0803 音乐厅的声学设计

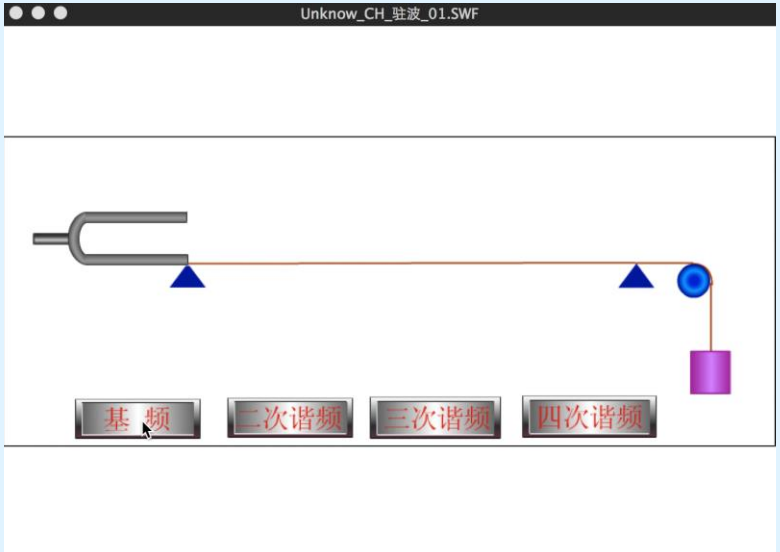
"鱼洗"风生水起之谜

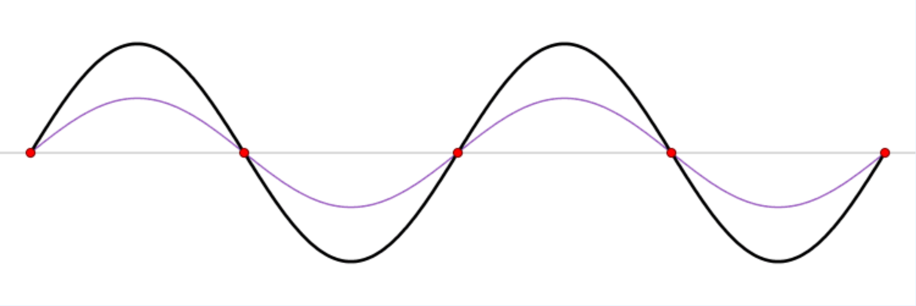
01 驻波与乐器

1 驻波实验—— 一定长度的弦线__两端固定

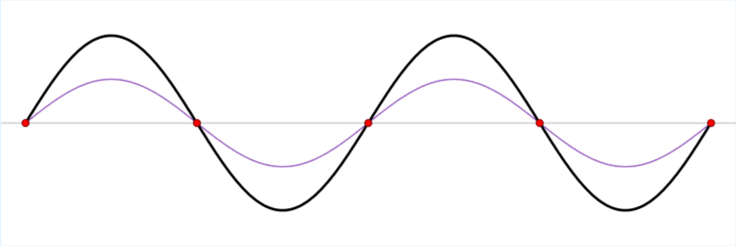
当弦线为某些特定长度时

一些点始终静止不动__一些点振动最强



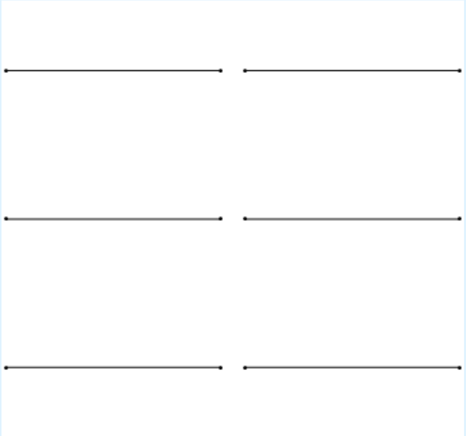


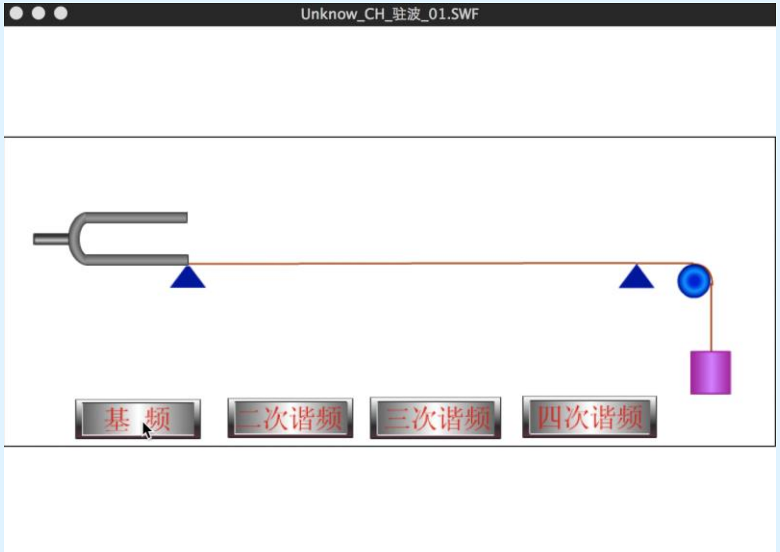
驻波 —— 两列同类相干波__同频率_振动一致_同振幅
沿相反方向传播时叠加而成



