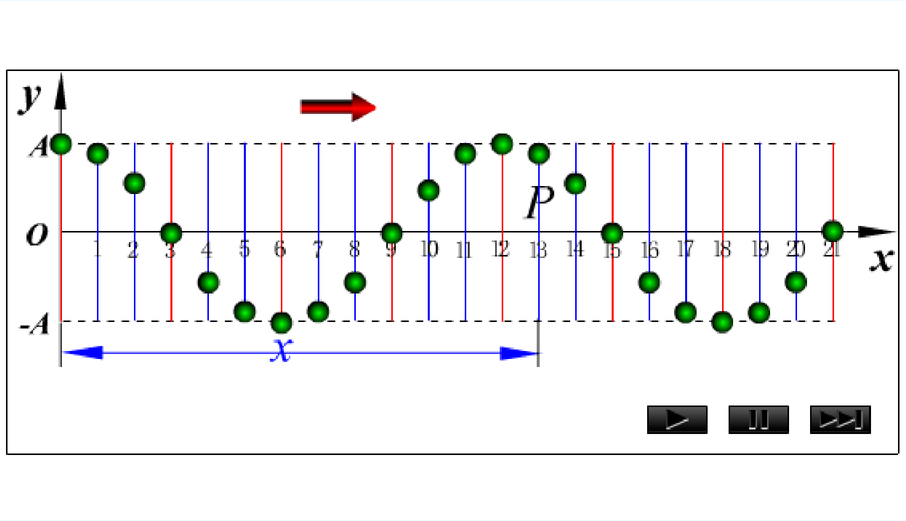
应用关系 $\omega=2\pi\nu=\frac{2\pi}{T}$ $\lambda=uT$

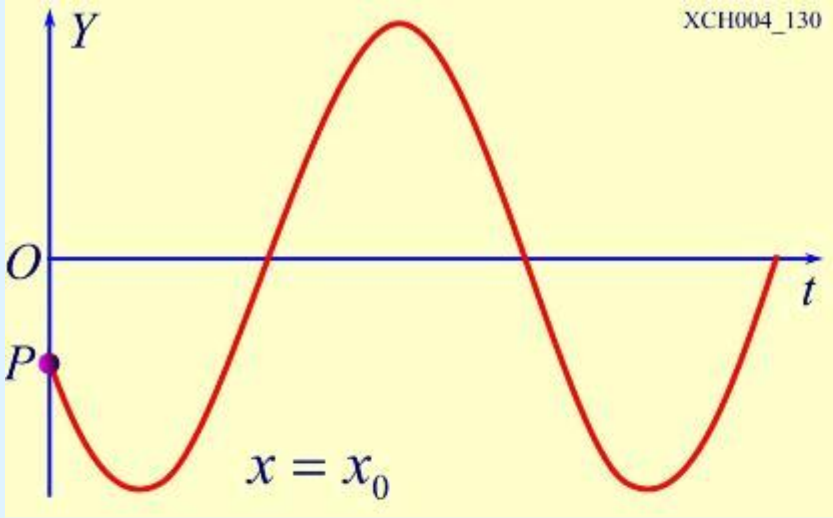
$$\begin{cases} y(x,t)=A\cos[2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})+\varphi_0] \\ y(x,t)=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi_0] \\ y(x,t)=A\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(ut-x)+\varphi_0] \end{cases}$$

讨论：简谐波函数的物理意义及相关问题

1) 简谐波函数 $y(x,t)=A\cos[2\pi(\nu t-\dfrac{x}{\lambda})+\varphi_0]$

给定的P点 $y(t)=A\cos[2\pi(\nu t-\dfrac{x_0}{\lambda})+\varphi_0]$ —— 振动方程



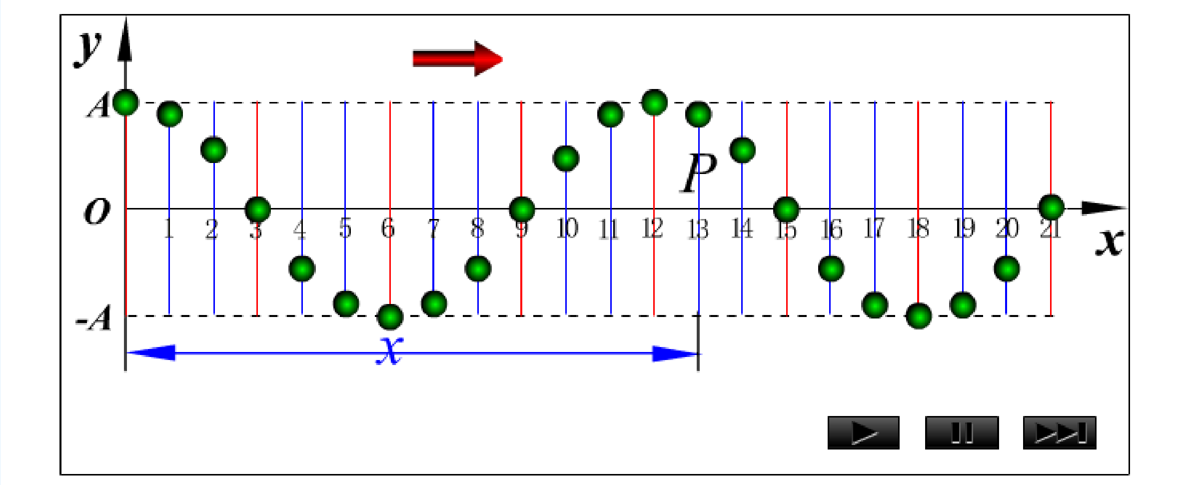


简谐波函数 $y(x,t)=A\cos[2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})+\varphi_0]$

当时间给定时 $t=t_0$

$$y(x)=A\cos[2\pi(\nu t_0-\frac{x}{\lambda})+\varphi_0]$$ —— 各质元的位移

—— 波形图

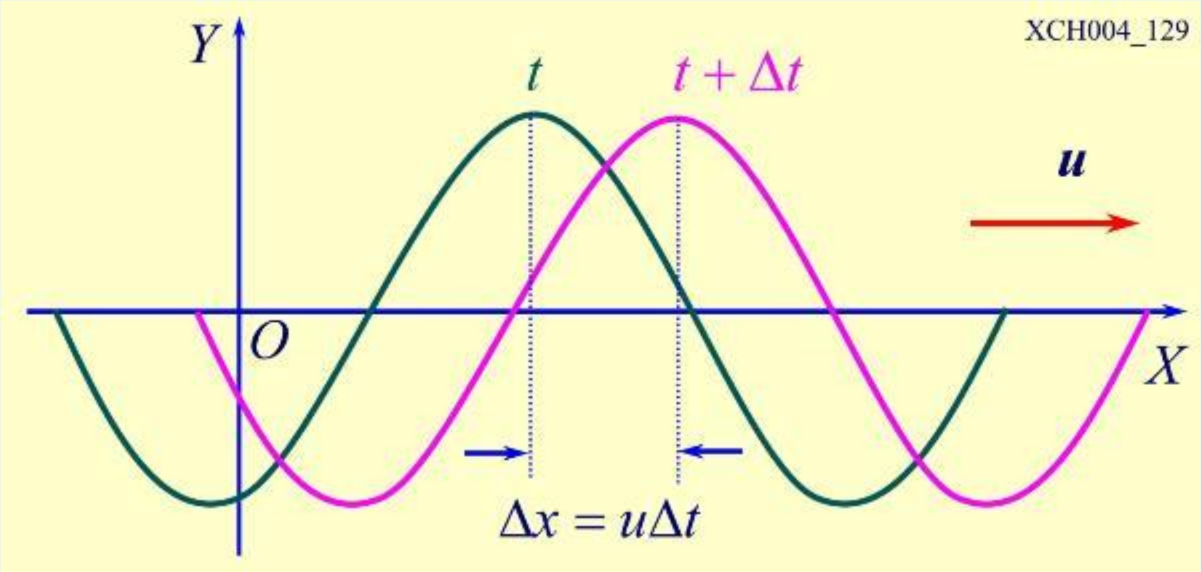


波线上任意两点间的相位差为

$$\Delta\varphi=\frac{\omega}{u}\Delta x=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$$

$$\begin{cases} y(x,t) = A\cos\{2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0\} \\ y(x,t+\Delta t) = A\cos\{2\pi[\nu(t+\Delta t) - \frac{x}{\lambda}] + \varphi_0\} \end{cases}$$

