12.2 粒子物理技术

✌ 例题 一个电子从静止开始，在**10MV**电压的作用下，可以加速到多大的速度？

$$eU = E_k = \frac{1}{2}m\cancel{u^2}$$

$$u = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \approx 1.875 \times 10^9 m/s$$

狭义相对论动力学

—— 不同惯性系中基本物理定律的形式保持不变

—— 满足这一要求__不同惯性系中物体的质量必然不同

1 物体的相对论质量

物体速率为 υ 时的相对论质量 $$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

1) 物体的质量随速率的增大而增大

2) 光子的静止质量为零 $\upsilon = c \quad m_0 = 0$

3) 当 $\upsilon << c$ 时__物体的质量 $m = m_0$

2 相对论动量

—— 相对论力学中物体在惯性参考系中的动量 $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$

$$\vec{p} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\vec{\upsilon}$$

质点受到的力 $\vec{F} = \dfrac{d(m\vec{\upsilon})}{dt} \longrightarrow \vec{F} = m\dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} + \vec{\upsilon}\dfrac{dm}{dt}$

相对论力学 —— 物体的运动微分方程

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} + \vec{\upsilon}\frac{dm}{dt}$$

1) 力即可以改变物体的速度 __ 又可以改变物体的质量

2) 一般情况下 __ 力与加速度的方向不一致

3) 当 $\upsilon << c$ 时 $\vec{F} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$

$\vec{F} = m\vec{a}$ —— 力和加速度的方向一致

3 相对论动能

在相对论力学中__动能定理

$$\begin{cases} dE_K = \vec{F}\cdot d\vec{l} \\ \vec{F} = m\dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} + \vec{\upsilon}\dfrac{dm}{dt} \\ d\vec{l} = \vec{\upsilon}dt \end{cases}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

$$m^2\upsilon^2 = m^2c^2 - m_0^2c^2$$

$$m\upsilon d\upsilon + \upsilon^2 dm = c^2 dm$$

$$dE_K = m\upsilon d\upsilon + \upsilon^2 dm$$

$$dE_K = c^2 dm$$

$$E_k = \int_{m_0}^{m} c^2 dm = mc^2 - m_0c^2$$

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$

——质点相对论动能定理

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$ —— 质点相对论动能定理

1) 物体运动的速度大小 $\upsilon^2 = c^2[1-(1+\frac{E_k}{m_0c^2})^{-2}]$

速度上限 $\upsilon = c$

2) 因为相对论质量 $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$

所以当 $\upsilon << c$ 时 $\frac{1}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} = 1+\frac{1}{2}\frac{\upsilon^2}{c^2}+\cdots \approx 1+\frac{1}{2}\frac{\upsilon^2}{c^2}$

$E_k \approx \frac{1}{2}m_0\upsilon^2$ —— 与经典力学一致

4 相对论能量

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$ —— 质点相对论动能定理

物体总能量 $E = E_k + m_0c^2$

$$E = mc^2$$ —— 相对论能量

静止能量 $E_0 = m_0c^2$

能量的变化 $\Delta E = \Delta mc^2$

5 动量和能量的关系

1 相对论能量和动量的关系

质速关系 $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} \longrightarrow m^2c^4 = m^2\upsilon^2c^2 + m_0^2c^4$