波节 —— 静止不动的点

波腹 —— 振动最强的点



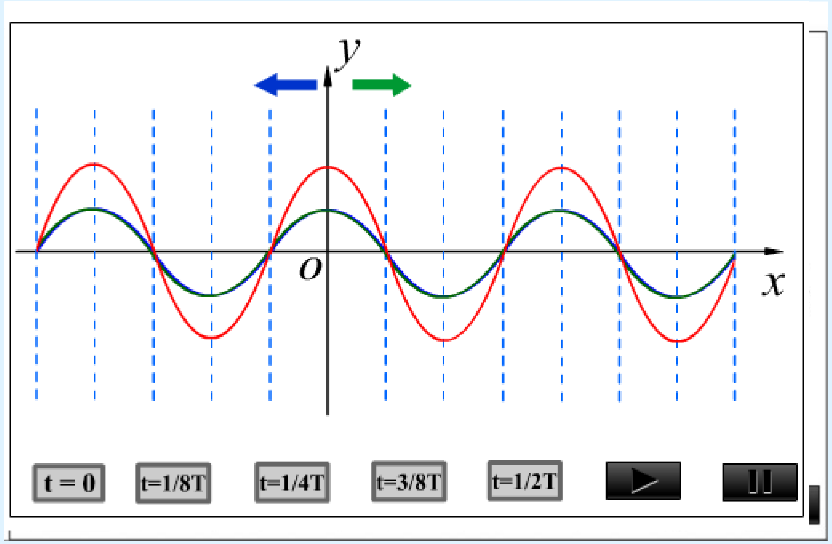


★ 弦线的长度满足 $L = n\dfrac{\lambda}{2}$

可以形成不同波长的驻波

2 驻波波函数

两列同类波
$$\begin{cases} y_1 = A\cos[2\pi(\nu t - \dfrac{x}{\lambda}) + \varphi_1] \\ y_2 = A\cos[2\pi(\nu t + \dfrac{x}{\lambda}) + \varphi_2] \end{cases}$$



$$y = y_1 + y_2$$

$$y = A\cos[2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + \varphi_1] + A\cos[2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda}) + \varphi_2]$$

应用三角公式 $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}$

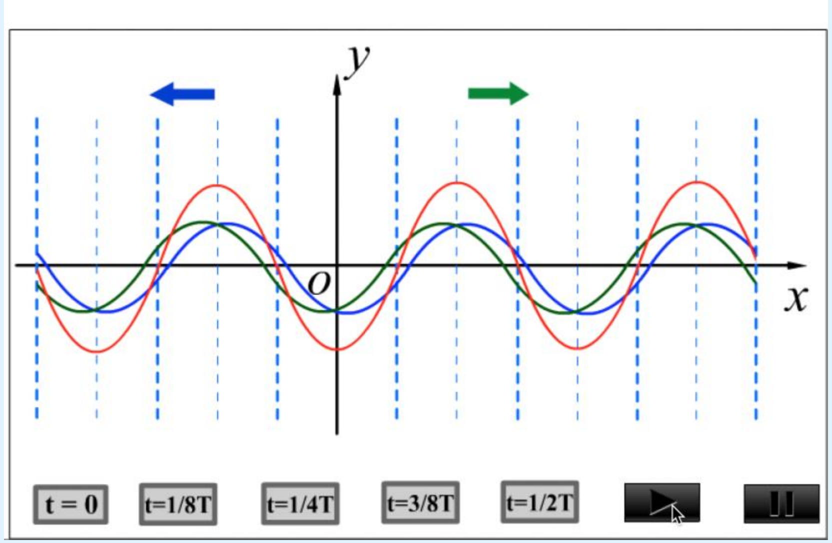
$$y = 2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2})\cos(2\pi\nu t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2})$$

3 驻波的特征

驻波波函数 $y = 2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2})\cos(2\pi\nu t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2})$

