**§1.5 命题公式的推理演算**

**习题1.5**

1. 用真值表方法判断下列推理是否正确。

（1）

（2）

（3）

（4）

（5）

（6）

**解** （1）推理不正确。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

（2）推理正确。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

（3）推理正确。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

（4）推理不正确。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | p |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

（5）推理正确。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

(6) 推理不正确。

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | r |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

2. 请对下面每个推理前提给出两个结论，使其中之一是有效的，而另一个不是有效的。

（1）前提： （2）前提：

（3）前提：

**解** （1）有效结论：，无效结论：，下面的真值表说明了这一点。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

（2）有效结论：，无效结论：，下面的真值表说明了这一点。

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

（3）有效结论：，无效结论：，下面的真值表说明了这一点。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

3. 在下面各推理中没有给出结论。请对每个推理前提给出两个结论，使其中之一是有效的，而另一个不是有效的。

（1）只有天气热，我才去游泳。我正在游泳。所以……

（2）只要天气热，我就去游泳。我没去游泳。所以……

（3）除非天气热并且我有时间，我才去游泳。天气不热或我没有时间。所以……

**解**

1. 有效结论：天气热。 无效结论：天气不热。
2. 有效结论：天气不热。 无效结论：天气热。
3. 有效结论：我不去游泳。 无效结论：我去游泳。

4. 用真值表法或等价演算法证明下列推理

（1）

（2）

（3）

（4）

（5）

（6）

（7）

（8）

**证明**

（1）（2）（3）（4）题都可以用下面的真值表。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B |  | AB | (AB) |  |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

从而可以证出（1）（2）（3）（4）。

（5）[(A→B)∧(C →D)]→[(A∧C)→(B∧D)]

=¬[(¬A ∨ B) ∧ (¬C ∨ D)] ∨ [¬(A ∧ C) ∨ (B ∧ D)]

=(A ∧ ¬B) ∨ (C ∧ ¬D) ∨ (¬A ∨ ¬C) ∨ (B ∧ D)

=[(A∧¬B)∨¬A]∨[(C ∧¬D)∨¬C]∨(B ∧ D)

=(¬B∨¬A)∨(¬C∨¬D)∨(B ∧ D)

= ¬ (B ∧ D) ∨ (B ∧ D)∨ (¬A ∨ ¬C)

=1

（6）[(A→B)∧(C →D)]→[(A∨C)→(B∨D)]

=¬[(¬A ∨ B) ∧ (¬C ∨ D)] ∨ [¬(A ∨ C) ∨ (B ∨ D)]

=(A ∧ ¬B) ∨ (C ∧ ¬D) ∨ (¬A ∧ ¬C) ∨ (B ∨ D)

=[(A∧¬B)∨B]∨[(C ∧¬D)∨D]∨(¬A∧¬C)

=(A∨B)∨(C∨D)∨(¬A∧¬C)

= B∨D ∨ (A ∨ C) ∨¬ (A ∨ C)

=1

（7）[(A→B)∧(C →D) ∧(A∨C) ]→(B∨D)

=¬[(¬A ∨ B) ∧ (¬C ∨ D) ∧(A∨C) ] ∨ (B ∨ D)

=(A ∧ ¬B) ∨ (C ∧ ¬D) ∨ (¬A ∧ ¬C) ∨ (B ∨ D)

=[(A∧¬B)∨B]∨[(C ∧¬D)∨D]∨(¬A∧¬C)

=(A∨B)∨(C∨D)∨(¬A∧¬C)

= B∨D ∨ (A ∨ C) ∨¬ (A ∨ C)

=1

（8）[(A→B)∧(C →D) ∧(A∨C) ]→(B∨D)

=¬[(¬A ∨ B) ∧ (¬C ∨ D) ∧(¬B ∨ ¬D) ] ∨ (¬A∨¬C)

=(A ∧ ¬B) ∨ (C ∧ ¬D) ∨(B ∧ D) ∨(¬A ∨ ¬C)

=[(A∧¬B)∨¬A]∨[(C ∧¬D)∨¬C]∨(B ∧ D)

=(¬B∨¬A)∨(¬C∨¬D)∨(B ∧ D)

= ¬ (B ∧ D) ∨ (B ∧ D)∨ (¬A ∨ ¬C)

=1

5. 用演绎推理法证明下列推理

（1）

（2）

（3）

（4）

（5）

（6）

（7）

（8）

（9）

（10）

**证明** （1）解：

（1） *p* → (*q* → *r*) P 规则

（2）*p* P规则

（3） *q* → *r* T规则，(1) (2)

（4）*q* P 规则

（5）*r*  T规则，(3),(4)

（6） *r* ∨ *s*  T规则，(5)

