

标题

作者

2022 年 11 月 8 日

前言

前言内容。再多一点，看一下首行缩进效果，红红火火恍恍惚惚或或或或或或或或或或或或或或或或或或或或或或或或。

姓名

2022 年 11 月 8 日

目录

| | | |
|-------|----------------|---|
| 1 | 章节标题 | 1 |
| 1.1 | 二级标题 | 1 |
| 1.1.1 | 三级标题 | 1 |
| 2 | 第二章 | 5 |

1 章节标题

1.1 二级标题

1.1.1 三级标题

四级标题

描述列表：

1. (非负性) $d(x, y) \geq 0$ 且 $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
2. (对称性) $d(x, y) = d(y, x)$
3. (三角不等式) $d(x, y) \leq d(x, z) + d(y, z)$

有序列表：

1. (非负性) $d(x, y) \geq 0$ 且 $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$. 再长一点，看下换行效果，红红火火恍恍惚惚或或或或或或或或或或或或.

分段

2. (对称性) $d(x, y) = d(y, x)$. 再长一点，看下换行效果，红红火火恍恍惚惚或或或或或或或或或或或或.
3. (三角不等式) $d(x, y) \leq d(x, z) + d(y, z)$. 再长一点，看下换行效果，红红火火恍恍惚惚或或或或或或或或或或或或.

无序列表：

- **n 维欧氏空间** R^n

定义距离 $d = (\sum_{k=1}^n |\xi_k - \eta_k|^2)^{1/2}$ 或者 $d = \max_{1 \leq k \leq n} |\xi_k - \eta_k|$

- **空间** $C[a, b]$

定义距离 $d = \max_{a \leq t \leq b} |x(t) - y(t)|$

- **空间** L^∞

先回顾一下空间 L^∞ :

$$\|f\|_\infty = \inf \left\{ M : |f| \leq M \text{ a.e. on } E \right\}$$

$$L^\infty(E) = \left\{ f : f \text{ 在 } E \text{ 可测} \|f\|_\infty < \infty \right\}$$

$$\text{定义距离 } d = \inf_{mF_0=0, F_0 \subset F} \left\{ \sup_{t \in F \setminus F_0} |x(t) - y(t)| \right\}$$

定义 1.1 内容.

注: 注意了.

定理 1.1(唯一性) $x_n \rightarrow x, x_n \rightarrow y \Rightarrow x = y$.

由定理 1.1 可知, 我也不知道.

证明: $0 \leq d(x, y) \leq d(x_n, x) + d(x_n, y) \rightarrow 0$, 根据夹逼定理, $d(x, y) = 0 \Rightarrow x = y$ □

【例 1.1】微分方程解的存在性与唯一性: 微分方程

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = p(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

其中 $f \in C(\mathbb{R}^2)$

设 y 满足 Lipschitz 条件, 即 $\exists K > 0, s.t.$

$$|f(x, y) - f(x, y')| \leq K |y - y'|$$

解:

$$\begin{aligned} y(x) - y_0 &= \int_{x_0}^x \frac{dy}{dx} dx \\ &= \int_{x_0}^x f(x, y(x)) dx \\ &= \int_{x_0}^x f(t, y(t)) dt \end{aligned}$$

(可以看出这个解的结构但无法说明解的存在性与唯一性，但是积分不一定收敛)
取 $\delta > 0, s.t.k\delta < 1$ ，在 $C[x_0 - \delta, x_0 + \delta]$ 上定义 T:

$$(Ty)(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, y(t))dt$$

性质 1(有界性) 内容.

引理 1.1 内容.

推论 1.1 内容.

如图 1.1 所示.

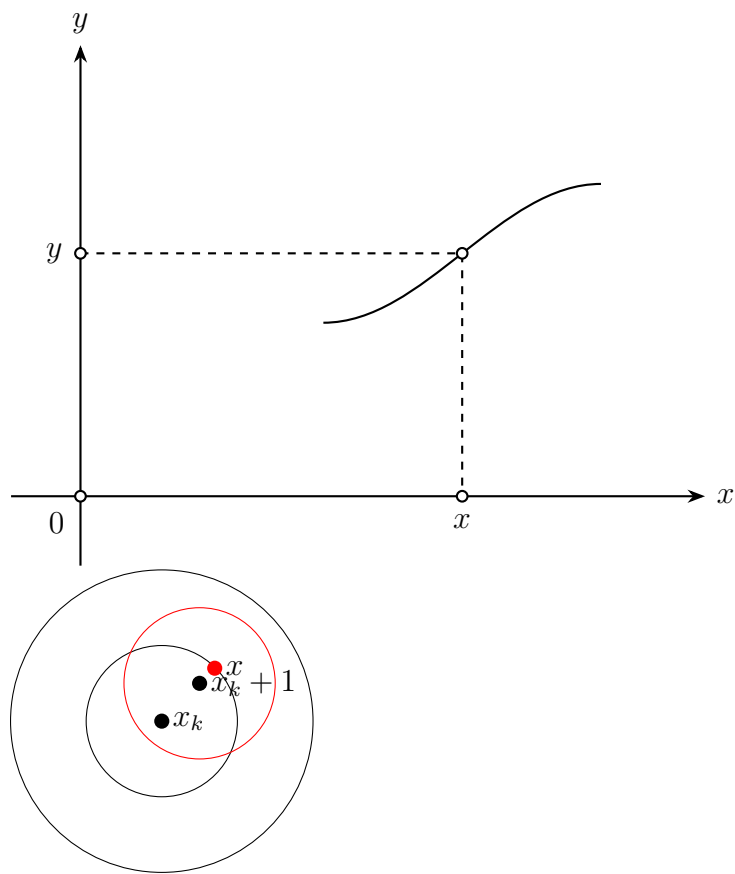


图 1.1 this is Ali

如表 1.1 所示.

表 1.1 表格标题

| Country List | | | |
|---------------------------|------------------|-------------|-------------|
| Country Name or Area Name | ISO ALPHA 2 Code | ISO ALPHA 3 | ISO ALPHA 4 |
| Afghanistan | AF | AFG | abcd |



引文.^[1]

性质 2(可列可加性) 内容.

定理 1.2 内容.

2 第二章

定理 2.1 内容.

性质 1 内容.

性质 2(非负性) 内容.

参考文献

- [1] G. J. Pottie and W. J. Kaiser. Embedding the internet: Wireless integrated network sensors. *Communications of the Acm*, 43, 2000.