

座位号：

杭州电子科技大学学生考试卷（A）卷

考试课程	离散数学		考试日期	2015 年 6 月 日		成绩	
课程号		教师号		任课教师姓名		陈勤、吴铤、周丽 吴向阳、袁友伟	
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

一、判断题（每小题 2 分，共 16 分）（正确打“√”，错误打“×”）

将答案填在下表中，否则无效。

1	2	3	4	5	6	7	8

1. 全体最大项的合取必定是永假式。
2. 对任意的命题公式 A, B, C ，若 $A \wedge C = B \wedge C$ ，则 $A = B$ 。
3. $(\neg \forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)) \rightarrow (\neg \exists x Q(x) \rightarrow \forall x P(x))$ 是永真式。
4. 设函数 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ ，如果 g 是满射，则 $f \circ g$ 也是满射。
5. 设 R 是集合 A 上的二元关系，运算“ \circ ”是关系之间的复合，则 $R \circ R^{-1}$ 就是 A 上的恒等关系。
6. 如果 G 是一个有限群，则群中的每个元素的次数也是有限的。
7. 若简单图 G 的边 e 不在 G 的任何回路中，则 e 是 G 的割边。
8. 若 G 是 (p, q) 简单连通图，则当 $q = p - 1$ 时， G 一定是树。

二、选择题（每小题 2 分，共 30 分）

将答案（A、B、C 或 D）填在下表中，否则无效。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

1. A 是含有 3 个命题变元的命题公式。若 A 的标准合取范式有 5 项，则 A 有（ ）成真赋值。
A. 0 种 B. 3 种 C. 5 种 D. 8 种
2. 令 p :今天下雪了, q :路滑, 则命题“虽然今天下雪了, 但是路不滑”可符号化为
A. $p \rightarrow \neg q$ B. $p \vee \neg q$ C. $p \wedge q$ D. $p \wedge \neg q$
3. 下列语句中, 是命题为
A. 请把门关上 B. 地球外的星球上也有人
C. $x + 5 > 6$ D. 下午有会吗?
4. 设个体域为整数集, 下列真值为真的公式是
A. $\forall x \exists y (x - y = 0)$ B. $\exists y \forall x (x - y = 0)$
C. $\forall x \forall y (x - y = 0)$ D. $\neg \exists x \exists y (x - y = 0)$
5. 谓词公式 $\forall x (P(x) \vee \exists y R(y)) \rightarrow Q(x)$ 中量词 $\forall x$ 的辖域是
A. $\forall x (P(x) \vee \exists y R(y))$ B. $P(x)$
C. $P(x) \vee \exists y R(y)$ D. $P(x), Q(x)$
6. 设 A, B, C 是谓词公式, 则下列等式中（ ）不正确。
A. $\forall x (A(x) \wedge B(x)) = \forall x A(x) \wedge \forall x B(x)$
B. $\forall x \exists y C(x, y) = \exists y \forall x C(x, y)$
C. $\forall x \forall y C(x, y) = \forall y \forall x C(x, y)$
D. $\exists x \exists y C(x, y) = \exists y \exists x C(x, y)$
7. 与集合 $A - (B \cap C)$ 相等的集合是
A. $(A - B) - C$ B. $(A - B) \cap (A - C)$
C. $A - (B - C)$ D. $(A - B) \cup (A - C)$
8. 设 A, B, C 是任意集合, 则以下说法正确的是
A. $A \cup C \subseteq B \cup C \Rightarrow A \subseteq B$
B. $A \cap C \subseteq B \cap C \Rightarrow A \subseteq B$
C. $A \subseteq B, C \subseteq D \Rightarrow A \cup C \subseteq B \cup D$
D. $A \subset B, C \subset D \Rightarrow A \cup C \subset B \cup D$
9. 集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 上满足对称性的二元关系与 A 上所有二元关系数目之比为
A. 1/64 B. 1/16 C. 1/8 D. 1/2
10. 设 $(G, *)$ 是 12 阶群, $a \in G$ 的次数等于 4, 则 $[G : \langle a \rangle] = ()$
A. 3; B. 4; C. 6; D. 12;

11. 设 R, R^* 分别表示实数集和非零实数集, $+, \times$ 分别表示实数之间的加法与乘法运算, 则在 $(R, +), (R^*, +), (R, \times), (R^*, \times)$ 中群的个数为
- A. 0 个; B. 1 个; C. 2 个; D. 3 个; E. 4 个;
12. 设有代数系统 $G = \langle A, * \rangle$, 其中 A 是所有命题公式的集合, $*$ 为命题公式的合取运算, 则 G 的幺元是
- A. 永假式 B. 永真式 C. 可满足式 D. 公式 $p \wedge q$
13. 以下非负整数列可以简单图化的是
- A. (5, 5, 4, 4, 2, 1); B. (5, 3, 2, 2, 2, 2); C. (4, 3, 3, 3); D. (3, 3, 3, 1);
14. 对于完全二部图 $K_{5,4}$, 则以下判断正确的是
- A. 其必定是哈密尔顿图; B. 其必定是欧拉图;
- C. 其生成树上有 9 条枝; D. 其生成树对应的弦有 12 条;
15. 某无向图 $G(p,q)$ 的邻接矩阵 A 如图所示, 顶点 v_1 到 v_4 长度小于或等于 3 的通路的条数为
- A. 6 B. 10 C. 13 D. 17

$$A(G) = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

三、综合题 (共 54 分)

1. (8 分) 计算命题公式 $(p \vee (q \wedge r)) \rightarrow (p \wedge q \wedge r)$ 的标准析取范式与标准合取范式。

2. (9 分) 用演绎推理法证明, 先命题符号化, 然后再进行推理:
- 如果天气很好, 并且他没有去公司, 则他去钓鱼了。如果他去公司, 他会乘地铁。今天天气很好。他没有乘地铁。所以他去钓鱼了。

3. (每个 2 分, 共 10 分) 设 $A = \{a, b, c, d\}$, R, S 均为 A 上的二元关系, 且其关系矩阵分别为

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad M_S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

请分别求出以下关系矩阵: M_{R-S} , $M_{R \circ S^{-1}}$, $M_{r(R)}$, $M_{s(R \cup S)}$, $M_{t(R)}$ 。

4. (9分) 设 $\langle G, * \rangle$ 是一个群, 定义 G 上的二元关系 R 如下:

$$R = \{ \langle a, b \rangle \mid a, b \in G \wedge \exists \theta (\theta \in G \wedge b = \theta * a * \theta^{-1}) \}$$

证明 R 是 G 上的等价关系。

5. (每个2分, 共10分) 设 $G = \langle g \rangle$ 是一个15阶循环群,

- (1) 求 g^6 的阶数;
- (2) 求 g^6 生成的子群 G_1 ;
- (3) 求 G_1 在 G 中的指数 $[G:G_1]$;
- (4) 求子群 G_1 的所有生成元;
- (5) 在区间 $[-9, 5]$ 中求满足 $g^x = g^{25}$ 的整数 x ;

6. (8分) (每个2分, 共8分) 如图所示一简单图 G (边包含实线边与虚线边),

- 1) 求此图的点连通度 $\kappa(G)$ 与边连通度 $\lambda(G)$;
- 2) 此图是否为欧拉图? 如是请指出从 a 点开始的欧拉回路, 不是请说明理由;
- 3) 此图是否为哈密顿图? 如是请指出从 a 点开始的哈密顿回路, 不是请说明理由;
- 4) 此图的生成树如图中实线部分所示, 求枝 ab 的基本割集和弦 ef 的基本回路。

