**§1.4 命题公式的范式**

**习题1.4**

1. 下列命题公式哪些是析取范式哪些是合取范式？

（1） （2）

（3） （4）

（5） （6）

（7） （8）

（9）1 （10）0

**解** 是析取范式的有：(1)、(3)、（5）、（6）、(7)、 (8)、（9）、（10）；

是合取范式有：（2）、（4）、（5）、（6）、(7)、 (8)、（9）、（10）。

2. 在下列由3个命题变元组成的命题公式中，指出哪些是标准析取范式哪些是标准合取范式？

（1） （2）

（3） （4）

（5） （6）

（7）1 （8）0

**解** 是标准析取范式的有：（1）、（6）、（8）；

是标准合取范式的有：（2）、（5）、（7）。

3. 找出一个只含命题变元、和的命题公式，当和为真而为假时命题公式为真，否则为假。

**解** 。

4. 找出一个只含命题变元、和的命题公式，在、和中恰有两个为假时命题公式为真，否则为假。

**解 **。

5. 利用等价演算法求下列命题公式的标准析取范式，并求其成真赋值。

（1） （2）

（3）

**解**（1） 









除，外，其余均为成真赋值。

（2） 

这是永假式，不存在成真赋值。

（3）



















这是永真式，所有赋值都是成真赋值。

6. 利用等价演算法求下列命题公式的标准合取范式，并求其成假赋值。

（1） （2）

（3）

**解** （1）

这是永假式，所有赋值都是成假赋值。

（2）





成假赋值为：；；

；

（3）

这是永真式，不存在成假赋值。

7. 利用真值表法求下列命题公式的标准析取范式和标准合取范式。

（1） （2）

（3） （4）

**解** （1）

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

所以标准析取范式为



标准合取范式为



（2）

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

所以标准析取范式为



标准合取范式为



（3）

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

所以标准析取范式为





标准合取范式为



（4）

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

所以标准析取范式为



标准合取范式为





8. 设是含有命题变元的命题公式，证明

（1）是永真式当且仅当的标准析取范式含有全部个最小项。

（2）是永假式当且仅当的标准析取范式不含任何最小项（即标准析取范式为0）。

（3）是可满足式当且仅当的标准析取范式至少含有一个最小项。

**证明** 根据标准析取范式的求法，列出该命题公式的真值表，因为求标准析取范式是圈出所有命题公式值为1的对应的赋值所相应的最小项取析取，所以

（1）是永真式当且仅当的标准析取范式含有全部个最小项。

（2）是永假式当且仅当的标准析取范式不含任何最小项（即标准析取范式为0）。

（3）是可满足式当且仅当的标准析取范式至少含有一个最小项。

从真值表去理解上述结论。

9. 设是含有命题变元的命题公式，证明

（1）是永假式当且仅当的合取析取范式含有全部个最大项。

（2）是永真式当且仅当的标准合取范式不含任何最大项（即标准合取范式为1）。

（3）是可满足式当且仅当的标准合取范式不包含所有最大项。

**证明** 根据标准合取范式的求法，列出该命题公式的真值表，因为求标准命取范式是圈出所有命题公式值为0的对应的赋值所相应的最大项取合取，所以

（1）是永假式当且仅当的合取析取范式含有全部个最大项。

（2）是永真式当且仅当的标准合取范式不含任何最大项（即标准合取范式为1）。

（3）是可满足式当且仅当的标准合取范式不包含所有最大项。

从真值表去理解上述结论。

10. 求下列命题公式的标准析取范式，再根据标准析取范式求标准合取范式。

（1）

（2）

**解** （1）=（*p*）)(()())=( *p*==*m001 m011 m101 m110 m111*

所以标准合取范式为M000 M010M100

（2）











所以标准合取范式为





11. 求下列命题公式的标准合取范式，再根据标准合取范式求标准析取范式。

（1）

（2）

（3）

**解** （1）

=1

所以其标准合取范式为1，其标准析取范式为m000 m001 m010 m011 m100 m101 m110 m111

（2）















所以标准析取范式为







(3) 

=0

所以其标准合取范式为M000 M001 M010 M011 M100 M101 M110 M111，其标准析取范式为0。

12. 三个人估计比赛结果，甲说：“第1，第2”，乙说：“第2，第4”，丙说：“第2，第4”。结果三人估计的都不全对，但都对了一个。试利用求范式的方法推算出分别是第几名？

**解 设**A1:A第1 ,B2:B第2, C2:C第2，D4:D第4, A2:A第2。

所以三人说的话用如下命题公式表示：

甲:((A1∧¬B2)∨(¬A1∧B2))

乙:((C2∧¬D4)∨(¬C2∧D4))

丙：((A2∧¬D4)∨(¬A2∧D4))

得到一个复合命题：

((A1∧¬B2)∨(¬A1∧B2))∧((C2∧¬D4)∨(¬C2∧D4))∧((A2∧¬D4)∨(¬A2∧D4))

=(((A1∧¬B2)∨(¬A1∧B2))∧((C2∧¬D4)∨(¬C2∧D4)))∧((A2∧¬D4)∨(¬A2∧D4))

=((A1∧¬B2∧C2∧¬D4)∨(A1∧¬B2∧¬C2∧D4)∨(¬A1∧B2∧C2∧¬D4)∨(¬A1∧B2∧¬C2∧D4))∧((A2∧¬D4)∨(¬A2∧D4))

=((A1∧¬B2∧C2∧¬D4)∨(¬A1∧B2∧¬C2∧D4))∧((A2∧¬D4)∨(¬A2∧D4))

=(A1∧¬B2∧C2∧¬D4∧A2∧¬D4)∨(A1∧¬B2∧C2∧¬D4∧¬A2∧D4)∨(¬A1∧B2∧¬C2∧D4∧A2∧¬D4)∨(¬A1∧B2∧¬C2∧D4∧¬A2∧D4)

=(¬A1∧B2∧¬C2∧D4∧¬A2)

从而得

A第3， B第2 ， C第1， D第4 。