$$E^2 = p^2c^2 + E_0^2$$

—— 相对论能量和动量的关系

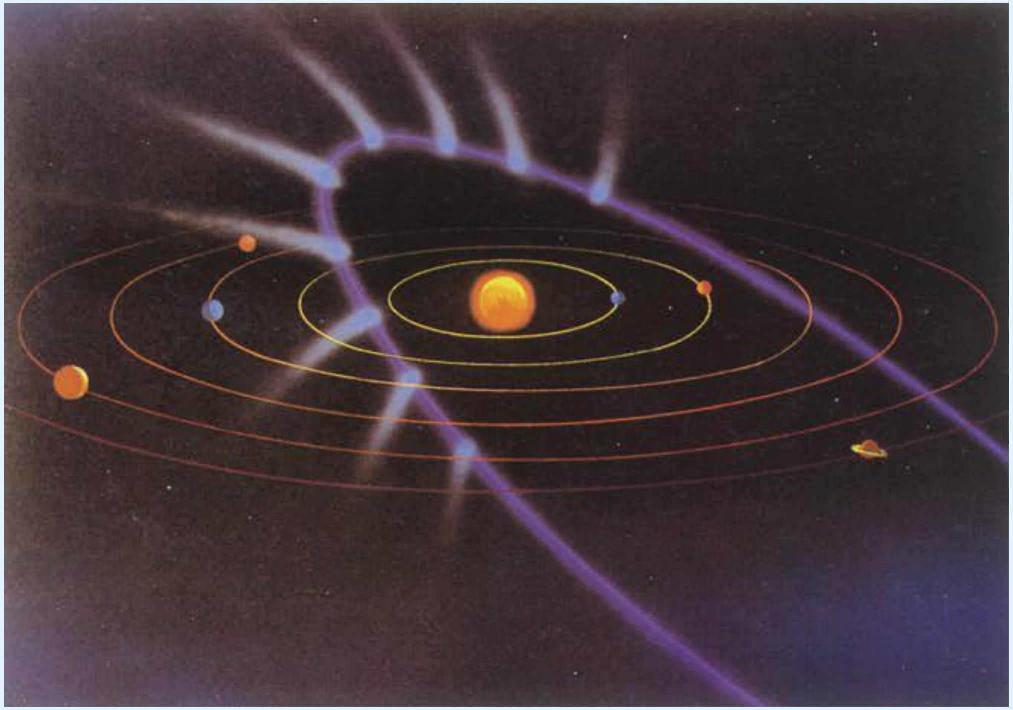
对于光子 $m_\varphi = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} \xrightarrow{\upsilon = c} m_0 = 0$

静止能量 $E_0 = 0$ $E^2 = p_\varphi^2 c^2 + E_0^2 = p_\varphi^2 c^2$

光子的能量 $E = p_\varphi c$

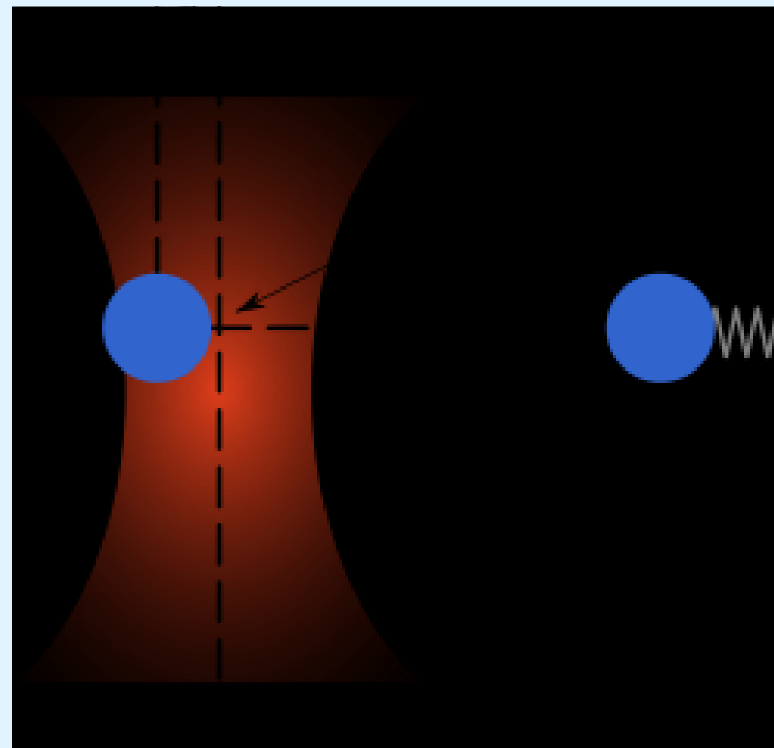
光子的动量 $p_\varphi = \dfrac{E}{c}$

光子的质量 $m_\varphi = \dfrac{E}{c^2}$



彗星的彗尾

光镊
optical tweezers



例题 一个电子从静止开始，在10MV电压的作用下，可以加速到多大的速度？

$$\left.\begin{aligned} &eU = E_k = mc^2 - m_0c^2 \\ &m = \gamma m_0 \\ &\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} u &\approx 0.998817c \\ &\approx 2.99435 \times 10^8 m/s \end{aligned}$$