（2）解：

（1） 附加前提

（2） P规则

（3） T规则，（1），（2）

（4） P规则

（5） E规则，（4）

（6） T规则，（3），（5）

（7） P规则

（8）0 T规则，（6），（7）

根据所学定理，有。

（3）解：

（1）*p* → *q* P规则

（2）*p* CP规则

（3）*q* T规则，（1）（2）

（4）*p* ∧ *q* T规则，（2）（3）

（4）解：

（1） P规则

（2） T规则，（1）

（3） P规则

（4） T规则，（2），（3）

（5） P规则

（6） T规则，（4），（5）

（7） P规则

（8） T规则，（6），（7）

（9） T规则，（6），（8）

（5）解：

（1）*p* ∧ *q* P规则

（2）*p* T规则，（1）

（3）*q* T规则，（1）

（4）*p*→*r* P规则

（5）*r* T规则，（2）（4）

（6）*q*→*s* P规则

（7）*s* T规则，（3）（6）

（8）*r*∧ *s* T规则，（5）（7）

（6）解：

（1） P规则

（2） T规则，（1）

（3） P规则

（4） T规则，（2），（3）

（5） T规则，（1）

（6） P规则

（7） T规则，（5），（6）

（8） T规则，（4），（7）

（9） T规则，（8）

（7）解：

（1）*p* →（ *q*→*r*）P规则

（2）*q*→（*p*→*r*）E规则，（1）

（3）*q* P规则

（4）*p*→*r* T规则，（2），（3）

（5）*s*→*p* P规则

（6）*s*→*r* T规则，（4），（5）

（8）解：

（1） 附加前提

（2） T规则，（1）

（3） P规则

（4） T规则，（2），（3）

（5） T规则，（4）

（6） T规则，（5）

（7） P规则

（8） T规则，（6），（7）

根据所学定理，有。

（9）解：

（1）*r* ∧ P规则

（2）*r* T规则，（1）

（3） T规则，（1）

（4）∨*q* P规则

（5）*q* T规则，（2）（4）

（6）*p*→ P规则

（7） T规则，（5）（6）

（10）解：

（1）∨*s*）CP规则

（2）∧ E规则，（1）

（3） T规则，（2）

（4） T规则，（2）

（5）*q*→*s* P规则

（6） T规则，（4）（5）

（7）*p*→*r* P规则

（8） T规则，（4）（5）

（9） ∧ T规则，（6）（8）

（10）∨*q*） E规则，（9）

（11）∨*q*） P规则

（12）∨*q*）∧∨*q*） T规则，（10）（11）

（13）0 E规则，（12）

6. 用演绎推理法证明下列说法不可能同时成立。

（1）如果王平因病缺了许多课，那么他考试将不及格。

（2）如果王平考试不及格，则他没有学到知识。

（3）如果王平读了许多书，则他学到了许多知识。

（4）王平因病缺了许多课，而且在家读了许多书。

**解** 设：王平因病缺了许多课，：王平考试将不及格，：王平没有学到知识，

：王平读了许多书，则上面的4种说法可以分别符号化为：

，，，

而这几个逻辑式子是相互矛盾的，即永假式0是它们的逻辑结论：

（1） P规则

（2） P规则

（3） T规则，（1），（2）

（4） P规则

（5） E规则，（4）

（6） T规则，（3），（5）

（7） P规则

（8） T规则，（7）

（9） T规则，（7）

（10） T规则，（6），（8）

（11）∧ T规则，（9），（10）

（12）0 E规则，（11）

7. 用演绎推理法证明下列推理过程：如果今天是星期六，我们就要去长城或故宫玩；如果故宫游人太多，我们就不去故宫玩；今天是星期六；故宫游人太多。所以我们去长城玩。

**解**  设：今天是星期六，：我们就要去长城玩，：我们就要去故宫玩，*s*:故宫游人太多，则上面推理的逻辑前提是：

*p*→*q*∨*r , s*→ , *p，s*

要证明的逻辑结论是：*q*。

（1）*p*→*q*∨*r* P规则

（2）*p* P规则

（3）*q*∨*r* T规则：（1）（2）

（4）*s*→ P规则

（5）*s* P规则

（6） T规则：（4）（5）

（7）*q* T规则：（3）（6）

8. 用演绎推理法证明下列推理过程：如果小王是理科学生，则他的数学成绩一定很好；如果小王不是文科学生，他一定是理科学生；小王的数学成绩不好。所以小王是文科学生。

**解**  设：小王是理科学生，：他的数学成绩很好，：小王是文科学生，则上面推理的逻辑前提是：

*p*→*q , p，*

要证明的逻辑结论是：*r*。

（1）*p* P规则

（2）*p*→*q* P规则

（3）*q* T规则,（1）（2）

（4）P规则

（5）T规则,（3）（4）

9. 用演绎推理法证明下列推理过程：如果王平到过受害者房间并且11点以前没有离开，则王平犯谋杀罪；王平曾到过受害者房间；如果王平在11点以前离开，门卫会看见他；门卫没有看见他。所以王平犯了谋杀罪。

**解** 设：王平到过受害者房间，：王平11点以前没有离开受害者房间，：王平犯谋杀罪，：门卫会看见王平，则上面推理的逻辑前提是：

，，，

要证明的逻辑结论是：。

（1） P规则

（2） E规则，（1）

（3） P规则

（4） T规则，（2），（3）

（5） P规则

（6） T规则，（4），（5）

（7） P规则

（8） T规则，（6），（7）