驻波振幅

$$A_{合} = 2A\left|\cos(2\pi\frac{x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2})\right|$$



振幅变化的空间周期 $T_x = \frac{\lambda}{2}$

$y(t+\Delta t, x+\Delta x) \neq y(t, x)$ $u \neq \frac{\Delta x}{\Delta t}$ —— 不是行波

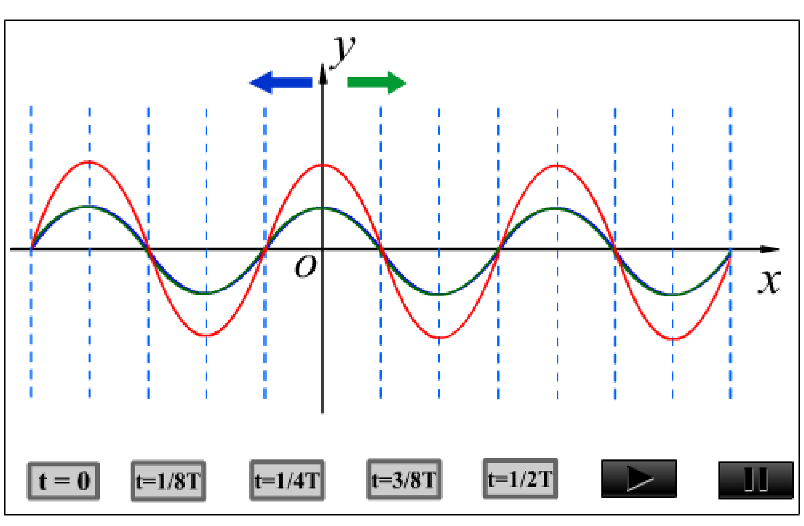
1) 波腹_波节的位置

驻波振幅 $A_{合} = 2A\left|\cos(2\pi\frac{x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2})\right|$ 如果 $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$

波节位置 $2\pi\frac{x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$$x = (2k+1)\frac{1}{4}\lambda$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$



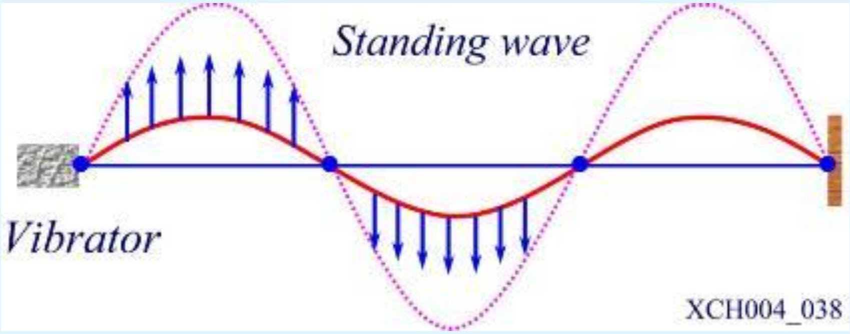
波腹位置 $2\pi\frac{x}{\lambda} = k\pi$ $\quad x = k\frac{\lambda}{2}$

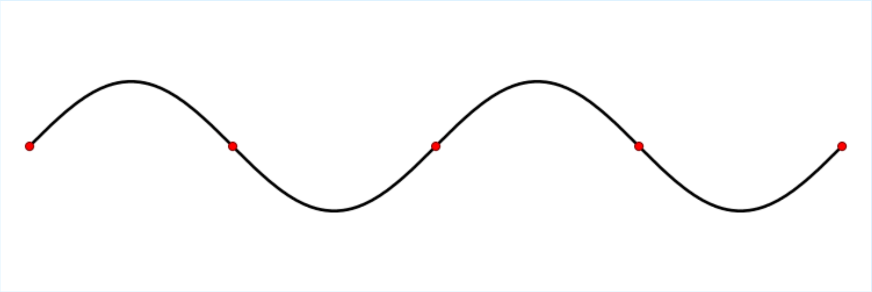
相邻两波腹(或波节)的距离 $x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda}{2}$

