

# Final Project Report

108062468 張志宇

## 一、 模型介紹

本次設計的是 M/M/2/k 模型，假設在一個理髮店中，有兩位理髮師( server)，固定個數 k 的座位( buffer )供顧客等待，顧客等待時若沒有座位可以坐則離開，即隊列有限。模型服從排隊規則：先來先服務(FCFS)，到達時間和服務時間服從指數分佈 ( Exponential distribution )。

## 二、 輸入參數

- $\lambda$ ：每小時到達  $\lambda$  個顧客
- $\mu$ ：每小時服務  $\mu$  個顧客
- maxbuffer：允許的最大排隊長度 k

## 三、 輸出結果

- Mean system time：平均系統時間 ( 等待時間和服務時間之和 )
- Standard Deviation of system time：系統時間的標準差
- the 95% confidence interval：系統時間的 95%的置信區間
- Utilization：理髮師(server)的平均利用率
- Mean queue length：隊列的平均長度
- Number of dropped：因沒有座位而離開的顧客人數

## 四、 資料結構

- Event：表示每個事件，分為到達事件和離開事件。我設計了一個 Event 類來表示每個事件：用 double 型變量 evenTime 表示事件發生的時間；用 bool 型變量 isArrival 來表示事件到達事件還是離開事件；用 int 型變

量 num 表示事件是第幾個顧客發生的事件。同時定義了相應的函數和操作符來處理這些變量。

- GEL：事件列表 ( eventList )，作為時間軸記錄所有發生的事件。我設計了一個 GEL 類作為事件發生的時間軸，定義了一些函數來插入或刪除列表中的事件。

## 五、 演算法思想

首先取出事件列表中的第一個事件，將事件的時間作為當前時間，判斷這個事件是什麼事件。

若是到達事件，判斷當前有幾個理髮師(server)空閑，若有，則產生對應離開事件，空閑理髮師數量減一，若沒有，則等待，等待隊列長度加一，若超過座位數( buffer )，跳過這個事件。若是離開事件，理髮師數量加一，等待隊列長度減一。

處理完這個事件後，則從事件列表中刪除這個事件，開始處理事件列表中的下一個事件。

## 六、 模型評估

- Initialization Bias

Run the M/M/1 queue simulator 10 times to obtain 10 replications of simulation output with 10 different sets of random number streams. Let  $\lambda = 2$ ,  $\mu = 1$ , calculate the average of corresponding system times across replications and plot the average system times like Fig.1. The average system times are shown on the horizontal axis, and the number of arrivals are shown on the vertical axis. By observing the figure, the length of the initialization bias  $\approx 30$ .

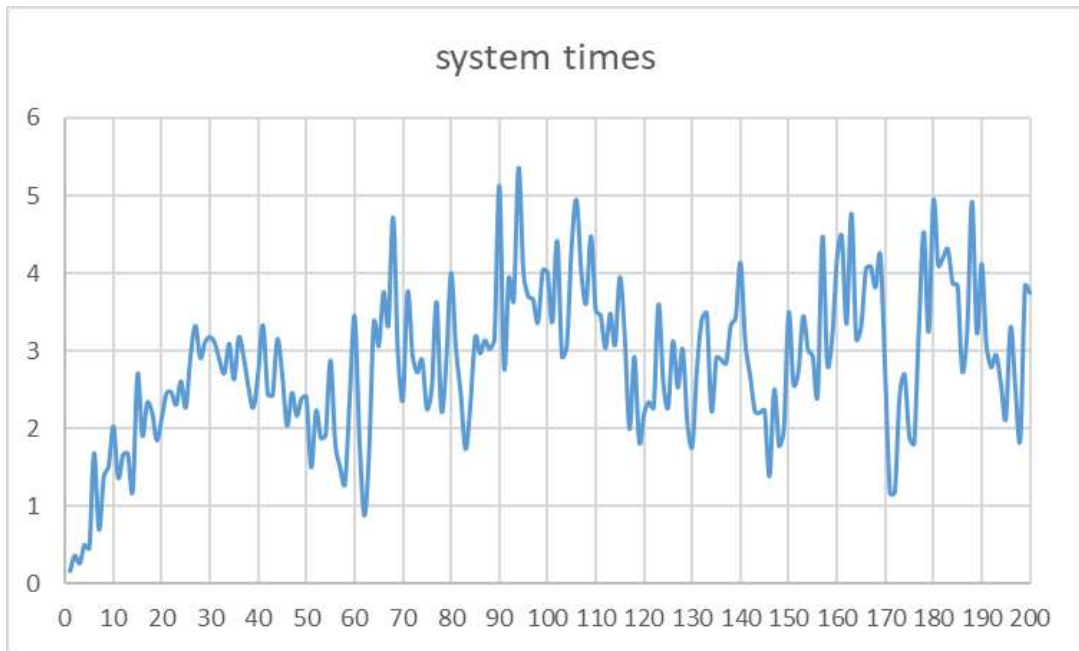


Fig.1

- C.I. with Specified Precision

Run the M/M/2 queue simulator 5 times to obtain 5 replications of simulation output with 5 different sets of random number streams. Let  $\lambda = 2$ ,  $\mu = 1$ . Initial sample of size  $R_0 = 5$  is taken and an initial estimate of the population variance is  $S_0^2 = (0.09164)^2 = 0.008398$ . The error criterion is  $e = 0.04$  and confidence coefficient is  $1-\alpha = 0.95$ . For the final sample size:

R	18	19	20	21	22	23
$t_{0.025, R-1}$	2.109816	2.100922	2.093024	2.085963	2.079614	2.073873
$(t_{0.025, R-1} * S_0 / \epsilon)^2$	23.36438	23.16782	22.99396	22.83909	22.70025	22.5751

So  $R = 23$  is the smallest integer satisfying the error criterion, so  $R - R_0 = 18$  additional replications are needed.

## 七、 結果展示

輸入  $\lambda = 2$ ,  $\mu = 1$ , maxbuffer = 10, 結果如下圖：

```

nthuzzy@ubuntu:~/Desktop/ch9$ g++ finalproject.cpp -o test
nthuzzy@ubuntu:~/Desktop/ch9$ ./test
lambda: 2
mu: 1
Buffer Size: 10
customer number:1000
Mean system time:3.34016
Standard Deviation of system time:1.87559
the 95% confidence interval:(3.22379,3.45653)
Utilization: 0.937408
Mean queue length: 4.52777
Number of dropped: 68

```

輸入  $\lambda = 3$ ,  $\mu = 1$ , maxbuffer = 10, 結果如下圖：

```
nthuzzy@ubuntu:~/Desktop/ch9$ ./test
lambda: 3
mu: 1
Buffer Size: 10
customer number:1000
Mean system time:5.09769
Standard Deviation of system time:1.64432
the 95% confidence interval:(4.99567,5.19971)
Utilization: 0.9967
Mean queue length: 8.39363
Number of dropped: 495
```

輸入  $\lambda = 2$ ,  $\mu = 2$ , maxbuffer = 10, 結果如下圖：

```
nthuzzy@ubuntu:~/Desktop/ch9$ ./test
lambda: 2
mu: 2
Buffer Size: 10
customer number:1000
Mean system time:0.597339
Standard Deviation of system time:0.518511
the 95% confidence interval:(0.565169,0.62951)
Utilization: 0.500204
Mean queue length: 0.218075
Number of dropped: 0
```