—— **t时刻和t＋Δt时刻的波形图**

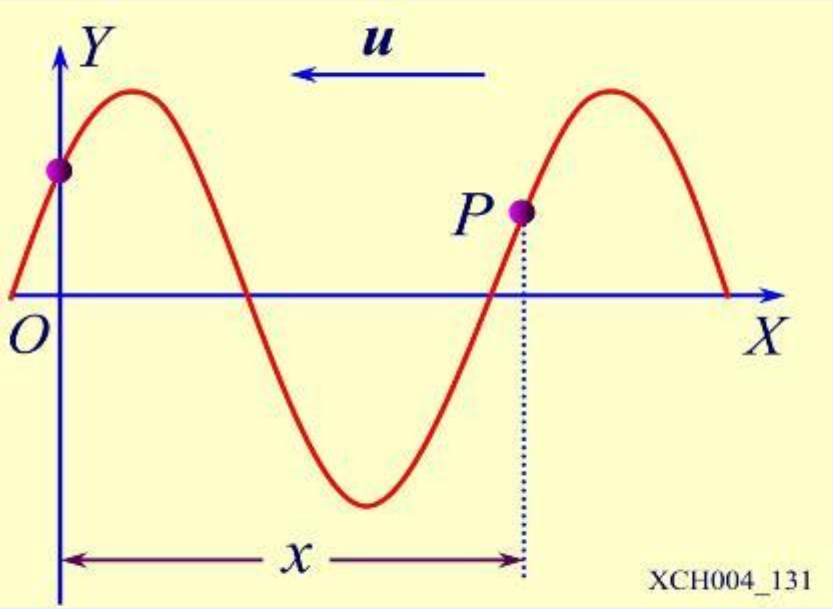


2）波沿X轴的负方向传播

O处质点的振动方程

$$y_o(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

P点的相较O点的超前 $\omega \dfrac{x}{u}$



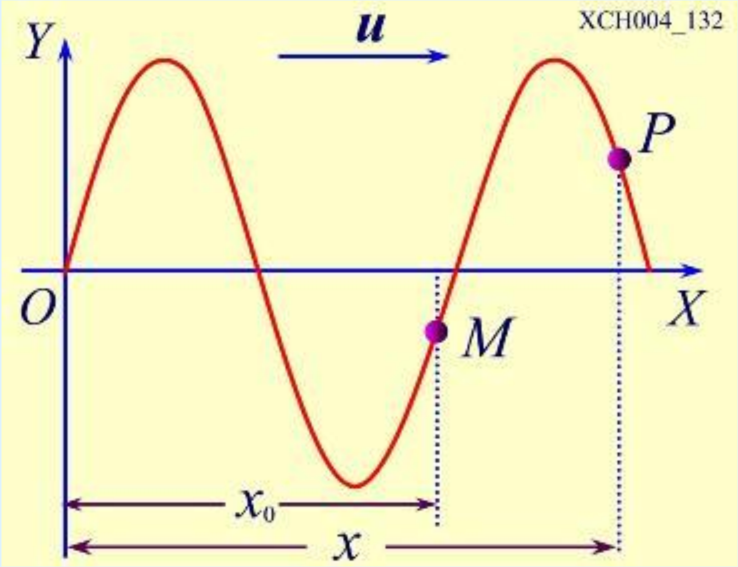
P点的振动方程 $y(x,t) = A\cos[\omega(t + \dfrac{x}{u}) + \varphi_0]$ —— 波函数

★ 已知M点振动 $y(x_0,t) = A\cos[\omega t + \varphi_M]$

P点的相较M落后 $\omega \dfrac{x - x_0}{u}$

P点的振动方程

$$y(x,t) = A\cos[\omega(t - \frac{x - x_0}{u}) + \varphi_M]$$



3） 波动微分方程

简谐波的波函数 $y(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$

—— 一维波动方程

对时间二阶偏微分 $\frac{\partial y^2(x,t)}{\partial t^2}=-A\omega^2\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$

对坐标二阶偏微分 $\frac{\partial y^2(x,t)}{\partial x^2}=-A\frac{\omega^2}{u^2}\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$

一维波动微分方程 $\frac{\partial y^2(x,t)}{\partial x^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial y^2(x,t)}{\partial t^2}$

—— 任意一个物理量$\boldsymbol{\xi}$，满足方程

$$\frac{\partial\xi^2(\vec{r},t)}{\partial x^2}+\frac{\partial\xi^2(\vec{r},t)}{\partial y^2}+\frac{\partial\xi^2(\vec{r},t)}{\partial z^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial\xi^2(\vec{r},t)}{\partial t^2}$$

—— $\boldsymbol{\xi}$在三维空间中以波的形式传播

—— 从麦克斯韦电磁场方程组得到自由空间中电场强度和磁场强度具有波动微分方程形式

03 简谐波问题讨论

1) 建立坐标系 —— 原点和x轴正方向

2) 问题给出条件　a) 原点振动方程或其它点的振动方程

b) $t=0$ 或者$t=t_0$时刻的波形图

3) 写出原点O的振动方程　$y(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$

4) 写出波动方程　$y(x,t)=A\cos[\omega(t\mp\frac{x}{u})+\varphi_0]$

5) 画出波形图，或给定一点的振动图形

6) 计算给定两点之间的相差，或一点振动速度和加速度

✌ 一平面简谐波沿**x**轴的正方向传播

已知波函数 $y(x,t)=0.02\cos\pi(25t-0.10x)\ m$

求：**1)** 波的振幅、波长、周期和波速

2) 质点振动的最大速度

☛ $y(x,t)=0.02\cos 2\pi(\frac{25}{2}t-0.05x)$

对比

$y(x,t)=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi_0]$

$$\begin{cases} A=0.02\ m \\ \lambda=20\ m \\ T=0.08\ s \\ u=\frac{\lambda}{T}=250\ m/s \end{cases}$$

