

座位号：

杭州电子科技大学学生考试卷（ B ） 卷

考试课程	离散数学	考试日期	2015 年 9 月 日	成绩	
课程号		教师号		任课教师姓名	陈勤、吴铤、周丽 吴向阳、袁友伟
考生姓名		学号（8 位）		年级	专业

一、判断题（每小题 2 分，共 16 分）（正确打“√”，错误打“×”）

将答案填在下表中，否则无效。

1	2	3	4	5	6	7	8

- 全体最大项的合取必定是永假式。
- 对任意的命题公式 A, B ，若 $A \leftrightarrow B = 1$ ，则 $A = 1$ 且 $B = 1$ 。
- 设个体域是全体整数，一元谓词 $P(x): x < 4, Q(x): x < 3$ ，则 $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x))$ 的真值等于 1。
- R_1, R_2 都是集合 X 上的二元关系，若 R_1 和 R_2 都是自反的，则 $R_1 \cap R_2$ 也是自反的。
- 设 A, B, C 是任意集合，如果 $A \times B \subseteq A \times C$ ，则必有 $B \subseteq C$ 。
- 设有代数系统 $G = \langle A, * \rangle$ ，其中 A 是所有命题公式的集合， $*$ 为命题公式的合取运算，则 G 的单位元是永假式。
- 若 p 阶简单图 G 的边数 $q = p - 1$ ，则 G 必为树。
- 设连通图 G 是 4 度正则图，且 G 的阶等于 8，则 G 必定是欧拉图，也是哈密尔顿图。

二、选择题（每小题 2 分，共 30 分）

将答案（A、B、C 或 D）填在下表中，否则无效。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

- 下列句子为命题的是
A. 走，看电影去。 B. 6 月 25 日是离散数学考试的日子。
C. 你明天能来吗？ D. $x + y > 0$
- 设 A, B, C 是命题公式，则等价公式不正确的是
A. $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$ ； B. $A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ ；
C. $A \wedge (A \vee B) = B$ ； D. $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$ 。
- 使 $p = 1, q = 1, r = 0$ 为成真解释的命题公式是
A. $r \rightarrow (p \wedge q)$ B. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ C. $(p \vee q) \leftrightarrow \neg r$ D. $(\neg p \rightarrow r) \leftrightarrow q$
- 对一阶逻辑公式 $\forall x \forall y (P(x, y) \wedge Q(y, z)) \wedge \exists x P(x, y)$ 的说法正确的是
A. x 是约束的， y 是约束的， z 是自由的；
B. x 是约束的， y 既是约束的又是自由的， z 是自由的；
C. x 是约束的， y 既是约束的又是自由的， z 是约束的；
D. x 是约束的， y 是约束的， z 是约束的。
- 设个体域为整数集，下列谓词公式中真值为假的是
A. $\forall x \exists y (x \cdot y = 0)$ B. $\forall x \exists y (x \cdot y = 1)$
C. $\exists y \forall x (x \cdot y = x)$ D. $\forall x \forall y \exists z (x - y = z)$
- 设 A, B, C, D 是谓词公式，则下列等式中（ ）不正确。
A. $\forall x(A(x) \wedge B(x)) = \forall x A(x) \wedge \forall x B(x)$ B. $\exists x(A(x) \vee B(x)) = \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$
C. $\exists x(A(x) \rightarrow D) = \exists x A(x) \rightarrow D$ D. $\forall x(A(x) \vee C) = (\forall x A(x) \vee C)$
- 设 $P(x, y)$ 为 D 上的二元谓词， I 是如下解释：个体域 $D = \{a, b\}$ ，若 $P(a, a) = 1, P(a, b) = 0, P(b, a) = 1, P(b, b) = 0$ ，则在解释 I 下取真值的公式是
A. $\exists x \forall y P(x, y)$ B. $\forall x \forall y P(x, y)$ C. $\forall x P(x, x)$ D. $\forall x \exists y P(x, y)$
- 设 A, B 是谓词公式，则以下推理错误的是
A. $\forall x(A(x) \wedge B(x)) \Rightarrow \forall x A(x) \wedge \forall x B(x)$
B. $\exists x(A(x) \wedge B(x)) \Rightarrow \exists x A(x) \wedge \exists x B(x)$
C. $\forall x(A(x) \vee B(x)) \Rightarrow \forall x A(x) \vee \forall x B(x)$
D. $\exists x(A(x) \vee B(x)) \Rightarrow \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$
- 在由 3 个元素组成的集合上，可以有（ ）种不同的关系。
A. 3 B. 81 C. 256 D. 512
- 设集合 A 是由 4 个元素构成的集合，则在 A 上的双射函数有（ ）个。

4. (6 分) 设 H 是群 $\langle G, * \rangle$ 的子群, 证明 H 的所有不同右陪集中有且仅有一个在 $*$ 下构成 $\langle G, * \rangle$ 的子群。

5. (8 分) 设集合 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, X 上的二元关系 R_1, R_2 分别为
 $R_1 = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in X \wedge x - y = 1 \}, R_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in X \wedge y \text{ 是 } x \text{ 的倍数} \}$
 求 (1) 分别写出 R_1, R_2 中所有的序偶。(4 分)
 (2) 求出以下关系所对应的关系矩阵: $R_1 \circ R_2^{-1}, s(R_1^c), t(R_1 \cup R_2)$ 。(4 分)

6. (共 10 分, 每个 2 分) 对于群 $(\mathbb{Z}_9^*, \times_9)$, 其中 $\mathbb{Z}_9^* = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$, 二元运算 “ \times_9 ”:
 $i \times_9 j = (i \times j) \bmod 9$,
 (1) 给出 $(\mathbb{Z}_9^*, \times_9)$ 的运算表; (2) 求出每个元素的逆元; (3) 求出每个元素的次数;
 (4) 写出子群 $H = \langle 4 \rangle$ 的所有陪集; (5) 求 $[\mathbb{Z}_9^* : H]$ 。

7. (共 12 分, 每个 3 分) 如图所示一简单图 G (边包含实线边与虚线边),
 1) 求此图的点连通度 $\kappa(G)$ 与边连通度 $\lambda(G)$;
 2) 此图是否为欧拉图? 为什么?
 3) 此图是否为哈密顿图? 如是请指出从 a 点开始的哈密顿回路, 不是请说明理由;
 4) 此图的生成树如图中实线部分所示, 求枝 cg 的基本割集和弦 bf 的基本回路。

