# Solución Test N°1
# IME 002 Cálculo I

Profesores: Mauricio Carrillo O., Alex Sepúlveda C.

26 de Marzo de 2008

1. Sean $a, b \in \mathbb{R}^+$. Si $a^2 + b^2 = 4$, demuestre que $a^2b^2 \leq 4$.
   **Solución.**
   Debemos recordar que el cuadrado de todo número real es un real no negartivo y usar adecuadamente el cuadrado de binomio. Con esto,
   $$(a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0,$$
   Pero $a^2 + b^2 = 4$, luego,
   $$4 - 2ab \geq 0 \Rightarrow 0 < ab \leq 2,$$
   de donde $a^2b^2 \leq 4$.

2. Resuelva la siguiente inecuación,
   $$||2x-3|-2| > 1.$$

   **Solución.**
   Aplicando propiedades del valor absoluto tenemos dos conjuntos de desigualdades que resolver,
   $$|2x-3| - 2 > 1 \ \vee \ |2x-3| - 2 < -1,$$
   es decir,
   $$|2x-3| > 3 \ \vee \ |2x-3| < 1.$$
   **Caso 1:**$|2x-3| > 3$. Aplicando propiedades del valor absoluto tenemos los subcasos
   $$2x - 3 > 3 \quad \vee \quad 2x - 3 < -3$$
   La inecuación $2x - 3 > 3$ tiene como solución $x > 3$. Por su parte, $2x - 3 < -3$ se satisface para $x < 0$. Uniendo soluciones tenemos, $S_1 = (-\infty, 0) \cup (3, \infty)$.
   **Caso 2:**$|2x-3| < 1$. Aplicando propiedades del valor absoluto,
   $$-1 < 2x - 3 < 1,$$
   o
   $$2x - 3 > -1 \quad \wedge \quad 2x - 3 < 1.$$
   La inecuación $2x - 3 > -1$ se satisface para $x > 1$. Por su parte, $2x - 3 < 1$ tiene conjunto solución $x < 2$. Intersectando las soluciones tenemos $S_2 = (1, 2)$.
   Finalmenye, uniendo las soluciones de cada caso obtenemos, $S = S_1 \cup S_2 = (-\infty, 0) \cup (1, 2) \cup (3, \infty)$.