波函数 $y(x,t) = 0.02\cos\pi(25t - 0.1x)\ \ (m)$

质点振动速度 $v = \dfrac{dy}{dt}$

$$v = -0.02 \times 25\pi \sin\pi(25t - 0.10x)\quad (m)$$

速度振幅 $v_{\max} = 0.02 \times 25\pi = 1.57\ m/s$

如图为一平面简谐波在 $t = 0$ 时刻的波形图

设简谐波频率ν =250*Hz*，且此时质点*P*的运动方向向下

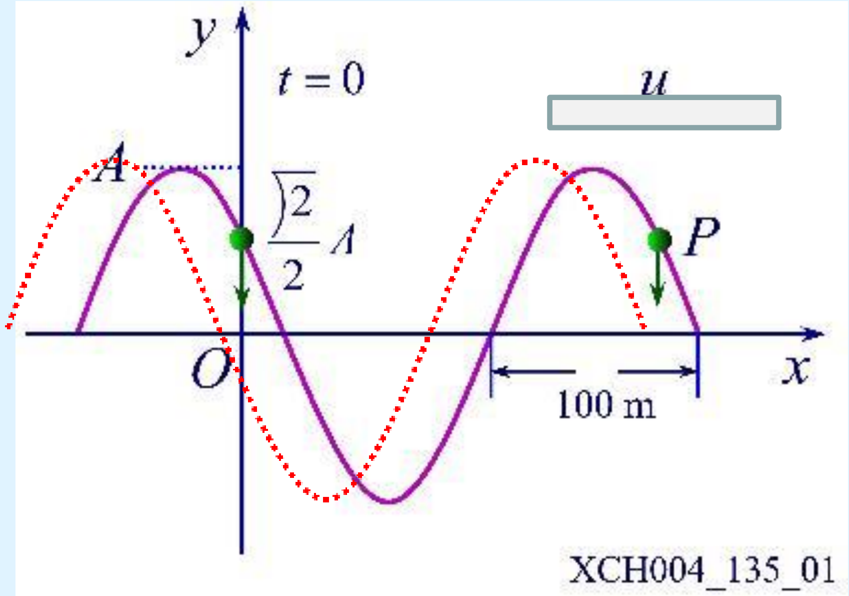
求：

1) 该波的波动方程

2) 在距原点*O*为100 *m*处

质点的振动方程

与质点速度表达式



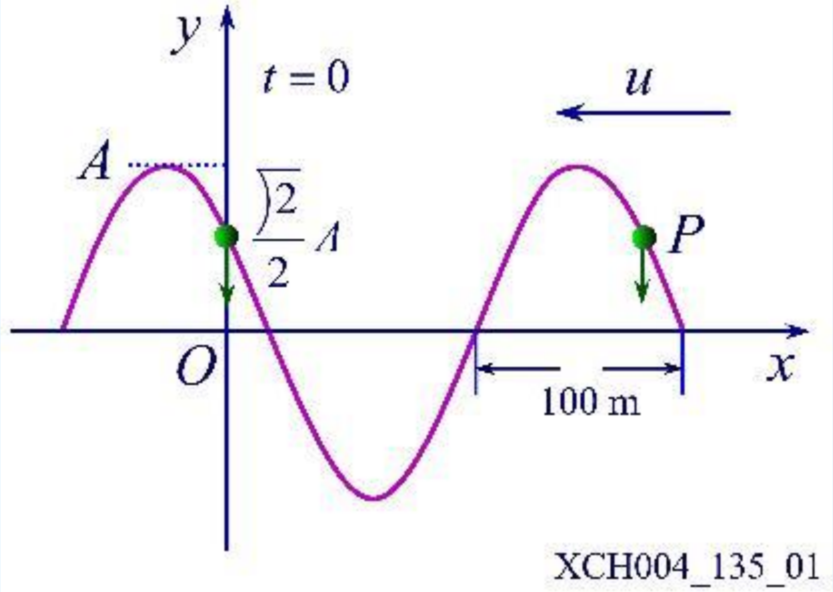
☛ t=0时刻*P*点向下运动 —— 波沿x轴负方向传播

O点的振动方程 $y(0,t)=A\cos(500\pi t+\varphi_0)$ $\begin{cases} \nu = 250\ Hz \\ \lambda = 200\ m \end{cases}$

据题意 $t=0: \begin{cases} y_0 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}A > 0 \\ v_0 < 0 \end{cases}$ $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{4}$

$$y(0,t)=A\cos(500\pi t+\frac{\pi}{4})$$

$$\begin{cases} t \longrightarrow t+\dfrac{x}{u} \\ u = \lambda \nu \end{cases}$$