2) 振动的相的关系

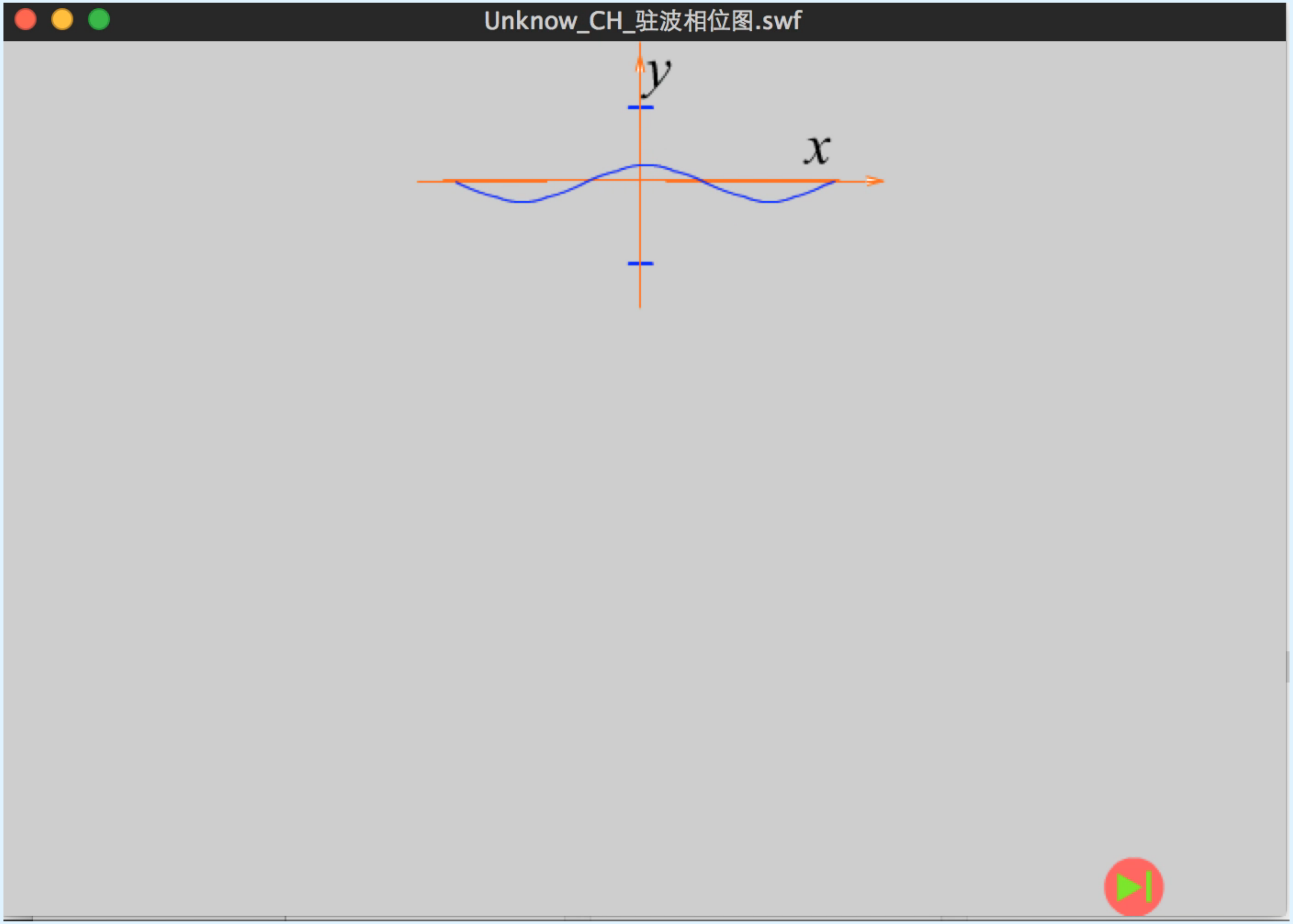
波函数 $y = 2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda}+\frac{\varphi_2-\varphi_1}{2})\cos(2\pi\nu t+\frac{\varphi_2+\varphi_1}{2})$