- 例题 电子静止质量 $m_0 = 9.11\times 10^{-31} kg$

1) 用焦耳和电子伏特为单位，表示电子的静止能量

2) 静止电子经过10^7 V电压加速后，电子的质量和总能量为多少？

- 1) 电子的静止能量 $E_0 = m_0 c^2 = 8.2\times 10^{-14} J$

$$E_0 = \frac{8.2\times 10^{-14}}{1.60\times 10^{-19}} = 0.51 MeV$$

2) 静止电子经过10^7V电压加速后，电子的质量与静止质量的比值和总能量为多少？

—— 电子质量 $m=\dfrac{E}{c^2}=\dfrac{eV+m_0c^2}{c^2}$

$$\frac{m}{m_0}=1+\frac{eV}{m_0c^2}\approx 20.56$$

—— 总能量

$$E=mc^2=20.56m_0c^2\approx 10.5MeV$$

作业：W10 狭义相对论动力学

S'系沿S系的 x 轴以恒定速度 u 相对于S系运动

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathrm{d}x' = \gamma(\mathrm{d}x - u\mathrm{d}t) \\ \mathrm{d}y' = \mathrm{d}y \\ \mathrm{d}z' = \mathrm{d}z \\ \mathrm{d}t' = \gamma(\mathrm{d}t - \frac{u}{c^2}\mathrm{d}x) \end{cases}$$

$$u_x' = \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'} = \frac{g(\mathrm{d}x - u\mathrm{d}t)}{g(\mathrm{d}t - \frac{u}{c^2}\mathrm{d}x)} = \frac{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - u}{1 - \frac{u}{c^2}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}} = \frac{u_x - u}{1 - \frac{u}{c^2}u_x}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{u^2}{c^2})}}$$

$$\upsilon_y' = \frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t'} = \frac{\mathrm{d}y}{\gamma(\mathrm{d}t - \frac{u}{c^2}\mathrm{d}x)} = \frac{\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}}{\gamma(1 - \frac{u}{c^2}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t})} = \frac{\upsilon_y}{\gamma(1 - \frac{u}{c^2}\upsilon_x)}$$

$$\upsilon_z' = \frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t'} = \frac{\upsilon_z}{\gamma(1 - \frac{u}{c^2}\upsilon_x)}$$

S'系沿S系的 x 轴以恒定速度 u 相对于S系运动

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right) \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{u^2}{c^2}\right)}}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \upsilon_x' &= \frac{\upsilon_x - u}{1 - \frac{u}{c^2}\upsilon_x} \\ \upsilon_y' &= \frac{\upsilon_y}{\gamma\left(1 - \frac{u}{c^2}\upsilon_x\right)} \\ \upsilon_z' &= \frac{\upsilon_z}{\gamma\left(1 - \frac{u}{c^2}\upsilon_x\right)} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \upsilon_x &= \frac{\upsilon_x' + u}{1 + \frac{u}{c^2}\upsilon_x'} \\ \upsilon_y &= \frac{\upsilon_y'}{\gamma\left(1 + \frac{u}{c^2}\upsilon_x'\right)} \\ \upsilon_z &= \frac{\upsilon_z'}{\gamma\left(1 + \frac{u}{c^2}\upsilon_x'\right)} \end{aligned} \right.$$

✌ 例题 **K'系相对于K系的运动速度为u=0.9c，在K'系中，运动的粒子的速度为0.9c，则在K系中观察者看来，该粒子的运动速度是多少？**

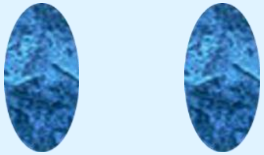
$$\upsilon_x = \upsilon_x' + u = 1.8c$$

$$\boxed{\upsilon_x = \frac{\upsilon_x' + u}{1 + \frac{u}{c^2}\upsilon_x}} = \frac{0.9c + 0.9c}{1 + \frac{0.9c}{c^2} \times 0.9c} = \frac{1.8}{1.81} = 0.994\,\mathrm{c}$$