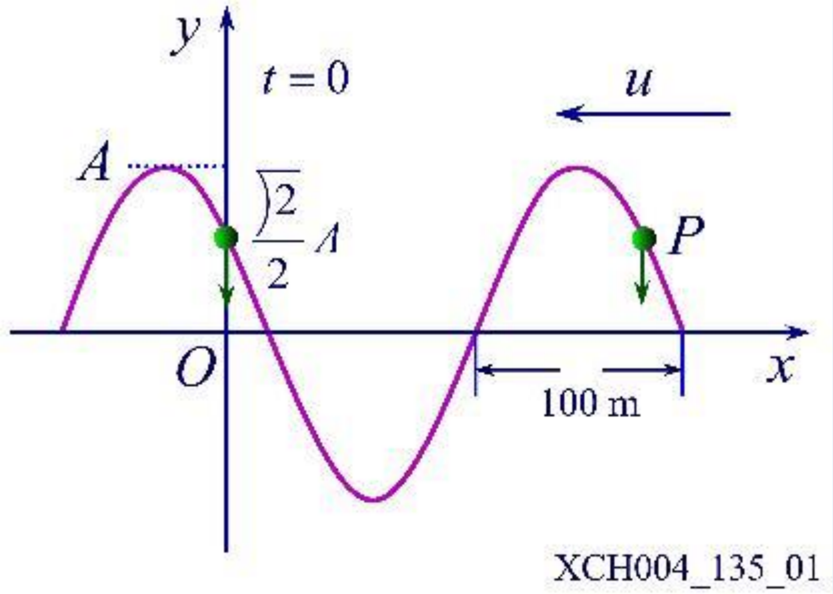


波动方程 $y(x,t)=A\cos(500\pi t+\dfrac{\pi x}{100}+\dfrac{\pi}{4})$

2) 距原点 $x=100\ m$ 处质点的振动方程

波动方程 $y(x,t)=A\cos(500\pi t+\frac{\pi x}{100}+\frac{\pi}{4})$

$$\xrightarrow{x=100\ m} \quad y(t)=A\cos(500\pi t+\frac{5\pi}{4})$$



质点的速度 $v=\frac{dy}{dt}$

$$v=-500\pi A\sin(500\pi t+\frac{5\pi}{4})$$

3 波的能量

—— 波动是机械能的传播的过程

以在细绳中传播的波为例

—— 截面积为**ΔS** 绳子

—— 波沿**X**轴的正方向传播

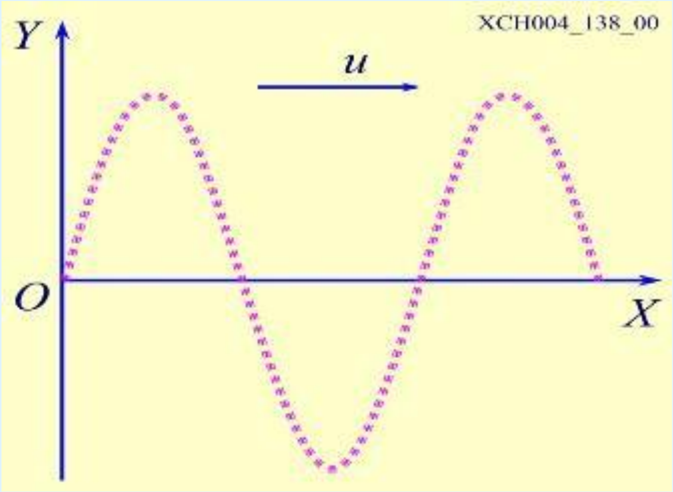
—— 振动方向为**Y**方向

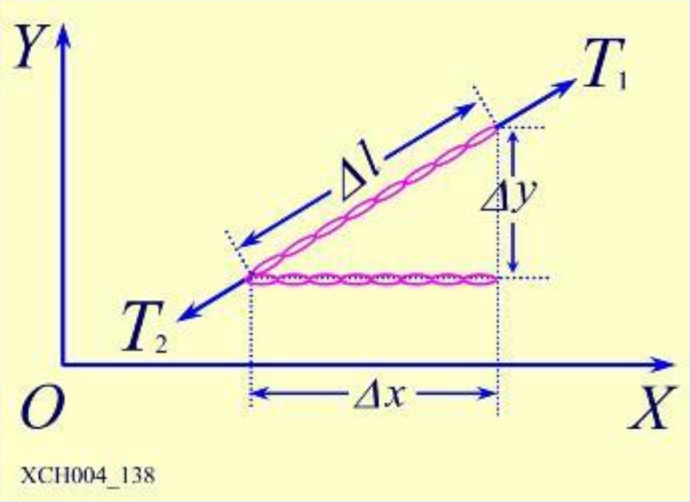
简谐波函数

$$y(x,t) = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

—— 长度为**Δx**线元, 质量线密度$\boldsymbol{\rho}_l$

质量 $\Delta m = \rho_l \Delta x$

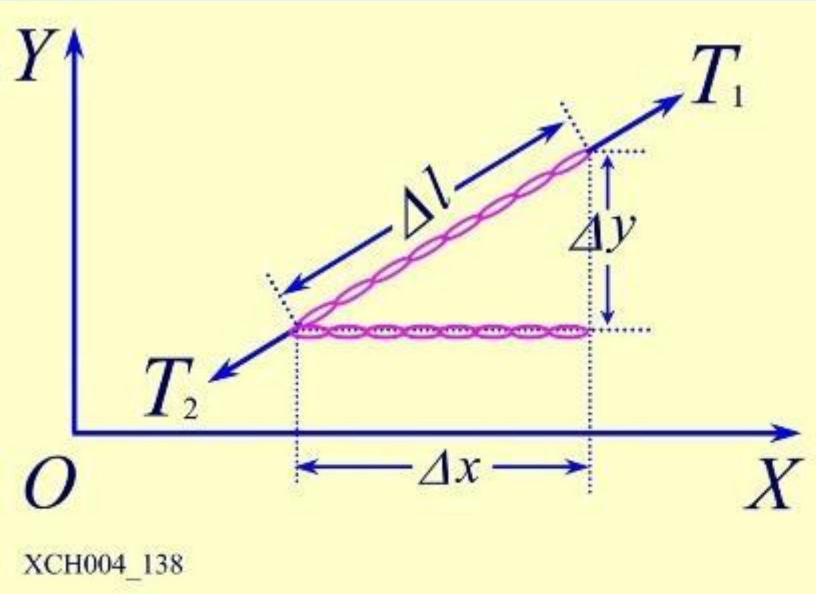




线元速度 $\upsilon = \dfrac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -A\omega \sin[\omega(t-\dfrac{x}{u})+\varphi_0]$

线元动能 $E_k = \dfrac{1}{2}\Delta m\upsilon^2 = \dfrac{1}{2}\rho_l \Delta x A^2\omega^2 \sin^2[\omega(t-\dfrac{x}{u})+\varphi_0]$

线元的形变 $\Delta l - \Delta x$



线元很小 $T_1 = T_2 = T$

张力的功为线元的势能

$$E_p = T(\Delta l - \Delta x)$$

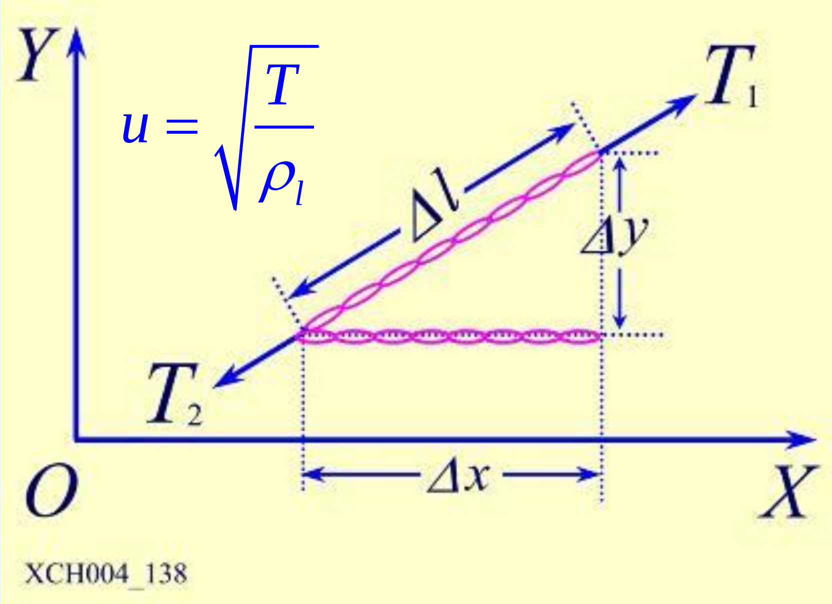
线元势能 $E_p = T(\Delta l - \Delta x)$

$$\Delta l = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \Delta x[1 + (\frac{\Delta y}{\Delta x})^2]^{1/2} \approx \Delta x[1 + (\frac{\partial y}{\partial x})^2]^{1/2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} << 1 \qquad \sqrt{1 + x^2} \approx 1 + \frac{1}{2}x^2$$

$$\Delta l \approx \Delta x[1 + \frac{1}{2}(\frac{\partial y}{\partial x})^2]$$

$$E_p = \frac{1}{2}u^2 \rho_l (\frac{\partial y}{\partial x})^2 \Delta x$$



$$E_p = \frac{1}{2} u^2 \rho_l (\frac{\partial y}{\partial x})^2 \Delta x \qquad \frac{\partial y}{\partial x} = A\frac{\omega}{u}\sin[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

★动能和势能变化的相一致

线元势能 $E_p = \frac{1}{2}\rho_l \Delta V A^2 \omega^2 \sin^2[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$

$$\Delta m = \rho_l \Delta x$$
$$= \rho \Delta V$$

线元动能 $E_k = \frac{1}{2}\rho_l \Delta V A^2 \omega^2 \sin^2[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$

机械能 $E = E_k + E_p = \rho_l \Delta V A^2 \omega^2 \sin^2[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$

$$= \Delta m A^2 \omega^2 \sin^2[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

