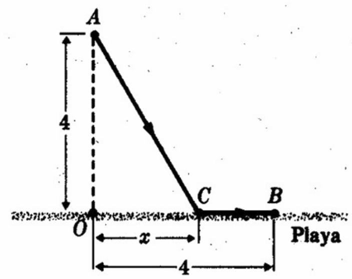
Figura 6-33




$$T(4) = \sqrt{2}.$$

esto que $\sqrt{2} < \frac{9}{5}$, la manera más rápida para el guardafaros es remar directamente hacia la tienda y no caminar. ◀

## LEMAS

1. Un rectángulo tiene 120 m de perímetro. ¿Qué largo y ancho dan el área máxima? ¿Cuál es el resultado si el perímetro tiene $L$ unidades?
2. Hallar las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en una circunferencia de radio 6. ¿Cuál es el resultado si el radio es $R$?
3. Hallar las dimensiones del cilindro circular recto de volumen máximo que se puede inscribir en una esfera de radio $R$.
4. Se debe construir una canaleta horizontal con una plancha de 8 cm de ancho, doblando verticalmente hacia arriba partes iguales en ambos costados. ¿Cuántos cm debe doblarse a cada lado para obtener la máxima capacidad?
5. La diferencia entre dos números es 20. Seleccionar estos números de modo que su producto sea lo más pequeño posible.
6. Se debe construir una caja de base cuadrada, abierta en su parte superior. El área del material con que se va a construir la caja debe ser de 100 $cm^2$. ¿Cuáles deben ser sus dimensiones para que su volumen sea el máximo posible? ¿Cuál es el resultado si el área es de $S$ centímetros cuadrados?
7. Una ventana tiene forma de rectángulo coronado por un semicírculo. Hallar sus dimensiones cuando el perímetro es de 12 m y el área es la mayor posible.
8. Hallar el radio y el ángulo en el centro (en radianes) del sector circular de máxima área y de perímetro igual a 16 cm.
9. Los márgenes superior e inferior de una página son ambos de $1\frac{1}{2}$ cm y los márgenes laterales son de 1 cm cada uno. Si el área del material impreso por página es fijo e igual a 30 $cm^2$, ¿cuáles son las dimensiones de la página de área total mínima?
10. Un cilindro circular recto y cerrado (que incluye sus bases superior e inferior) tiene un área superficial de 100 $cm^2$. ¿Cuáles deben ser el radio y la altura para que tenga el mayor volumen posible? Hallar el resultado si el área de la superficie es de $S$ $cm^2$.
11. Un cono recto circular tiene un volumen de 120 $cm^3$. ¿Cuáles deben ser sus dimensiones para que su área lateral sea mínima? Hallar el resultado si el volumen es de $V$ $cm^3$.
12. A medianoche, el barco $B$ se encontraba situado a 90 km al sur del barco $A$. Si el barco $A$ navegaba hacia el este a 15 km/h y $B$ lo hacía hacia el norte a 20 km/h, ¿en qué momento estaban a la menor distancia?

13. En el ejemplo 5 de la página 164, supóngase que el faro está a 5 km de la playa, la tienda está a 6 km del punto $O$, el guardafaros puede remar a 2 km/h y puede caminar a 4 km/h. ¿Dónde deberá desembarcar para ir del faro a la tienda en el menor tiempo posible?

14. Hallar las dimensiones del rectángulo de máxima área que se puede inscribir en la elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

15. Hallar las coordenadas del punto, o de los puntos, de la curva $y = 2x^2$ que están más próximos al punto $(9, 0)$.

16. Hallar las coordenadas del punto, o de los puntos, de la curva $x^2 - y^2 = 16$ que están más próximos al punto $(0, 6)$.

17. (a) Un triángulo rectángulo tiene hipotenusa de longitud 13 y un cateto de longitud 5. Encontrar las dimensiones del rectángulo de máxima área que tiene un lado en la hipotenusa y los vértices del lado opuesto en los catetos. (b) ¿Cuál es el resultado para un triángulo de hipotenusa $H$ y altura correspondiente $h$?

18. Con una plancha metálica larga de 12 cm de ancho, debe construirse una canaleta doblando franjas de 4 cm de ancho en cada lado, de modo que formen el mismo ángulo con el fondo de la canaleta (sección trasversal trapezoidal). Encontrar la anchura en la parte superior, de modo que la canaleta tenga capacidad máxima.

19. La suma de tres números positivos es 30. El primero más el doble del segundo más el triple del tercero suman 60. Elegir los números de modo que el producto de los tres sea el mayor posible.

20. La rigidez de una barra de longitud dada es proporcional al producto de su base por el cubo de su altura. Determinar las dimensiones de la barra más rígida que se puede cortar de una pieza cilíndrica (de la longitud dada) cuya sección trasversal tiene un diámetro de 4 cm.

21. (a) Un fabricante produce copas de aluminio de un volumen dado (16 $cm^3$) con la forma de cilindros circulares rectos abiertos en el extremo superior. Hallar las dimensiones necesarias para que la cantidad de material empleado sea mínima. (b) ¿Cuál es el resultado para un volumen dado $V$?

22. En el problema 21, supóngase que el material usado para el fondo es $1\frac{1}{2}$ veces más caro que el empleado en los lados. Hallar las dimensiones para que el costo sea mínimo.

23. Determinar el segmento más corto cuyos extremos están en la parte positiva de los ejes $x$ e $y$, y que pasa por el punto $(1, 8)$.

