

EJERCICIOS DE DESIGUALDADES

I. Basándose en los axiomas de orden y/o en las propiedades demostradas en clase, probar lo siguiente:

1. Si $a > 1$, entonces $a^2 > a$

2. Si $a < 0$ y $b > 0$, entonces $a < b$

3. $|xy| = |x| \cdot |y|$

4. $|x - y| \leq |x| + |y|$

5. $|x| - |y| \leq |x - y|$

II. 1) El máximo de dos números x e y se escribe como $\max(x, y)$. Ejemplo: $\max(-2, -3) = -2$. De la misma manera, el mínimo se denota por $\min(x, y)$. Demostrar que:

$$\begin{aligned}\max(x, y) &= \frac{x + y + |y - x|}{2} \\ \min(x, y) &= \frac{x + y - |y - x|}{2}\end{aligned}$$

2) Resuelva la siguiente inecuación:

$$|x - 1| + |x - 2| > 1$$

3) Resuelva la siguiente ecuación:

$$|x - 1| \cdot |x + 2| = 3$$