—— 任一线元的机械能随时间变化

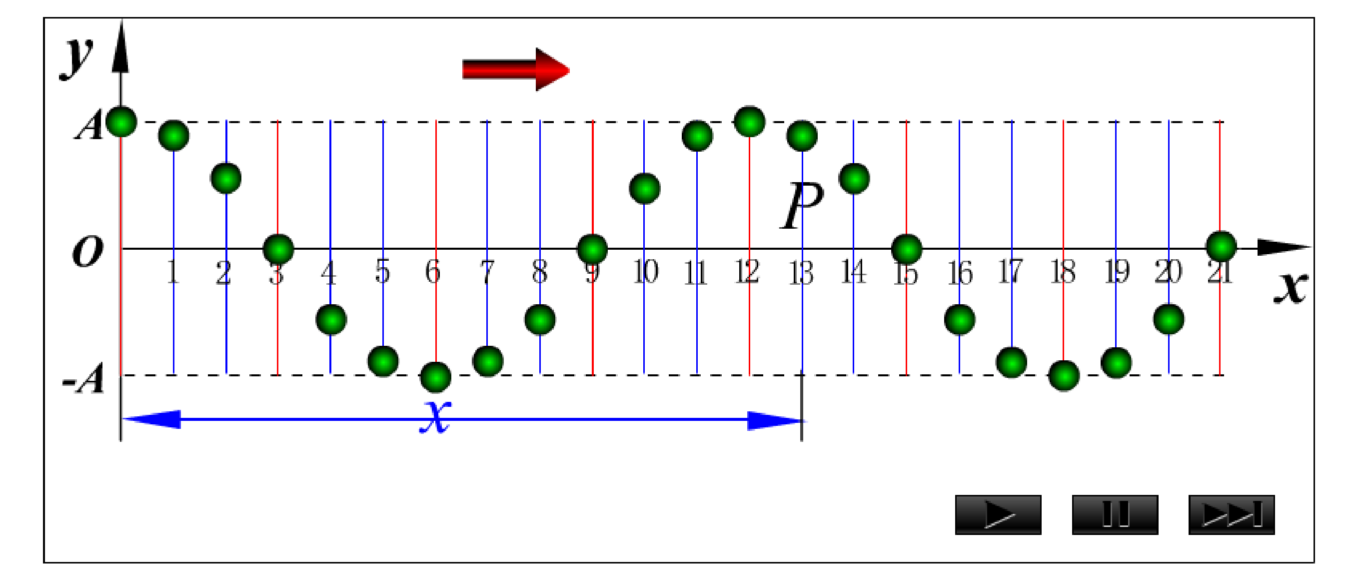
能量以波速***u***__沿波传播方向传递

—— 波的传播过程

是能量的传播过程

$$\begin{cases} E_k = \dfrac{1}{2}\rho_l \Delta x A^2 \omega^2 \sin^2[\omega(t - \dfrac{x}{u}) + \varphi_0] \\ E_p = \dfrac{1}{2}\rho_l \Delta x A^2 \omega^2 \sin^2[\omega(t - \dfrac{x}{u}) + \varphi_0] \end{cases}$$

动能和势能变化的**相位**相同 ！



最大位移

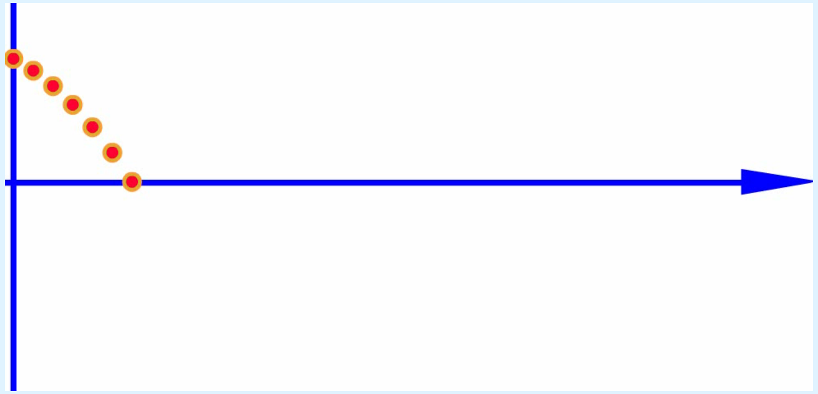
—— **动能和势能为最小**

平衡位置

—— **动能和势能为最大**

—— 质量元的动能和势能同时达到最大__或最小

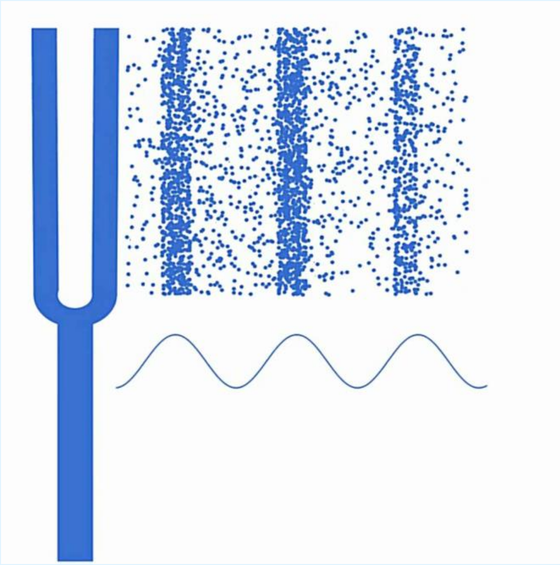
4 波的能量密度



质量元的机械能

$$W = \Delta m A^2\omega^2 \sin^2[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0)]$$

$$= (\rho\Delta V)A^2\omega^2 \sin^2[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0)]$$



能量密度 $\varpi = \dfrac{W}{\Delta V} \longrightarrow \varpi = \rho A^2\omega^2 \sin^2[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0)]$

平均能量密度 $\bar{\varpi} = \dfrac{1}{T}\int_0^T \rho A^2\omega^2 \sin^2[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0)]dt$

$\boxed{\bar{\varpi} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2}$ —— 能量密度一个周期的平均值