24. El producto de dos números es 16. Determinar estos números de modo que el cuadrado de uno de ellos más el cubo del otro sea una cantidad lo más pequeña posible.

25. Hallar las dimensiones del cilindro de mayor área lateral que se puede inscribir en una esfera de radio $R$.

26. Una pieza de alambre de longitud $L$ se corta en dos partes. Con una de ellas se forma un cuadrado y con la otra una circunferencia. (a) ¿Cómo se debe cortar el alambre para que la suma de las áreas sea mínima? (b) ¿Cómo se debe cortar el alambre para que la suma de las áreas sea máxima?

27. Resolver el problema 26 si con una de las partes se forma un triángulo equilátero y con la otra una circunferencia.

28. Resolver el problema 26 si con una de las partes se forma un triángulo equilátero y con la otra un cuadrado.

*Sección 6–5 (pág. 158-159)*

1. Mín. en $(-1, -5)$; máx. en $(3, 11)$
3. Máx. en $(1, 3)$; mín. en $(-2, -18)$
5. Mínimos $(-5, -1)$ ó $(1, -1)$; máx., $(6, 274)$
7. Mín. en $(1, 0)$; máx. en $(5, 576)$
9. Mín. en $(-\frac{1}{2}, -1)$; máx. en $(1, \frac{1}{2})$
13. Ni máximo ni mínimo. [Para el intervalo $-3 \leq x \leq 3$, el máx. es $(3, 11)$, el mín. es $(-3, -49)$.]
15. Ni máximo ni mínimo
17. Máx. en $(2, \frac{1}{3})$; no mínimo
19. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = (-a \pm \sqrt{a^2 - 3b})/3$; si $a^2 < 3b$, entonces $f'(x) \neq 0$ para todo $x$, y el máx. y mín. deben estar en los extremos

*Sección 6–6 (pág. 165-170)*

1. Largo = ancho = 30 m; largo = ancho = $\frac{1}{4}L$
3. $h = \frac{2}{3}\sqrt{3}R$; $r = \frac{1}{3}\sqrt{6}R$
5. 10, $-10$
7. Radio del semicírculo = altura del rectángulo = $12/(4 + \pi)$ m
9. Ancho = $(2 + 2\sqrt{5})$ cm; alto = $(3 + 3\sqrt{5})$ cm
11. $r = \sqrt[6]{(360)^2/2\pi^2}$ cm; $h = \sqrt[3]{720/\pi}$ cm; $r = \sqrt[6]{9V^2/2\pi^2}$ cm; $h = \sqrt[3]{6V/\pi}$ cm
13. Desembarca $\frac{5}{3}\sqrt{3}$ km playa abajo; camina $6 - \frac{5}{3}\sqrt{3}$ km; tiempo $\approx$ 3,66 h
15. $(1, 2)$
17. (a) base $= 13/2$; altura $= 30/13$; (b) base $= H/2$; altura $= h/2$
19. Cada número es 10
21. (a) $r = h = \sqrt[3]{16/\pi}$ cm; (b) $r = h = \sqrt[3]{V/\pi}$ cm
23. De $(5, 0)$ a $(0, 10)$
25. Radio $= \frac{1}{2}R\sqrt{2}$; altura $= R\sqrt{2}$
27. (a) radio de la circunferencia $= \dfrac{L\sqrt{3}}{18 + 2\pi\sqrt{3}}$, longitud del lado del triángulo $= \dfrac{3L}{9 + \pi\sqrt{3}}$; (b) solamente circunferencia, $r = L/2\pi$
29. Altura $= 4R/3$; radio de la base $= 2\sqrt{2}R/3$
31. $r = (9V^2/2\pi^2)^{1/6}$; $h = (6V/\pi)^{1/3}$
33. $r = (3V/20\pi)^{1/3}$; $h = 6(3V/20\pi)^{1/3}$
35. $4(1 + \sqrt[3]{4})^{3/2}$ m
37. 3500

*Sección 6–7 (pág. 172-173)*

1. $df(x, h) = (4x^3 + 6x - 2)h$
3. $df(x, h) = \dfrac{(4x^5 + 2x)h}{\sqrt{x^4 + 1}}$
5. $df(x, h) = \dfrac{(8x^2 + 3x + 4)h}{3(x^2 + 2)^{1/2}(2x + 1)^{2/3}}$
7. $df = 0{,}03$; $\Delta f = 0{,}0301$
9. $df = 0{,}18$; $\Delta f = 0{,}180901$
11. $df = -0{,}01250$; $\Delta f = -0{,}01220$
13. $df = -0{,}05$; $\Delta f = -0{,}04654$
15. 8,0625
17. 1,02000
19. 1,98750
21. 0,049
23. $1\frac{2}{3}\%$ (aproximadamente)
25. $6a^2t$ cm$^3$ de pintura

*Sección 6–8 (pág. 176-177)*

1. $15x(x^3 - 3x^2 + 2)^4(x - 2)dx$
3. $-5(x^3 + 4)^{-6}(3x^2)dx$
5. $(5x^2 + 6x)(2x + 3)^{-1/2}dx$
7. $2(x + 1)(2x - 1)^2(5x + 2)dx$
9. $2(1 - x^2)(x^2 + 1)^{-2}dx$
11. $\frac{2}{3}x^{-1/3}(x + 1)^{-5/3}dx$