

# 分治算法作业

朱同鑫 陈玉标 李发明 郭欣彤

2017年3月15日 提交截止时间:2017年3月22日晚12:00

提交方式: 同QQ群公告“第一次作业提交说明”

1. 给定平面上 $n$ 个白点和 $n$ 个黑点，试设计一个分治算法将每个白点与一个黑点相连，使得所有连线互不相交，并给出算法的时间复杂度。(hint:划分类似于GrahamScan算法考虑极角，确保子问题比较均匀)
2. 给定一个数组 $A[1:n]$ ，数组元素由实数组成（即可能是正数也可能是负数），求 $A$ 的连续子数组，使此子数组的和最大。如： $A = \{-2, -5, 6, -2, -3, 1, 5, -6\}$ ，结果为 $\{6, -2, -3, 1, 5\}$ ，和为7。设计一个分治算法，求出给定数组 $A[1:n]$ 的和最大连续子数组。
3. 将26个英文字母进行编码，‘A’编码为‘1’，‘B’编码为‘2’，……，‘Z’编码为‘26’。那么给定一个数字序列可以对其进行解码，但是解码不唯一。比如，给定数字序列“234”，可以解码为“2-3-4”，对应“BCD”；也可以解码为“23-4”，对应“WD”。设计一个分治算法，对于给定的数字序列 $LIST$ ，求出该数字序列有几种解码方式。
4. 设 $A[1:n]$ 是由不同实数组成的数组，如果 $i < j$ 且 $A[i] > A[j]$ ，则称实数对 $(A[i], A[j])$ 是该数组的一个反序。如，若 $A = [3, 5, 2, 4]$ ，则该数组存在3个反序 $(3, 2)$ 、 $(5, 2)$ 和 $(5, 4)$ 。反序的个数可以用来衡量一个数组的无序程度。设计一个分治算法（要求时间复杂度严格低于 $n^2$ ），计算给定数组的反序个数。
5. 给定平面上 $n$ 个点构成的集合 $S = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 。如果存在边平行于坐标轴的矩形仅包含 $S$ 中的两个点 $p_i$ 和 $p_j$  ( $1 \leq i, j \leq n$ )，则称 $p_i$ 和 $p_j$ 为友谊点对。试设计一个分治算法统计 $S$ 中友谊点对的个数。