5 波的强度

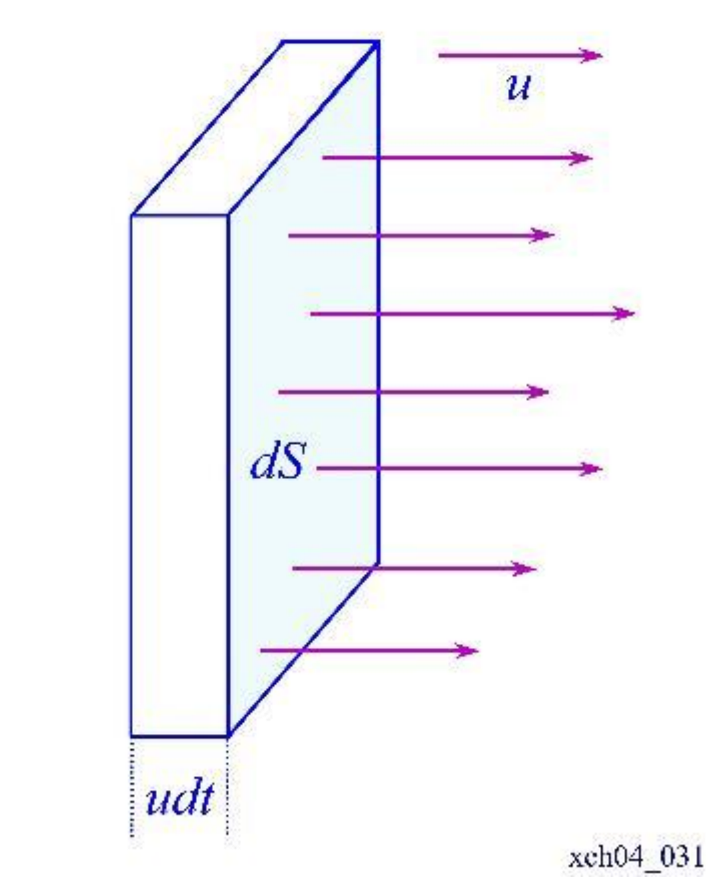
平均能流 —— 单位时间通过垂直波方向上**dS**的平均能量

$$\bar{P}=\frac{dW}{dt}=\frac{\bar{\varpi}\cdot[(udt)dS]}{dt}$$

$$\bar{P}=\bar{\varpi}udS$$

平均能量密度

$$\bar{\varpi}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$



能流密度 —— 单位时间通过单位面积的平均能量

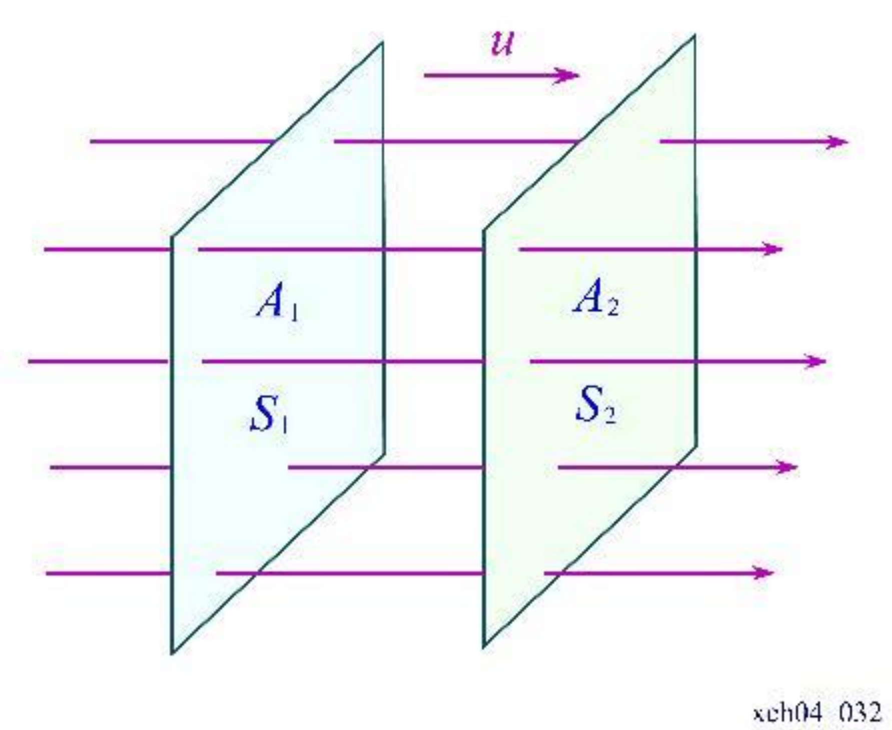
$$I=\frac{\bar{P}}{dS}=\bar{\varpi}u \longrightarrow \boxed{I=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2u}$$ —— 波的强度

6 波的振幅

☛ 平面简谐波 $I=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$ —— 垂直传播方向上 $S_1=S_2$

单位时间通过平面的平均能量

$$\begin{cases} W_1 = I_1 S_1 = (\frac{1}{2}\rho A_1^2\omega^2 u)S_1 \\ W_2 = I_2 S_2 = (\frac{1}{2}\rho A_2^2\omega^2 u)S_2 \end{cases}$$



介质无吸收 $W_1 = W_2 \longrightarrow A_1 = A_2$

$$\boxed{y(r,t)=A\cos[\omega(t-\frac{r}{u})+\varphi_0]}$$ —— 平面简谐波 ——

☛ 球面波 $I=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$

单位时间通过球面的平均能量

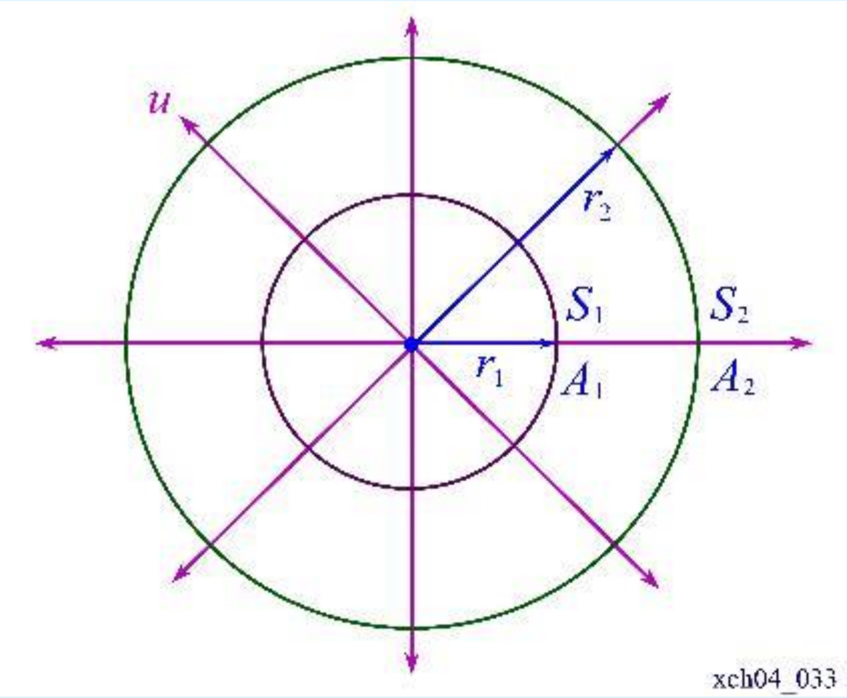
$$W=IS=(\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u)S$$

介质无吸收　$W_1=W_2$

$$\frac{1}{2}\rho A_1{}^2\omega^2 u\cdot(4\pi r_1^2)=\frac{1}{2}\rho A_2{}^2\omega^2 u\cdot(4\pi r_2^2)$$

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{r_2}{r_1}\xrightarrow[r_1=1]{A_1=A_0}\frac{A_0}{A}=\frac{r}{1}$$

—— 波面S_1和波面S_2 ——



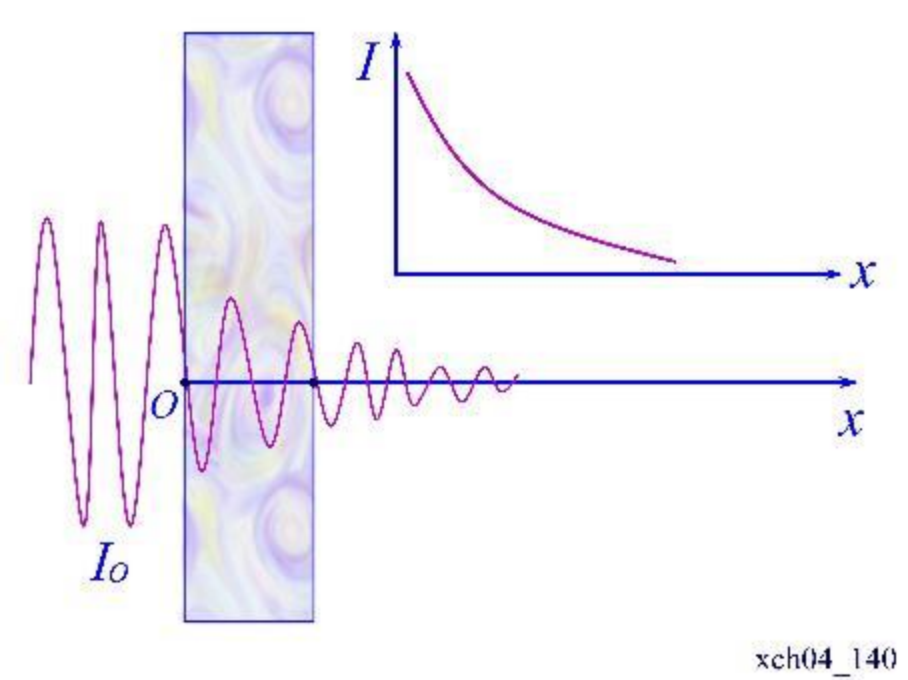
$$\boxed{y(r,t)=\frac{A_0}{r}\cos[\omega(t-\frac{r}{u})+\varphi_0]}$$