相邻两节点之间的各点为一段__段内各点振动的相一致





驻波相位图 —— 演示说明



在驻波中，两个相邻波节间各质点的振动

（A）振幅相同，相位相同

（B）振幅不同，相位相同

（C）振幅相同，相位不同

（D）振幅不同，相位不同

3) 驻波的能量

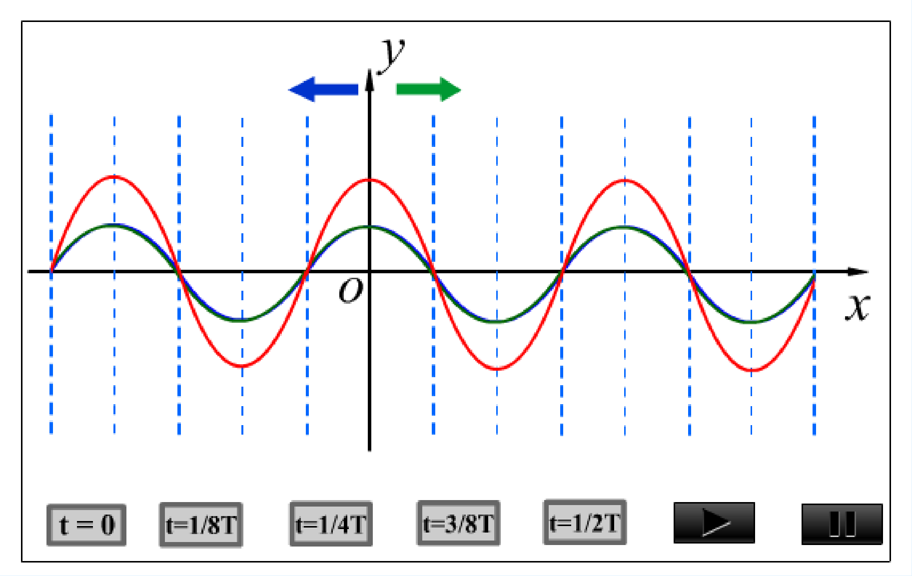
形成驻波时 —— 没有振动状态和能量的定向传播

—— 正向波的能流密度

$$I_1 = \varpi u = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$$

—— 负向波的能流密度

$$I_2 = \varpi(-u) = -\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$$



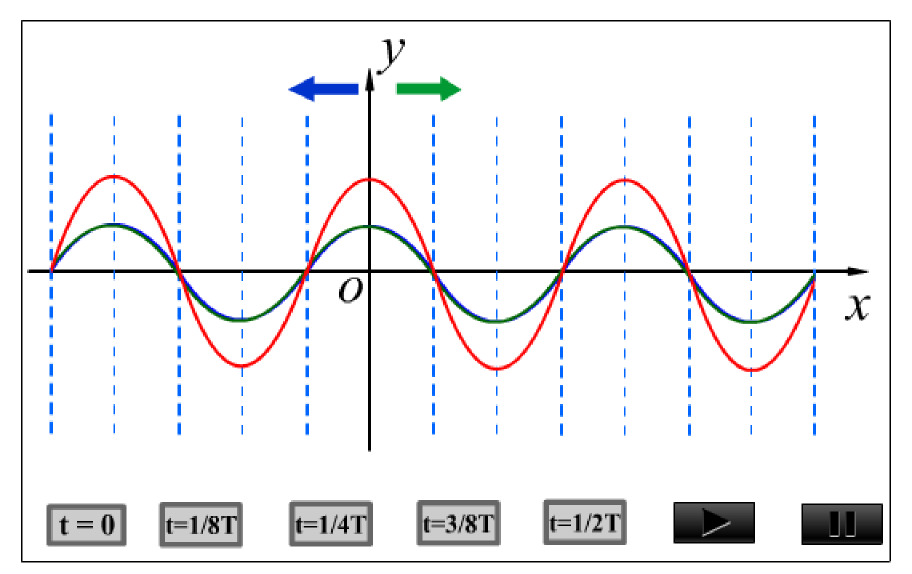
驻波的能流密度 $I = I_1 + I_2 = 0$

3) 驻波的能量

当所有质点处于最大位移处时

—— 动能为零

—— 能量以势能的形式集中在波节附近



当所有质点处于平衡位置时

—— 势能为零

—— 能量以动能的形式集中在波腹附近

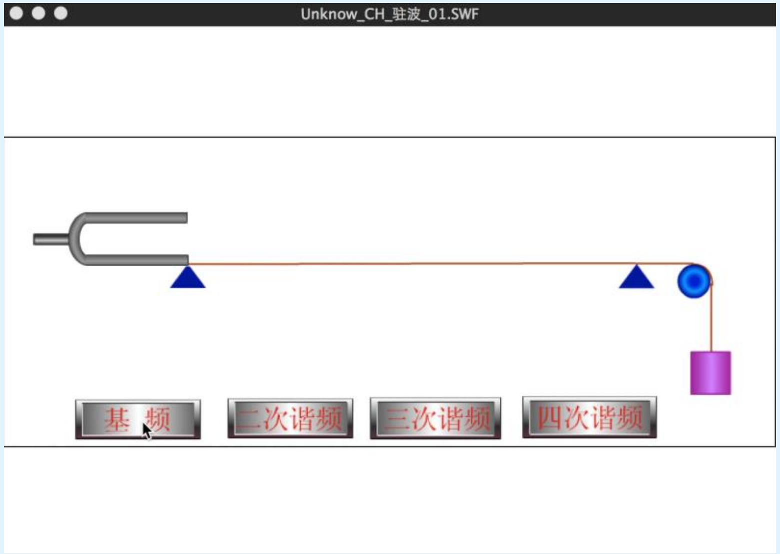
其他时刻，能量（动能、势能）分布在两波节之间

4 半波损失

固定端点静止不动__入射波与反射波在该点的相差为**π**

入射波

$$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + \varphi_1]$$



反射波

$$y_2 = A\cos[2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda}) + \varphi_1 + \pi]$$

