



UNIVERSIDAD DE LA FRONTERA  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIENCIAS Y ADMINISTRACIÓN  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y ESTADÍSTICA

## Ayudantía N°11 Cálculo I (IME002-2)

Profesor: Alex Sepúlveda C.  
Ayudante: Angélica Alarcón A.  
03 de Junio de 2008

1. Demuestre que,

- a)  $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x} + c_3 e^{3x} + 8x^2 - 2x + 3$ , donde  $c_1, c_2, c_3$  son constantes, es solución de la ecuación diferencial  $\frac{d^3 y}{dx^3} - 4\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + 6y - 4(12x^2 + x - 12) = 0$ .
- b)  $y = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x} + x^2 e^{2x} - \frac{4}{25} \sin x + \frac{3}{25} \cos x$ , donde  $c_1, c_2$  son constantes, es solución de la ecuación diferencial  $y'' - 4y' + 4y - 2e^{2x} - \cos x = 0$ .

2. Aplicando la *Regla de L'Hôpital-Bernoulli* calcule los siguientes límites

- a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left( 1 - \cos \frac{1}{x} \right)$ .
- c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x - \sin x}$ .
- d)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$ .

3. Considere la función  $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ . Determine dominio, ceros, puntos críticos, máximos y mínimos, puntos de inflexión, intervalos de monotonía, concavidad, convexidad y ecuaciones de las asíntotas. Esboce la gráfica.
4. En biología se define el flujo  $F$  de aire por la traquea como  $F = S \cdot A$ , donde  $S$  es la velocidad del aire y  $A$  es el área de la sección transversal de la traquea. Suponiendo que la sección transversal de la traquea es circular, además que la velocidad del aire está dada por  $S(r) = \alpha r^2 (r_0 - r)$ , donde  $\alpha$  es una constante positiva y  $r_0$  el radio normal de la traquea. Encuentre el radio  $r$  para el cual el flujo es mayor. Determine además, el valor de dicho flujo.