座位号:

# 杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 考试课程 | 离散数学 | 考试日期 | 2016 年 6 月　日 | 成 绩 | | | |
| 课程号 | | 教师号 | | 任课教师姓名 | 吴铤、陈勤、余日泰、吴向阳、周丽、陈溪源、袁友伟 | | |
| 考生姓名 | | 学号（8 位） | | 年级 | | 专业 | |

## 一、判断题（每小题 2 分，共 10 分）（正确打“√”，错误打“×”）

将答案填在下表中，否则无效。

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

1. 全体最小项的析取必定是永真式。
2. 设 A 是谓词公式，则有 ∀x∃yA(x,y) = ∃y∀xA(x,y)。
3. 集合上的二元关系不是对称的，就是反对称的。
4. 若群的阶|G|=n，群中存在元素 a 的次数|a|=n，则群 G 是循环群。
5. 非负整数序列(5,5,4,4,2,1)是可以简单图化的。

## 二、选择题 (每小题 2 分，共 20 分)

将答案（A、B、C 或 D）填在下表中，否则无效。

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

1. 下列句子为命题的是。

   A. 走，考完我们狂欢去。　　B. 6 月 25 日是离散数学考试的日子

   C. 你明天会睡懒觉吗？　　D. x+y>0

2. 下述命题公式中，是永真式的为

   **A.** $(p \vee q) \to (p \wedge q)$　　**B.** $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \to q)) \wedge (q \to p))$

   **C.** $\neg(p \to q) \wedge q$　　**D.** $(p \wedge \neg p) \leftrightarrow q$

3. 设 $P(x,y)$ 为 D 上的二元谓词，$I$ 是如下解释：个体域 $D=\{a,b\}$， 若 $P(a,a)=1$，$P(a,b)=0$，$P(b,a)=1$，$P(b,b)=0$，则在解释 $I$ 下取真值的公式是

   A. $\exists x\forall yP(x,y)$　B. $\forall x\forall yP(x,y)$　C. $\forall xP(x,x)$　D. $\forall x\exists yP(x,y)$

4. 设给定解释如下：个体域为自然数集；个体常元 $a=0$；函数 $f(x,y)=x+y$，$g(x,y)=xy$；谓词 $F(x,y)$：$x=y$。在此解释下，下列公式为真的是

   **A.** $\forall xF(g(x,a),x)$　　**B.** $\forall x\forall y(F(f(x,a),y) \to F(f(y,a),x))$

   **C.** $\forall x\forall y\forall zF(f(x,y),z)$　　**D.** $\forall x\forall yF(f(x,y),g(x,y))$

5. 集合 $A=\{a,b,c,d\}$ 上满足反自反性与满足对称性的二元关系数目之比为

   **A.** 4　**B.** 8　**C.** 16　**D.** 64

6. 设 **g: X→Y，f: Y→Z** 是函数，则下述陈述正确的是

   **A.** 若 **g。f** 是单射的，则 **f** 是单射的;　**B.** 若 **g。f** 是单射的，则 **g** 是单射的;

   **C.** 若 **g。f** 是双射的，则 **f** 是双射的;　**D.** 若 **f** 是单射的，则 **g。f** 是单射的;

7. 下列代数系统中，（　）没有单位元。

   **A.**（**ρ(X)**，∪），**ρ(X)** 为非空集合 **X** 的幂集，∪为集合的并运算。

   **B.**（**ρ(X)**，∩），**ρ(X)** 为非空集合 **X** 的幂集，∩为集合的交运算。

   **C.**（**ρ(X)**，–），**ρ(X)** 为非空集合 **X** 的幂集，–为集合的差运算。

   **D.**（**ρ(X)**，⊕），**ρ(X)** 为非空集合 **X** 的幂集，⊕为集合的对称差运算。

8. 在群 $<Z_7,+_7>$ 中 $2^{-3}$ 等于

   A. 6　B. 1　C. 1/8　D. 8

9. 一棵树有 **3** 个 **5** 度顶点，**1** 个 **4** 度顶点，**3** 个 **2** 度顶点，其余都是 **1** 度顶点，那么它的边数是

   **A.** 17　**B.** 18　**C.** 19　**D.** 20

10. 某无向图 **G(p,q)**的邻接矩阵 **A** 如图所示，顶点 $V_1$ 到 $V_2$ 长度小于或等于 **3** 的通路的条数为

    **A.** 17　**B.** 19　**C.** 20　**D.** 22

$$A(G)=\begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

三、综合题（共 70 分）

1.（8 分）计算命题公式（$p \vee (q \wedge r)$）$\rightarrow$（$p \wedge q \wedge r$）的标准析取范式与标准合取范式。

2.（8 分）用演绎推理法证明，先命题符号化，然后再进行推理：

如果天气很好，并且他没有去公司，则他去钓鱼了。如果他去公司，他会乘地铁。今天天气很好。他没有乘地铁。所以他去钓鱼了。

3.（10 分）设 $A(x)$、$B(x)$ 都是谓词，请利用演绎推理规则证明：

$$\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \Rightarrow \exists x A(x) \rightarrow \exists x B(x)$$

4. （每个 2 分，共 12 分） 设集合 $A=\{a,b,c\}$， $A$ 上的二元关系 $R,S$ 分别为

$R=\{<a,a>,<a,c>,<b,c>,<c,c>\}$， $S=\{<a,b>,<b,b>,<c,a>,<c,c>\}$

求(1) $R \circ S$ 所对应的关系矩阵 $M_{R \circ S}$ ；　　(2) $R-S$ 的关系矩阵 $M_{R-S}$ ；

(3) $R$ 的自反闭包的关系矩阵 $M_{r(R)}$ ；　(4) $R$ 的对称闭包的关系矩阵 $M_{s(R)}$ ；

(5) $R$ 的传递闭包的关系矩阵 $M_{t(R)}$ ；　(6) $R^{-1}$ 的关系矩阵 $M_{R^{-1}}$ 。

5.（10 分）设 $R$ 是集合 X 上的二元关系，设 $S=\{\langle a,b\rangle \mid$ 存在 c∈X，使得 $\langle a,c\rangle \in R$ 且 $\langle c,b\rangle \in R\}$，证明若 $R$ 是一个等价关系，则 $S$ 也是一个等价关系。

**6. (每个 2 分，共 10 分）设 G=<g>是一个 15 阶循环群，**

**(1)求 $g^8$ 的次数；** **(2) 求 $g^9$ 生成的子群 $G_1$；**

**(3) 求 $G_1$ 在 G 中的指数$[G:G_1]$；** **(4)求子群 $G_1$ 的所有生成元；**

**(5)在区间[-9,5]中求满足 $g^x=g^{25}$ 的整数 x；**

7.（每个 **3** 分，共 12 分）如图所示一简单图 $G$（**边包含实线边与虚线边**），

**1**）求此图的点连通度 $\kappa(G)$ 与边连通度 $\lambda(G)$；

**2**）此图是否为欧拉图？为什么？

**3**）此图是否为哈密尔顿图？如是请指出从 $a$ 点开始的哈密尔顿回路，不是请说明理由；

**4**）此图的生成树如图中实线部分所示，求枝 **bc** 的基本割集和弦 **ae** 的基本回路。