—— 固定端点的反射波与入射波的相差为**π**

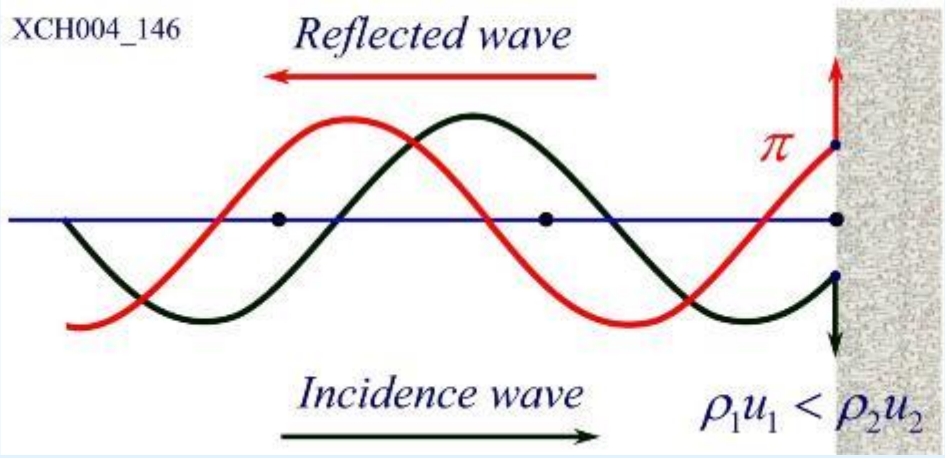
—— 半波损失

产生半波损失的条件

波从波疏介质(ρ*u*小)

