**§5.3 树**

**习题5.3**

1. 一个树有5个1度顶点，3个2度顶点，其余的顶点都是3度顶点，问一共有几个顶点？

解： 用树的性质*q*=*p*−1和握手定理。

设有*x*个顶点，于是, 2*q*=2×(*x-1*)=1×5+2×3+（*x-8*）×3

解得*x*=11，故*T*有11个顶点。

1. 一个树有2个2度顶点，3个3度顶点，4个4度顶点，其余顶点度数都是1，问这个树有几个1度顶点？

解： 用树的性质*q*=*p*−1和握手定理。

设有*x*个1度顶点，于是, 2*q*=2×(*x+9-1*)=2×2+3×3+4×4+*x*

解得*x*=13，故*T*有13个1度顶点。

1. 证明：若图是个树组成的森林，则。

证明：设个树分别为G1（*p1,q1*）图，G2（*p2,q2*）图，…G*k*（*pk,qk*）图，由于每棵树的边都满足*q1 =p1*-1, *q2 =p2*-1,…， *qk =pk*-1,

则*q*= *q1+ q2+…+ qk*= *p1-1+ p2-1+…+ pk-1*=（ *p1+ p2+…+ pk*）*-k =p-k*

4．证明：阶树的顶点度数之和为。

证明：用树的性质*q*=*p*−1和握手定理中所有的顶点度数之和是边数的二倍，得阶树的顶点度数之和为。

1. 找出图5.9中二个图的生成树，并求该生成树的所有弦及相应基本回路，该生成树的所有枝及相应基本割集。

解：

图(a)的生成树如下：

1 7

6 8

2 3 5

11

4 9 10 12

所有的弦及对应的基本回路：

1. 弦（2，4），基本回路（1，2，4，3，1）
2. 弦（4，5），基本回路（1，3，4，5，1）
3. 弦（6，8），基本回路（6，7，8，6）
4. 弦（6，10），基本回路（6，9，10，6）
5. 弦（10，11），基本回路（10，11，12，10）

所有的枝及对应的基本割集：

1. 枝（1，2），基本割集{（1，2），（2，4）}
2. 枝（1，3），基本割集{（1，3），（2，4），（4，5）}
3. 枝（3，4），基本割集{（4，5），（2，4）}
4. 枝（1，5），基本割集{（1，5），（5，4）}
5. 枝（5，6），基本割集{（5，6）}
6. 枝（6，7），基本割集{（6，7），（6，8）}
7. 枝（6，9），基本割集{（6，9），（6，10）}
8. 枝（9，10），基本割集{（9，10），（6，10）}
9. 枝（10，12），基本割集{（10，11），（10，11）}
10. 枝（11，12），基本割集{（10，11），（11，12）}

图（a）的另一棵生成树如下图所示，

其所有弦：（1，3），（2，4），（7，8），（9，10），（11，12），相应于每条弦的基本回路是（1，3，4，5，1），（2，4，5，1，2），（7，8，6，7），（9，10，6，9），（11，12，10，11）。

图（a）的一棵生成树的所有枝：（1，2），（1，5），（3，4），（4，5），（5，6），（6，7），（6，8），（6，9），（6，10），（10，11），（10，12），相应于每条枝的基本割集是，，，,,,,,,,。

 图（a）的一棵生成树 图（b）的一棵生成树

图（b）的一棵生成树如上图所示，

其所有弦：（1，2），（1，9），（2，8），（8，9），（5，6），相应于每条弦的基本回路是（1，2，3，8，1），（1，9，2，3，8，1），（2，8，3，2），（8，9，2，3，8），（5，6，7，4，5）。

图（b）的一棵生成树的所有枝：（1，8），（2，9），（2，3），（3，8），（3，4），（4，5），（4，7），（7，6），相应于每条枝的基本割集是，，，,,,,

。

6．在什么情况下，图的某条边是的所有生成树所共有的？

解：如果该边是桥，如果不选此条边，图就会变成非连通图，因此是所有生成树所共有的。