☛ 相对论质量

两个粒子静止不动时完全相同 —— 具有相同的静止质量

$$m_{A0} = m_{B0} = m_0$$

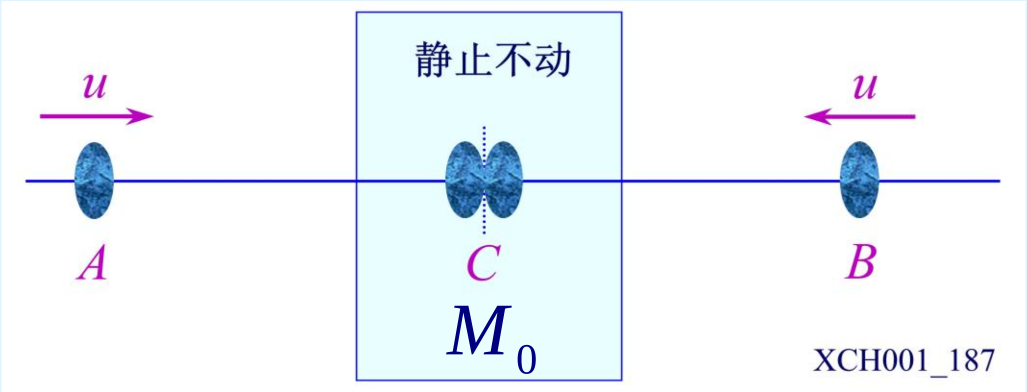


假设

A以速度u

向右运动

m'_A

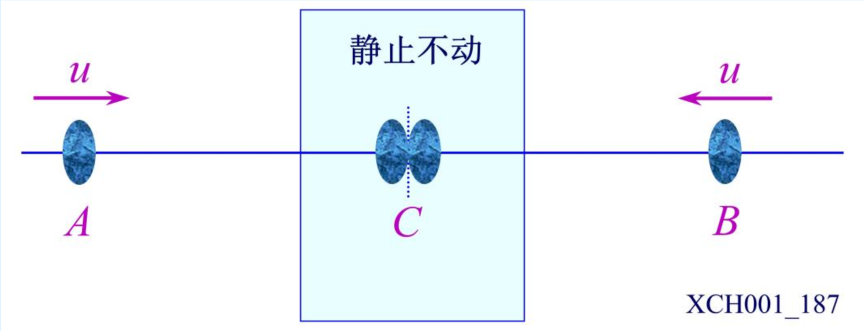


B以速度u

向左运动

m'_B

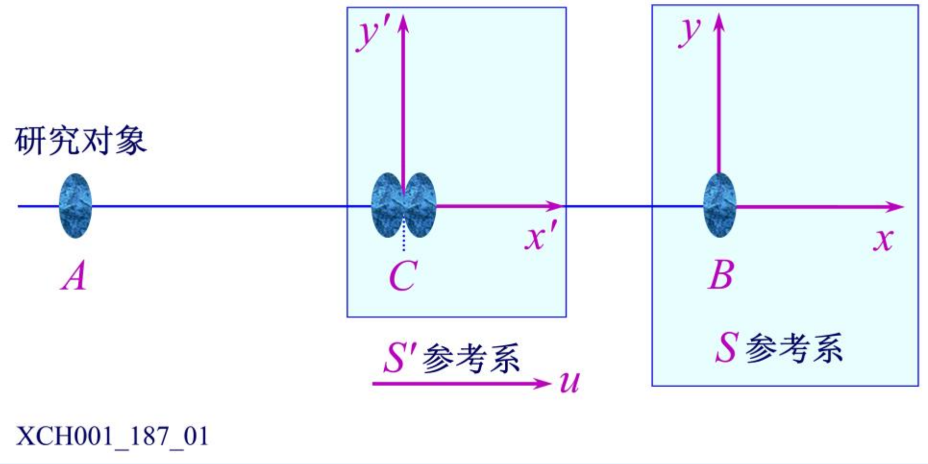
两个粒子发生完全非弹性碰撞后变成一个静止不动的粒子C



在*C*粒子上建立*S*'参考系　在碰撞前的*B*粒子上建立*S*参考系

S'系中

$$\begin{cases} m'_A & v'_A = u \\ m'_B & v'_B = -u \\ M_0 & 0 \end{cases}$$

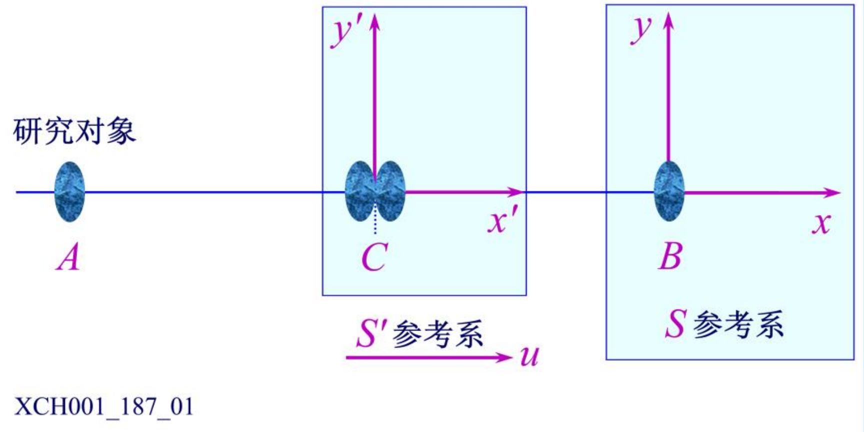


S 系中

$$\begin{cases} m_A & v_A \\ m_B = m_0 & v_B = 0 \\ M & u \end{cases}$$

S'系相对于*S*系以速度*u*沿*x*方向运动

狭义相对性原理 —— 两个粒子碰撞前后质量和动量守恒且数学形式不变



S'系 $\begin{cases} m'_A + m'_B = M_0 \\ m'_A u + m'_B(-u) = 0 \end{cases}$

S 系 $\begin{cases} m_A + m_B = M \\ m_A v_A + m_B v_B = Mu \end{cases}$

$$\begin{cases} v_B = 0 \\ m_B = m_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_A = m \\ v_A = v \end{cases}$$

$$m_A v_A = (m_A + m_0) u$$

$$v_A = \frac{v'_A + u}{1 + u v'_A / c^2} = \frac{2u}{1 + u^2 / c^2}$$

速度变换

