

使用逐差法测量纸张厚度

姓名：XXX 学号：XXXXXXXXX 班级：XXXXXX

X/X/X

一、实验目的

1. 学习使用列表法、逐差法记录并处理数据
2. 熟练掌握 A 类、B 类不确定度，以及合成不确定度的计算
3. 熟练掌握游标卡尺的使用以及读数
4. 学习掌握有效数字修约及规则

二、实验器材

1. 游标卡尺 ($\Delta = 0.02 \text{ mm}$)
2. 书本 (初始 50 页)

三、实验原理

1. 逐差法

设自变量与因变量之间存在线性关系，并测得一组值 $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_k, b_k)$ ，其中 k 为偶数 ($k = 2n$)，将数据分为两组：

$$x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n \quad ; \quad x_{n+1} \quad x_{n+2} \quad \cdots \quad x_{2n}$$

$$y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_n \quad ; \quad y_{n+1} \quad y_{n+2} \quad \cdots \quad y_{2n}$$

用后一组的值与前一组的值对应相减 (间隔 n 项逐差)，并利用公式 $y = ax + b$ ，得到：

$$b_1 = (y_{n+1} - y_1) / (x_{n+1} - x_1)$$

$$b_2 = (y_{n+2} - y_2) / (x_{n+2} - x_2)$$

$$\vdots$$

$$b_n = (y_{2n} - y_n) / (x_{2n} - x_n)$$

取平均值

$$\bar{b} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_{n+i} - y_i}{x_{n+i} - x_i}$$

通常自变量等间隔分布, 我们有

$$\bar{b} = \frac{\overline{\Delta_n y}}{\Delta_n x}$$

带入线性表达式得到

$$\bar{a} = \frac{1}{k} \left(\sum_{i=1}^k y_i - \bar{b} \sum_{i=1}^k x_i \right)$$

b 的不确定度为

$$u(b) = \bar{b} \sqrt{\left[\frac{u(\Delta_n x)}{\Delta_n x} \right]^2 + \left[\frac{u(\Delta_n y)}{\Delta_n y} \right]^2}$$

其中

$$u(\Delta_n y) = \sqrt{u_a^2(\Delta_n y) + u_b^2(\Delta_n y)}$$

$$u(\Delta_n x) = u_b(\Delta_n x)$$

在等精良度测量条件下

$$u_a(\Delta_n y) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\Delta_n y_i - \overline{\Delta_n y})^2}{(n-1)n}}$$

这里 $n = k/2$, 同样地, k 为奇数时, 我们只需设 $k = 2n - 1$.

2. 逐差法在本实验中的应用

在本实验中, 自变量纸张数量与因变量纸张厚度呈线性关系, 且由于张数等间隔增加, 可以应用逐差法处理实验数据。

在本实验中, 待测定的单张纸厚度偏小, 与游标卡尺最小分度值接近, 单张纸测量会造成较大粗大误差。因此可以采用一次测量多张纸总厚度的形式, 减小误差。

四、 实验内容及步骤

1. 调整实验器材

取出游标卡尺, 检查是否可以正常使用, 归零后是否存在较大误差。

2. 测量数据

- 1) 将测量分为 8 组, 首先取 50 页纸, 通过游标卡尺测量其厚度。
- 2) 增加 10 页纸, 用游标卡尺测量其厚度。
- 3) 重复步骤 2), 直至 8 组数据, 记录在表格中。

3. 数据处理

利用逐差法对数据进行处理分析, 计算纸张厚度与不确定度。分 10 组处理, 自 50 页起每次增加 10 页纸

五、 实验记录与数据处理

1. 数据记录与处理

序号 i	1	2	3	4	5	6	7	8
纸张数 N_i	50	60	70	80	90	100	110	120
厚度 h_i/mm	2.76	3.24	3.70	4.18	4.64	5.06	5.50	6.02

表 1: 原始数据

序号 i	1	2	3	4
$x_{n+i} - x_i$	40	40	40	40
$y_{n+i} - y_i/\text{mm}$	1.88	1.82	1.80	1.84

表 2: 逐差

$\overline{\delta d} = 1.835 \text{ mm}$

2. 计算不确定度及结果

Δd 的 A 类不确定度 $u_a(\Delta d) = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{\sum \delta d^2}{n} - \overline{\delta d}^2} = 0.0042696,$

B 类不确定度 $u_b(\Delta d) = \frac{1}{n} \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} = 0.0028868,$

合成不确定度 $U(\Delta d) = \sqrt{u_a(\Delta d)^2 + u_b(\Delta d)^2} = 0.0051539;$

每页纸的厚度为 $\frac{\Delta d}{40} = 0.011469 \text{ mm}$, 不确定度为 $\sqrt{(\frac{U(\Delta d)}{40})^2} = 0.00012885$

保留有效数字得最终结果, 纸的厚度为 $(0.0115 \pm 0.0001)\text{mm}$