—— 球面简谐波的波函数 ——

7 波的吸收

介质吸收波的能量 —— 部分能量转换为介质的内能

传播**dx**距离波的振幅增量$-dA$



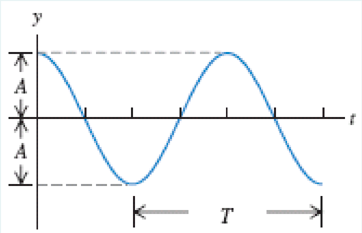
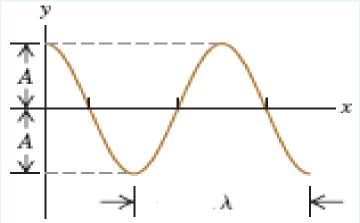
$$-dA = \alpha A dx$$

α —— 吸收系数

$$\int_{A_0}^{A} \frac{dA}{A} = \int_0^x -\alpha dx$$

$$A = A_0 e^{-\alpha x} \quad \begin{cases} I_0 = \dfrac{1}{2}\rho A_0^2 \omega^2 u \\ I = \dfrac{1}{2}\rho A^2 \omega^2 u \end{cases} \longrightarrow \boxed{I = I_0 e^{-2\alpha x}}$$

—— 波的强度按指数衰减

区别	振动图像	波动图像
研究对象	简谐运动研究一个质点	简谐波研究沿波传播方向上所有的质点
研究内容	振动研究一个质点的位移随时间的变化规律	波动研究某一时刻所有质点的空间分布规律
图形		
横坐标	时间	空间位置
物理意义	表示一个质点在各个时刻的位移	表示某时刻各个质点的位移
图线变化	已有的形状不变	沿波的传播方向平移，图像随时间发生变化
横坐标上两同相点的距离	表示周期	表示波长
能量	能量总是在动能和势能之间转换，总的机械能守恒	波动的传播过程也是能量的传播过程

用

作业：W2-简谐波 波动方程

✌ 一平面简谐波，波速为u

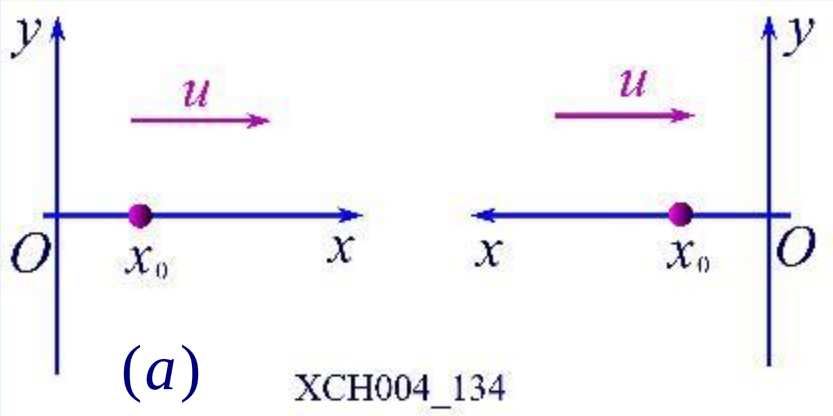
已知在传播方向上某点(x_0)振动方程 $y(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$

根据如图所示的两种坐标取法，写出各自的波函数

☛ a) x_0点振动方程 $y(t)=A\cos[\omega t+\varphi_0]$

O点振动方程

$$y_O(t)=A\cos[\omega(t+\frac{x_0}{u})+\varphi_0]$$

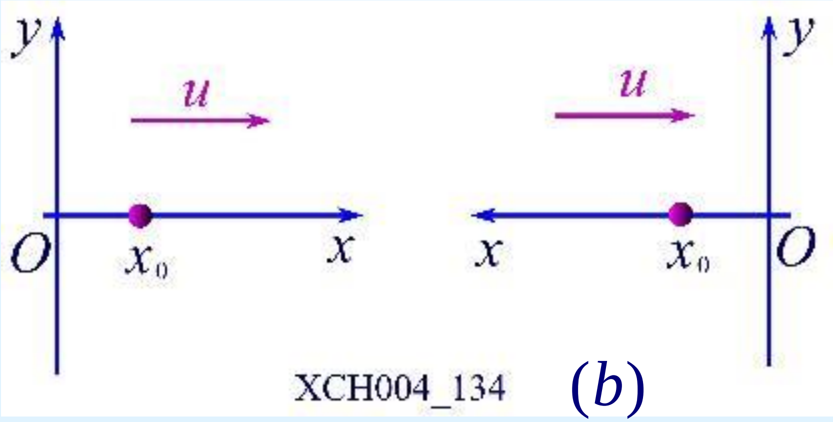


$$t \longrightarrow t-\frac{x}{u}$$

波函数 $y(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x-x_0}{u})+\varphi_0]$

☛ **b) x_0点振动方程** $y(t)=A\cos[\omega t+\varphi_0]$

O点振动方程



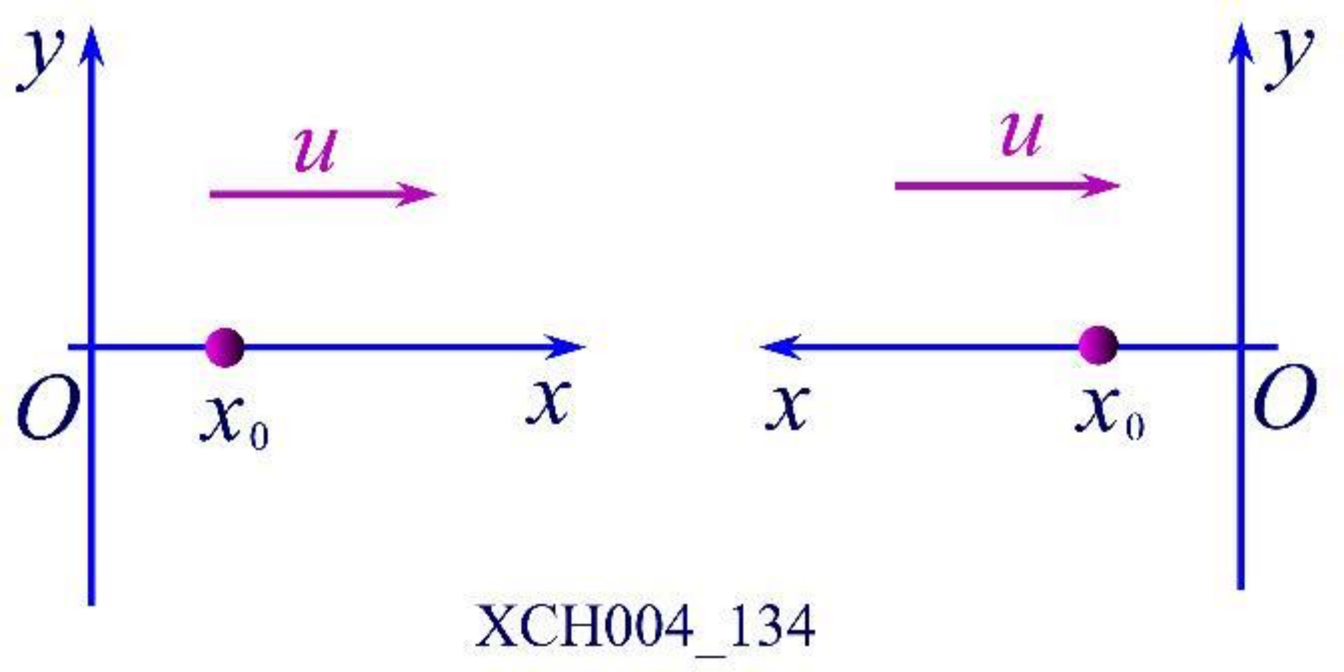
$$y_O(t)=A\cos[\omega(t-\frac{x_0}{u})+\varphi_0]$$

$$t \longrightarrow t+\frac{x}{u}$$

波函数 $y(x,t)=A\cos[\omega(t+\frac{x-x_0}{u})+\varphi_0]$

—— 坐标正方向向右 $y(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x-x_0}{u})+\varphi_0]$