$$u = \frac{c^2}{v_A}\left(1 - \sqrt{1 - v_A^2 / c^2}\right)$$

相对论质量

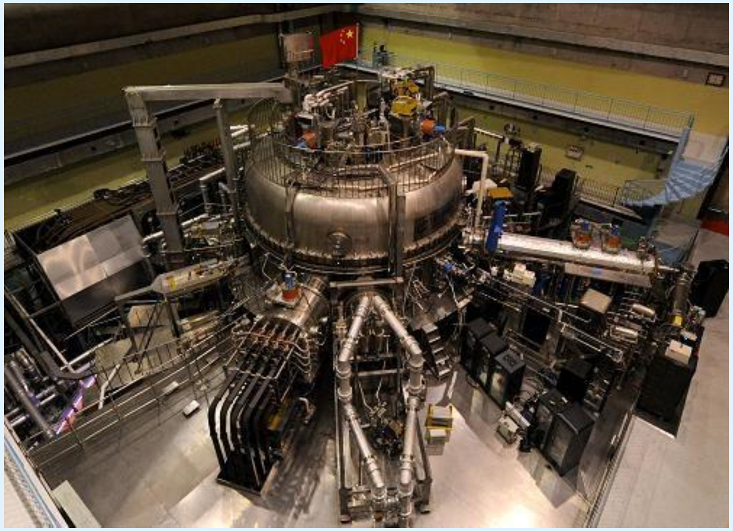
$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

— 质速关系 —

例题07 在热核反应 ${}_{1}^{2}H + {}_{1}^{3}H \to {}_{2}^{4}He + {}_{0}^{1}n$ 的过程中

如果反应前粒子的动能相对较小

计算反应后粒子具有的总动能



已知

$$m_0({}_{1}^{2}H) = 3.3437\times 10^{-27}kg$$

$$m_0({}_{1}^{3}H) = 5.0049\times 10^{-27}kg$$

$$m_0({}_{2}^{4}He) = 6.6425\times 10^{-27}kg$$

$$m_0({}_{0}^{1}n) = 1.6750\times 10^{-27}kg$$

☛反应前后

系统粒子的总静止质量

$$\begin{cases} m_{10} = m_0({}_{1}^{2}H) + m_0({}_{1}^{3}H) \\ m_{20} = m_0({}_{2}^{4}He) + m_0({}_{0}^{1}n) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_{10} = m_0({}_1^2H) + m_0({}_1^3H) = 8.3486\times10^{-27}kg \\ m_{20} = m_0({}_2^4He) + m_0({}_0^1n) = 8.3175\times10^{-27}kg \end{cases}$$

反应前后能量守恒 $E_{2k} + m_{20}c^2 = E_{1k} + m_{10}c^2$

反应前粒子的动能 $E_{1k} = 0$

反应后粒子的总动能 $E_{2k} = (m_{10} - m_{20})c^2$

$$E_{2k} = 2.80\times10^{-12}J = 17.5\ MeV$$