

ALGUNOS EJERCICIOS DE GEOMETRIA ANALITICA Y FUNCIONES

1. Hallar el conjunto de todos los puntos $P(x, y)$ tales que la distancia de P a $(4, -1)$ es igual a la distancia de P al eje y . Dibujar la gráfica.
2. Calcular la distancia entre las rectas paralelas $3x + 4y - 7 = 0$ y $3x + 4y + 3 = 0$.
3. Obtener la ecuación de la recta que pasa por la intersección de $2x + y - 1 = 0$ y $x - y + 3 = 0$ y que tiene intersección con el eje y igual a -3 .
4. Identifique y grafique la curva $3x^2 + 4y^2 - 12x + 8y + 4 = 0$.
5. Identifique y grafique la curva $4x^2 - 3y^2 + 8x + 12y - 8 = 0$.
6. Demostrar que la recta $4x + 3y - 40 = 0$ es tangente al círculo cuyo radio es 5 y cuyo centro es $(3, 1)$. Hallar las coordenadas del punto de tangencia.
7. Dado que $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, demostrar que:

$$\frac{f(x) - f(y)}{1 + f(x)f(y)} = \frac{x - y}{1 + xy}.$$

8. Grafique la función :

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & x < 1 \\ 2 - x & -1 \leq x \leq 2 \\ x + 2 & x > 2 \end{cases}$$

Determine dominio, recorrido, inyectividad.

9. Grafique la función: $f(x) = \frac{|x|}{x}$.
10. Para la función $f(x) = \frac{2x^2-5}{3x+4}$, determine dominio, recorrido e inyectividad.

11. Considere la función $f(x) = \frac{4x+5}{x+3}$. Calcule dominio, recorrido, asíntotas, intersección con ejes. Esboce la gráfica.
12. Sea $f(x) = \frac{(a-1)x-1}{ax+2}$. Determine el valor de a para que $f(1) = \frac{1}{5}$.
13. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ no idénticamente nula, tal que para todo $x, y \in \mathbb{R}$ se tiene que $f(x+y) = f(x) + f(y)$ y $f(xy) = f(x)f(y)$. Probar que $f(0) = 0$ y que $f(1) = 1$.

ALGUNAS SOLUCIONES

1. $(y+1)^2 = 8(x-2)$. Parábola con vértice en $(2, -1)$.
2. 2.
3. $8x + y + 3 = 0$.
4. Una elipse con centro en $(2, -1)$.
5. Son las rectas $y - 2 = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}(x + 1)$.
6. Pto. de tangencia: $(7, 4)$
- 10 $Dom(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{-4}{3} \right\}$, $Rec(f) = \mathbb{R}$