到波密介质(ρ*u*大) 的界面

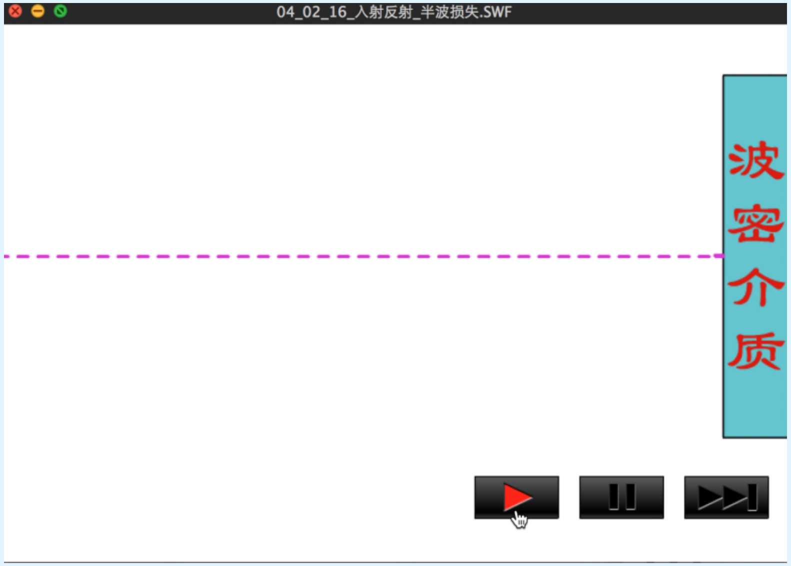
$$\rho_1 u_1 < \rho_2 u_2$$



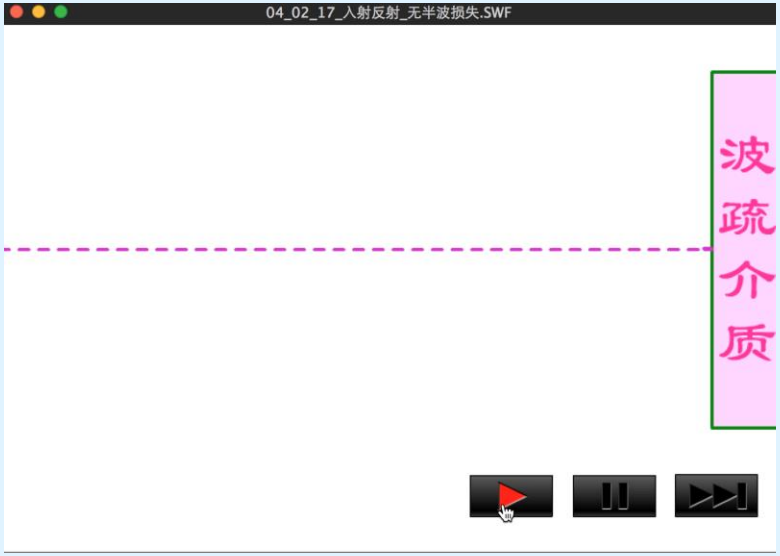
反射波和入射波之间发生π相变 —— 半波损失

半波损失

波疏介质到波密介质



波密介质到波疏介质



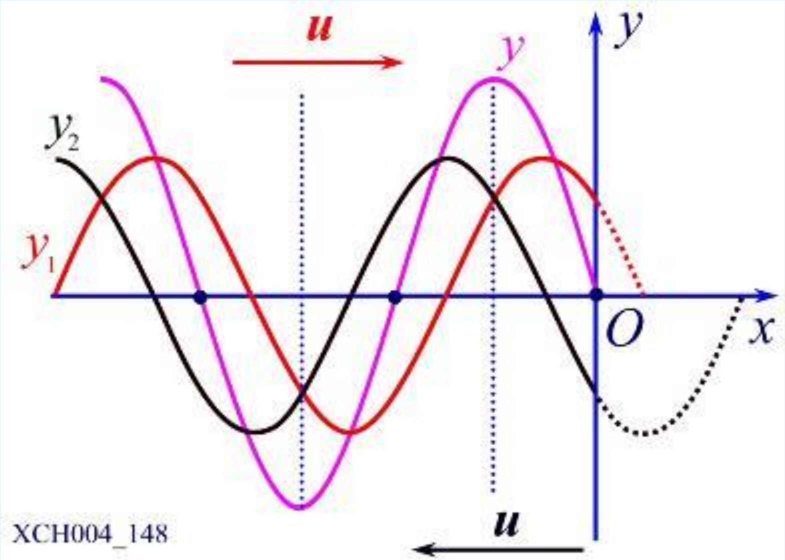
入射波的波函数 $y_1 = A\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$

在x=0处发生反射，反射点为节点，求：

1) 反射波的波函数

2) 合成驻波的波函数

3) 各波腹和波节的位置



根据题意做出

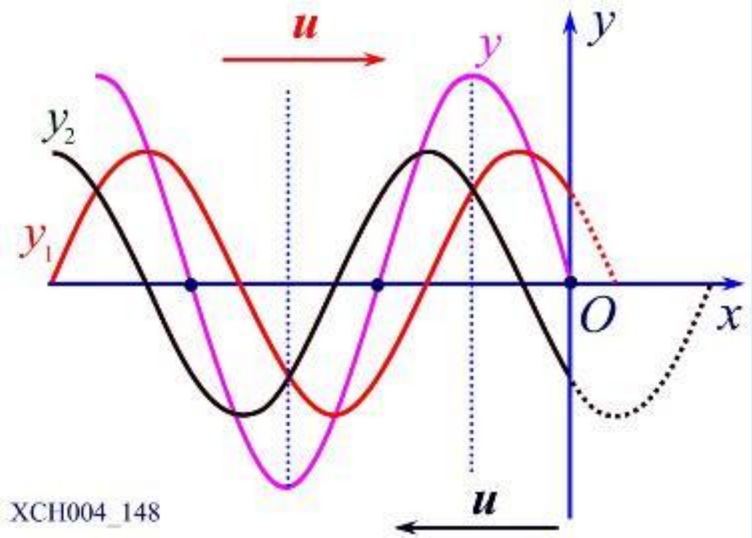
入射波和反射波的波形图

O点入射波的振动方程 $y_{1O} = A\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{0}{\lambda}) = A\cos 2\pi \frac{t}{T}$

O点反射波的振动方程

$$y_{1O} = A\cos 2\pi \frac{t}{T}$$

$$y_{2O} = A\cos(2\pi \frac{t}{T} + \pi)$$



反射波的波函数

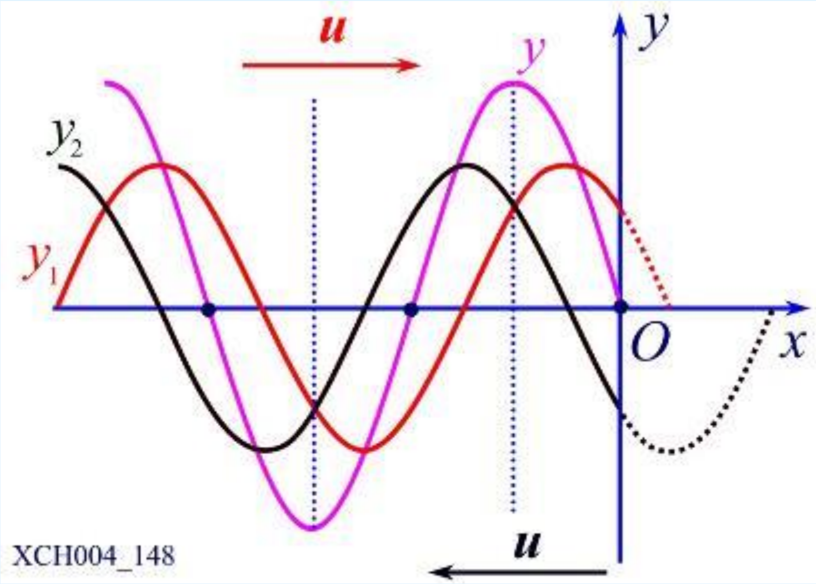
$$y_2 = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) + \pi]$$

