

标题

作者

2022 年 11 月 4 日

2022 年 11 月 4 日

# 目录

1	章节标题	1
1.1	二级标题 . . . . .	1
1.1.1	三级标题 . . . . .	1
2	第二章	5

# 1 章节标题

## 1.1 二级标题

### 1.1.1 三级标题

#### 四级标题

描述列表:

1. (非负性) $d(x, y) \geq 0$  且  $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
2. (对称性) $d(x, y) = d(y, x)$
3. (三角不等式) $d(x, y) \leq d(x, z) + d(y, z)$

有序列表:

1. (非负性) $d(x, y) \geq 0$  且  $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
2. (对称性) $d(x, y) = d(y, x)$
3. (三角不等式) $d(x, y) \leq d(x, z) + d(y, z)$

无序列表:

- **n 维欧氏空间** $R^n$

定义距离  $d = (\sum_{k=1}^n |\xi_k - \eta_k|^2)^{1/2}$  或者  $d = \max_{1 \leq k \leq n} |\xi_k - \eta_k|$

- **空间**  $C[a, b]$

定义距离  $d = \max_{a \leq t \leq b} |x(t) - y(t)|$

- 空间  $L^\infty$

先回顾一下空间  $L^\infty$ :

$$\|f\|_\infty = \inf \left\{ M : |f| \leq M \text{ a.e. on } E \right\}$$

$$L^\infty(E) = \left\{ f : f \text{ 在 } E \text{ 可测} \|f\|_\infty < \infty \right\}$$

$$\text{定义距离 } d = \inf_{mF_0=0, F_0 \subset F} \left\{ \sup_{t \in F \setminus F_0} |x(t) - y(t)| \right\}$$

定义 1.1 内容.

注：注意了.

定理 1.1(唯一性)  $x_n \rightarrow x, x_n \rightarrow y \Rightarrow x = y$ .

证明：  $0 \leq d(x, y) \leq d(x_n, x) + d(x_n, y) \rightarrow 0$ , 根据夹逼定理,  $d(x, y) = 0 \Rightarrow x = y$  □

【例 1.1】微分方程解的存在性与唯一性：微分方程

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = p(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

其中  $f \in C(\mathbb{R}^2)$

设  $y$  满足 Lipschitz 条件, 即  $\exists K > 0, s.t.$

$$|f(x, y) - f(x, y')| \leq K |y - y'|$$

解:

$$\begin{aligned} y(x) - y_0 &= \int_{x_0}^x \frac{dy}{dx} dx \\ &= \int_{x_0}^x f(x, y(x)) dx \\ &= \int_{x_0}^x f(t, y(t)) dt \end{aligned}$$

(可以看出这个解的结构但无法说明解的存在性与唯一性，但是积分不一定收敛)  
取  $\delta > 0, s.t.k\delta < 1$ ，在  $C[x_0 - \delta, x_0 + \delta]$  上定义 T:

$$(Ty)(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, y(t))dt$$

性质 1(有界性) 内容.

引理 1.1 内容.

推论 1.1 内容.

如图 1.1 所示.

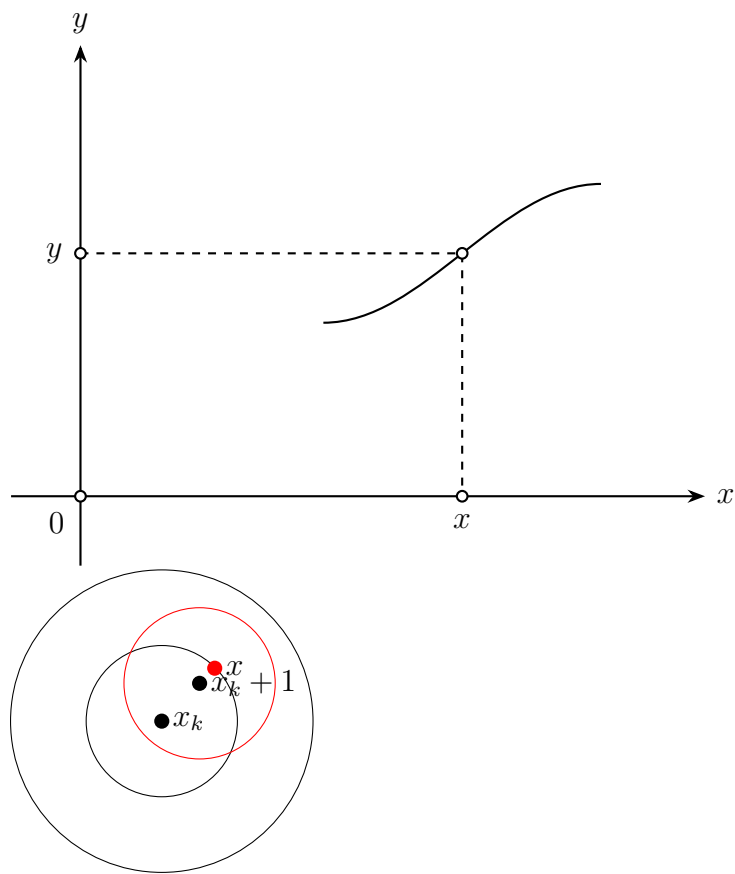


图 1.1 this is Ali

如表 1.1 所示.

表 1.1 表格标题

Country List			
Country Name or Area Name	ISO ALPHA 2 Code	ISO ALPHA 3	ISO ALPHA 4
Afghanistan	AF	AFG	abcd



引文.<sup>[1]</sup>

性质 2(可列可加性) 内容.

定理 1.2 内容.

## 2 第二章

定理 2.1 内容.

性质 1 内容.

性质 2(非负性) 内容.



## 参考文献

- [1] G. J. Pottie and W. J. Kaiser. Embedding the internet: Wireless integrated network sensors. *Communications of the Acm*, 43, 2000.