座位号：

杭州电子科技大学学生考试卷（ B ）卷

考试课程	离散数学	考试日期	2016 年 9 月 日	成 绩			
课程号		教师号		任课教师姓名	吴铤、陈勤、余日泰、吴向阳、周丽、陈溪源、袁友伟		
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

一、**判断题**（每小题 2 分，共 10 分）（正确打“√”，错误打“×”）

将答案填在下表中，否则无效。

1	2	3	4	5

1. 一个不是永真式的命题公式，其代换实例也一定不是永真式。
2. 设个体域是全体整数，一元谓词 $P(x): x<4, Q(x): x<3$，则 $\exists x(P(x)\to Q(x))$ 的真值等于 1。
3. 若 **R** 是集合 **A** 上的二元关系，则如果 **R** 是自反的，则 **R** 必不是反自反的；同样地，如果 **R** 是对称的，则 **R** 就不是反对称的。
4. 若 $(G,*)$ 是一个 5 阶群，则其只有平凡子群。
5. 设 G 是 p 阶简单图，且其边数等于 **p(p-1)/2**，则 G 必定是完全图。

二、**选择题** (每小题 2 分，共 20 分)

将答案（A、B、C 或 D）填在下表中，否则无效。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. A 是含有 3 个命题变元的命题公式。若 A 的标准合取范式有 5 项，则 A 有（ ）成真赋值。

   A. 0 种　　B. 3 种　　C. 5 种　　D. 8 种

2. 与命题公式 $(p\to q)\vee\neg r$ 不等价的命题公式是

   A. $(p\wedge r)\to q$　　B. $q\vee\neg(p\wedge r)$　　C. $r\to(p\to q)$　　D. $(r\to q)\wedge\neg p$

3. 谓词公式 $\forall x(P(x)\vee\exists yR(y))\to Q(x)$ 中量词 $\forall x$ 的辖域是

   A. $\forall x(P(x)\vee\exists yR(y))$　　**B.** $P(x)$

   C. $P(x)\vee\exists yR(y)$　　**D.** $P(x),Q(x)$

4. 在以下各式中不成立的是

   A. $\forall x(A(x)\vee B(x))\Rightarrow\forall xA(x)\vee\forall xB(x)$

   B. $\exists x(A(x)\vee B(x))\Rightarrow\exists xA(x)\vee\exists xB(x)$

   C. $\forall xA(x)\vee\forall xB(x)\Rightarrow\forall x(A(x)\vee B(x))$

   D. $\exists xA(x)\vee\exists xB(x)\Rightarrow\exists x(A(x)\vee B(x))$

5. 下列选项中错误的是

   A. $\phi\subseteq\phi$　　**B.** $\phi\in\phi$　　**C.** $\phi\subseteq\{\phi\}$　　**D.** $\phi\in\{\phi\}$

6. 集合 $A=\{a,b,c,d\}$ 上满足对称性的二元关系与 A 上所有二元关系数目之比为

   A. 1/64　　B. 1/16　　C. 1/8　　D. 1/2

7. 设 R,R^* 分别表示实数集合和非零实数集合，$+,\times$ 分别表示实数之间的加法与乘法运算，则在 $(R,+),(R^*,+),(R,\times),(R^*,\times)$ 中群的个数为

   A. 0 个；　　**B.** 1 个；　　**C.** 2 个；　　**D.** 3 个；　　**E.** 4 个；

8. 设有代数系统 $G=<A,*>$，其中 A 是所有命题公式的集合，*为命题公式的合取运算，则 G 的幺元是

   A. 永假式　　B. 永真式　　C. 可满足式　　D. 公式 $p\wedge q$

9. 给定 n 个结点的一棵树，下列说法中，（）是不对的。

   A. 无回路的连通图

   B. 无回路但若增加一条新边就会变成回路

   C. 连通且 $e=v-1$，其中 e 是边数，v 是结点数

   D. 所有结点的度数大于或等于 2

10. 某无向图 **G(p,q)** 的邻接矩阵 **A** 如图所示，顶点 V_4 到 V_1 长度小于或等于 3 的通路的条数为

    A. 11　　**B.** 13　　**C.** 15　　**D.** 17

$$A(G)=\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

三、综合题（共 70 分）

1. （8 分）计算命题公式 $(p \to (q \wedge r)) \to \neg p$ 的标准析取范式与标准合取范式。

2. （8 分）使用演绎推理的方法证明 $(A \wedge B) \to C, \neg D, \neg C \vee D \Rightarrow \neg A \vee \neg B$

3. （8 分）用演译推理的方法证明：

$\forall x(P(x) \to Q(x)), \forall x(R(x) \to \neg Q(x)), \exists x(R(x) \wedge S(x)) \Rightarrow \exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$

4. (10 分)设 **R** 是非空集合 **X** 上的二元关系。若对于任意的 $a,b,c \in X$，如果 aRb, bRc，则必有 cRa，则称 **R** 是循环的，证明 **R** 是自反的和循环的，当且仅当 **R** 是一个等价关系。

5. （每个 2 分，共 14 分）设 R,S 都是集合 $A=\{a,b,c,d\}$ 上的二元关系，其对应的关系矩阵分别是：

$$M_R=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\1&1&0&1\end{pmatrix},\quad M_S=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&1&0\\0&1&0&1\end{pmatrix}$$，求：

(1) R 的补关系对应的关系矩阵 M_{R^C}；(2) $R\cap S$ 对应的关系矩阵 $M_{R\cap S}$；

(3) $R\cup S$ 对应的关系矩阵 $M_{R\cup S}$；(4) R 的自反闭包对应的关系矩阵 $M_{r(R)}$；

(5) R 的对称闭包对应的关系矩阵 $M_{s(R)}$；(6) R 的传递闭包对应的关系矩阵 $M_{t(R)}$；

(7) $R\circ S$ 对应的关系矩阵 $M_{R\circ S}$；

6. （每个 2 分，共 10 分）设 $<Z^*_{12},\times_{12}>$ 是一个群，其中 $Z^*_{12}=\{1,5,7,11\}, i\times_{12}j=(i\times j)\bmod 12$；

求：

(1) 元素 **5** 的次数；**(2)** 元素 **5** 的逆元；

(3) 元素 **5** 生成的子群 **H**；**(4) H** 在 **G** 中的指数 $[G:H]$；

(5) H 在 **G** 中的所有左陪集。

7. （每个 **3** 分，共 12 分）如图所示一简单图 G（**边包含实线边与虚线边**），

1）求此图的点连通度 $\kappa(G)$ 与边连通度 $\lambda(G)$；

2）此图是否为欧拉图？为什么？

3）此图是否为哈密尔顿图？如是请指出从 a 点开始的哈密尔顿回路，不是请说明理由；

4）此图的生成树如图中实线部分所示，求枝 **cg** 的基本割集和弦 **bf** 的基本回路。