—— 沿x轴负方向传播

驻波波函数 $y = A\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) + \pi]$

$$y = 2A\sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

$$y = 2A\sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}$$



波节位置 $$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm k\pi$$

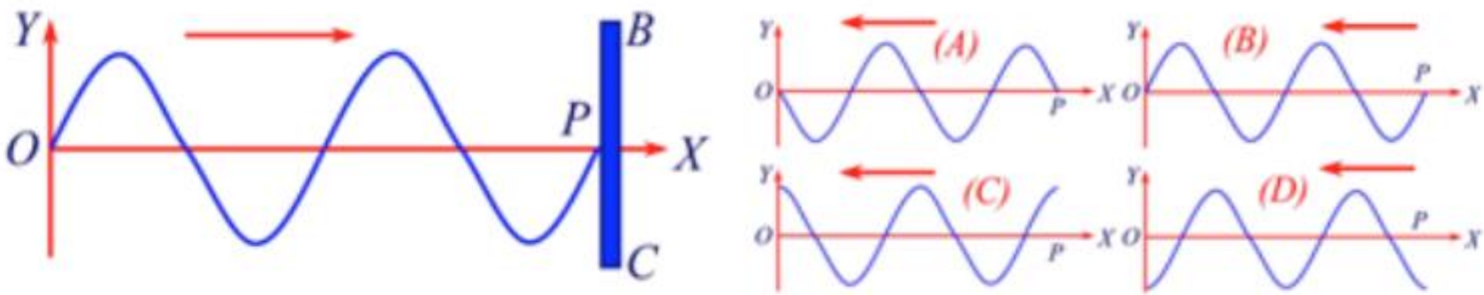
$$x = -k\frac{\lambda}{2}$$

$$k = 0, 1, 2, \cdots$$

—— 驻波只在原点左方空间形成

波腹位置 $$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm(2k+1)\frac{\pi}{2}$$ $$x = -(2k+1)\frac{\lambda}{4}$$

2. 如图所示，为一向右传播的简谐波在 t 时刻的波形图，BC 为波密介质的反射面，波由 P 点反射，则反射波在 t 时刻的波形图为【　　】



题 2 图

04. 在弦线上有一简谐波，其表达式 $y_1 = 2.0\times10^2\cos[100\pi(t+\frac{x}{20})-\frac{4\pi}{3}]$ (SI) 为了在此弦线上形成驻波，并在 $x=0$ 处为一波腹，此弦线上还应有一简谐波，其表达式为：

(A) $y_2 = 2.0\times10^2\cos[100\pi(t-\frac{x}{20})+\frac{\pi}{3}]$；

(B) $y_2 = 2.0\times10^2\cos[100\pi(t-\frac{x}{20})+\frac{4}{3}\pi]$；

(C) $y_2 = 2.0\times10^2\cos[100\pi(t-\frac{x}{20})-\frac{\pi}{3}]$；

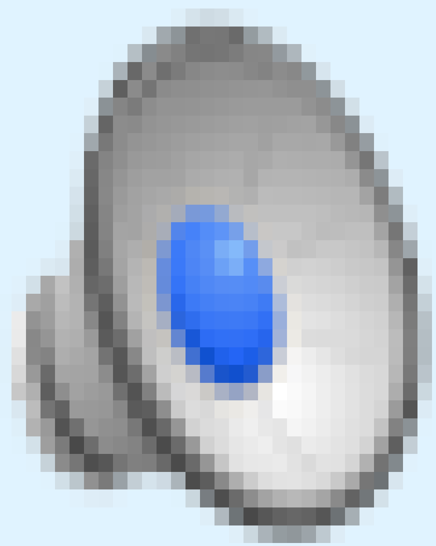
(D) $y_2 = 2.0\times10^2\cos[100\pi(t-\frac{x}{20})-\frac{4}{3}\pi]$。

作业：W3 波的干涉 驻波

金属板二维驻波

音乐的各种声音

驻波演示 —— 学生作品



鲁本斯管和声悬浮

火焰驻波