

# ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА И КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА

## 1 Теория

### 1.1 ЗСМИ

Момент импульса в замкнутой системе тел постоянен:

$$\vec{L} = [\vec{p} \times \vec{r}] = \text{const}$$

Площади, заметаемые радиус-вектором  $\vec{r}$  за равные промежутки времени, равны.

### 1.2 Эллипс

**Эллипс** - геометрическое место точек, сумма расстояний от которых до точек фокусов  $F_1$  и  $F_2$  постоянна и равна  $2a$ .

**Большая полуось** - отрезок, пересекающий оба фокуса, концы которого лежат на эллипсе.

**Малая полуось** - срединный перпендикуляр к большой полуоси, ограниченный точками эллипса.

**Фокальное расстояние** - полурасстояние между фокусами эллипса.

**Эксцентриситет** - характерная величина, равная  $e = \frac{c}{a}$

**Перицентр** - отрезок, соединяющий фокус и точку, наименее удаленную от данного фокуса.

**Апоцентр** - отрезок, соединяющий фокус и точку, наиболее удаленную от данного фокуса.

**Фокальный параметр** - отрезок, ограниченный точками эллипса и пересекающий его фокус под прямым углом.

**Истинная аномалия** - угол между радиус-вектором  $\vec{r}$  и перицентром эллипса.

**Оптическое свойство эллипса** - луч, испущенный из одного фокуса эллипса, попадет в другой фокус эллипса.

### 1.3 Парабола

**Парабола** - геометрическое место точек, равноудаленных от фокуса  $F$  и директрисы  $d$  ( $F \notin d$ )

**Оптическое свойство параболы** - пучок лучей, параллельных оптической оси параболы, соберется в её фокусе.

## 2 Простые задачи

### 2.1

Найдите эксцентриситет поперечного сечения Сатурна, если его полярный и экваториальный радиус равны  $R_{pol} = 54360$  км и  $R_{eq} = 60270$  км соответственно.

### 2.2

Докажите, что среднее гармоническое перицентра и апоцентра эллипса равны его фокальному параметру.

### 2.3

Вы находитесь в фокусе эллипса с  $a = 1$  а.е. В другом его фокусе находится световая бомба, которая в какой-то момент взрывается изотропно. Через какой промежуток времени небо для вас озарится ярким пламенем?

*Желтоухов С.Г.*

### 2.4

Найдите эксцентриситет орбиты астероида если радиус вектор от центрального тела до астероида равен 2 а.е. и находится под углом в  $30^\circ$  относительно фокального параметра орбиты, равного 2.6 а.е.

### 2.5

Докажите, что фокальный параметр параболы вдвое больше ее перицентра.

*Желтоухов С.Г.*

## 2.6

Найдите минимальную скорость кометы, если в момент, когда ее скорость составляла угол  $\alpha = 78^\circ$  с вектором силы тяжести звезды и была равна  $v = 40$  км/с, она была на расстоянии  $r = 1$  а.е. от звезды, а ее афелий равен  $Q = 9$  а.е.

## 2.7

Найдите расстояние между объектами Б и Ы, если известно, что они являются объектами солнечной системы, их периоды равны 4 и 6 лет соответственно, их большие полуоси лежат на одной прямой, а  $e_b = 0.1$ ;  $\nu_b = 25^\circ$  и  $e_{bl} = 0.8$ ;  $\nu_{bl} = 50^\circ$ .

## 2.8

МАС включает солнечные панели только на расстоянии  $\leq a$ . Какую часть своего периода она не будет заряжаться, если эксцентриситет её орбиты  $e = 0.4$ ?

UTC-2019

## 3 Задачи посложнее

### 3.1

Посчитайте минимальное расстояние между объектами с разностью истинных аномалий в  $50^\circ$ , если  $a = 1$ , а  $e = 0.5$

### 3.2

Комета летящая по параболе с фокальным параметром  $p = 1.5$  а.е. прошла за небольшой промежуток времени 400 км. Сколько за это время она пройдет за это же время вблизи фокального параметра? Оцените, сколько она пройдет на расстоянии в 15 а.е.?

### 3.3

Обычный мечтатель решил, что он хочет стать транснептунным объектом, который бы мог касаться Плутона

в афелии, будучи сам в перигелии своей орбиты. Также он хотел бы, чтобы в афелии он мог бы наблюдать полное затмение Солнца Плутоном с фазой 1. Какие большую полуось и эксцентриситет орбиты мечтатель должен избрать, если он хочет, чтобы его мечты стали явью?

### 3.4

Астрокот, находясь на Венере, решил почесать спину и, поэтому, отправился на Марс по наиболее выгодной траектории. Чтобы почесаться, ему надо касаться Олимпа ( $h = 21$  км) на максимально возможной скорости раз в два дня. Посчитайте сумму эксцентриситов двух использованных Астрокотом орбит.  $R_{mars} = 3389$  км.