—— 坐标正方向向左 $y(x,t)=A\cos[\omega(t+\frac{x-x_0}{u})+\varphi_0]$



- 振幅 A= 10 cm的平面简谐波沿*x*轴正方向传播

波的角频率 $\omega=7\pi$ rad/s

当 t=1.0 s 时：

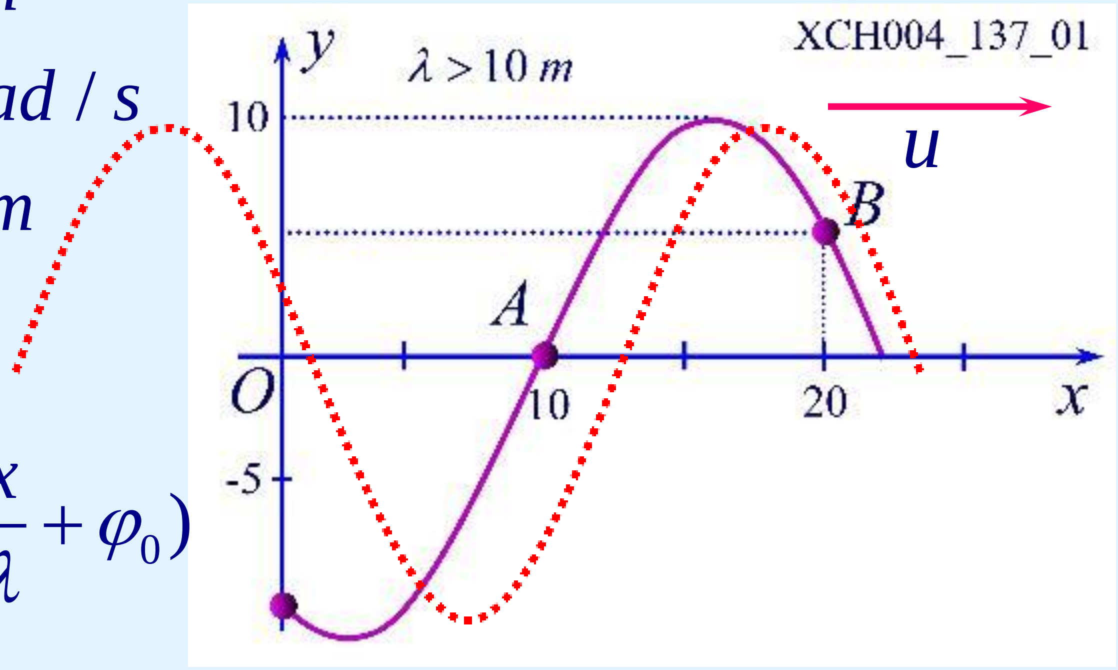
x_1=10cm处的A质点正通过其平衡位置向*y*轴的负方向运动

当 t=1.0 s 时：

x_2=20cm处的B质点正通过y=5.0 cm的点*y*轴的正方向运动

设该波波长 λ >10 cm，求平面波的波动方程。

☛ 设波长为λ $\begin{cases} A = 10\ cm \\ \omega = 7\pi\ rad/s \\ \lambda > 10\ \ cm \end{cases}$



波动方程

$$y(x,t) = 10\cos(\omega t - 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} + \varphi_0)$$

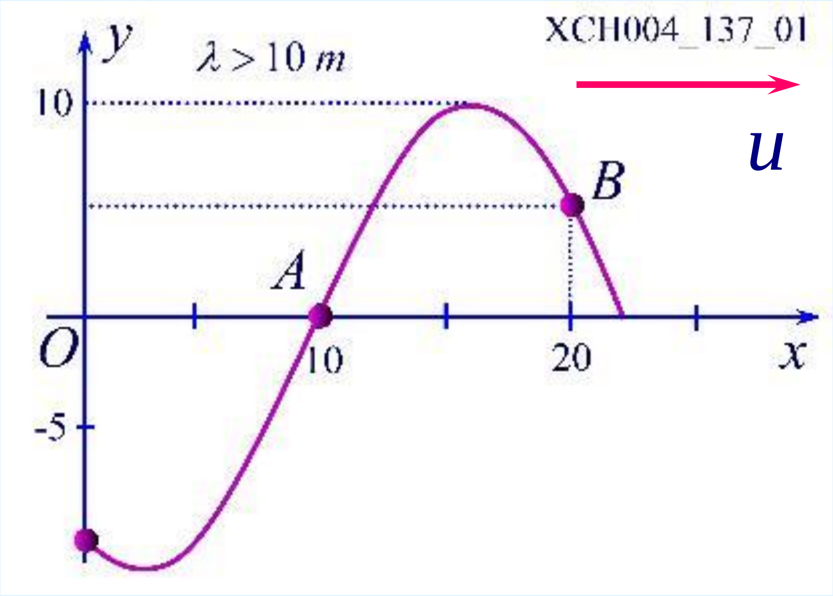
$$y(x,t) = 10\cos(7\pi t - 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} + \varphi_0)$$

t=1.0s：x_1=10cm处 正通过平衡位置向y轴的负方向运动

t=1.0s: x_2=20cm处B正通过y=5.0cm的点y轴的正方向运动

波动方程 $y(x,t)=10\cos(7\pi t-2\pi\cdot\frac{x}{\lambda}+\varphi_0)$

$$t=1.0\ \ s$$



质点A

$$y_A=10\cos(7\pi-\frac{20\pi}{\lambda}+\varphi_0)=0$$

$$7\pi-\frac{20\pi}{\lambda}+\varphi_0=\frac{\pi}{2}$$

质点B

$$y_B=10\cos(7\pi-\frac{40\pi}{\lambda}+\varphi_0)=5$$

$$7\pi-\frac{40\pi}{\lambda}+\varphi_0=-\frac{\pi}{3}$$

$$\begin{cases} A: \quad 7\pi - \dfrac{20\pi}{\lambda} + \varphi_0 = \dfrac{\pi}{2} \\ B: \quad 7\pi - \dfrac{40\pi}{\lambda} + \varphi_0 = -\dfrac{\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{两式相减}} \lambda = 24\,cm$$

$$\lambda = 24\,cm \longrightarrow 7\pi - \frac{20\pi}{24} + \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_0 = -6\pi + \frac{\pi}{3}$$

波动方程 $\underline{\underline{y(x,t) = 10\cos(7\pi t - \dfrac{\pi}{12}x - 6\pi + \dfrac{\pi}{3})}}$

波动方程 $y(x,t)=10\cos(7\pi t-\frac{\pi}{12}x-6\pi+\frac{\pi}{3})$

t= 1 s时刻*O*点、*A*点和*B*点旋转矢量位相比较