CASIO Is All You Need——数值分析计算器使用指南

才上了八周课,我还复习了一周呢。老师还说这题简单,不用往深了复习。结果好家 伙,考试的时候连TM计算器都没来得及摁,题太多了,一直在那写。——向前的赵

Abstract

本文针对《数值分析》课程,给出了使用计算器进行简便计算的详细教程,探讨了第二章到第六章的具体方法。最后指明了本文的不足与展望。

Introduction

长久以来,《数值分析》是悬在计科学子头上的一把利刃。在BIT101中,无论数值分析的老师是谁——孙新、王一拙、王贵珍,虽然对老师的评价多种多样,但一致认为该课程很抽象。

谈起数值分析,人们第一时间想到的,就是其庞杂的计算量。从非线性方程到线性方程组,从函数插值到数值积分,无不充斥着冗长的公式,叫嚣着数学对计算机的主权。

《数值分析》是BIT<mark>自主(存疑)</mark>研发的一款全新开放世界冒险游戏。游戏发生在一个被称作「数学」的幻想世界,在这里,被高斯选中的人将被授予「计算器」,导引计算之力。你将扮演一位名为「考试者」的神秘角色,在<mark>自由(存疑)</mark>的旅行中邂逅性格各异、能力独特的公式们,和他们一起击败难题,找回失散的分数——同时,逐步发掘「数分(淑芬)」的真相。

针对该问题,本文以 CASIO fx-991CN X 为例子,针对数值分析的各个章节,给出计算器方便的计算方法,进而节省时间,确保高效得出正确结果。

Related Work

在B站上,已有不少关于数值分析的计算器使用指南。例如,有<u>【【经验分享】卡西欧计算器在数值分析考试的应用</u>,也有<u>【卡西欧991CN计算器之数值分析的应用-速成篇!</u>】。本文旨在提供最简明的介绍,具体过程需要各位参考视频,以及亲手实践。

数值分析的第一章计算很简单,不需要什么技巧,因此下面从第二章开始介绍。

第二章 方程的迭代解法

这一章的计算需要用到变量来储存迭代结果,并且调回历史信息,方便进行计算。

提前计算出结果

使用x作为变量,输入方程,使用左上角的=与 SOLVE ,给定初值,就可以使用计算器默认的方法求出方程的根。可以记下来,方便等会比对计算结果。

确定根的区间

点击右上角的菜单键进入菜单,选择功能7:表格,在此输入函数,确定开始值、终止值、 步长,就可以利用扫描法确定根所在的区间。

为了保证该区间上原函数在[a,b]内,以及导数值在[0,1]之间,可以让f(x)为原函数,g(x)为导数,方便找到合适的区间。

单变量的迭代法

普通迭代法、迭代公式的改进一、牛顿迭代法、单点弦截法都属于此类。

这类方法只需要储存一个变量,因此只使用一个值进行存储,通常使用x,这样只用按右上角的x一次,方便调用。

首先,将初值赋值给x。然后,输入迭代公式,进行计算,将结果再次赋值给x。按向上的箭头,调出历史,再次计算。如此反复,便实现了迭代的效果。

多变量的迭代法

埃肯特 (斯特芬森) 加法、牛顿下山法、双点弦截法都属于此类。

储存多个变量,例如x, y, z, A, B, C等等,CASIO理论上总共有9个变量可以存储。

下面以双点弦截法为例子。首先,给x,y初值。然后,仿照单变量迭代法,利用变量写出迭代公式,包含两个变量x,y。进行计算,将结果储存在z当中。然后,将y赋值给x,将z赋值给y。因为各位都是计科的学生,对于此类的赋值应该很熟悉,可以类比编程语言中的=计算。

埃肯特(斯特芬森)加法需要储存3个变量。

牛顿下山法需要储存x, y,以及使用某个 λ 算出来的临时变量z,将临时变量带入原函数计算,看是否满足下山条件,然后根据情况赋值更新。

第三章 线性方程组的直接解法

提前计算出结果

进入菜单,选择8:方程/函数,进入2:多项式方程。这可以求解2-4次线性方程组,得出精确解,方便与答案对比。

拥有了精确解,你也可以在计算化简完某一行式子之后,将精确解带入,看是否满足方程。如果不是,则代表当前计算出错,赶紧停下来检查,避免更多的错误。

非追赶法求解

一般这类题目最多给3次方程,所以计算程度较小,不用储存变量也可以完成计算。不过,你也可以储存计算过程中多次用到的小数,例如 l_i 、 u_i 等等。

追赶法求解

使用三个变量,分别储存 l_i, u_i, z_i 。每次调用变量进行计算,而不是手动敲小数,可以加快计算速度。

第四章 线性方程组的迭代解法

这一章需要多使用菜单当中的4:矩阵。

雅可比迭代法

因为雅可比使用的都是旧值,所以4次计算,可以等同于一次矩阵乘法。以4次方程组为例子,这相当于系数矩阵M与X相乘,加上常数向量B,就可以得到新的X。

利用4:矩阵,定义A为系数矩阵M,常数向量B为B,X为C。例如,A为4乘4,B与C都是4乘1。然后,利用矩阵计算敲出 $MatA \times MatC + MatB$,计算结果,再按 STO 键,点击 x^-1 键(就是变量C对应的键),将结果储存到C中。之后按向左或向右方向键,调回历史,反复计算。

高斯-赛德尔迭代法

因为高斯-赛德尔迭代法每次都会使用新的值,因此不能看做矩阵乘法。这时候,几次方程组就使用几个变量,例如三次方程使用A,B,C。初始时都赋值为0。

根据迭代公式,使用B,C写出表达式,计算,赋值给A。类似地,写出剩下的表达式,然后计算并且赋值。完成这些操作后,只需要按向上的箭头与等号,按照A,B,C的次序进行计算同时赋值。这样你就不用再敲任何数字了。

松弛因子的迭代法

和高斯-赛德尔迭代法没有本质区别,就是这时候使用完整的A, B, C变量来计算A。

第五章 函数插值

该章要提前算出结果,只能针对明确给出函数解析式的情况。给出函数,只需要简单算一下插值的点,就可以得到精确解。

该章似乎用到的计算器功能不多,就是在遇到一些反复使用的小数时,可以存储为变量方便实用。

在插值多项式的反差法求方程的根时,参考第二章的计算方法,将x储存为变量方便迭代运算。

Hermite插值完成后,记得将题目中条件带入得出的函数,检查是否满足。

三次自然样条如果节点个数小于等于6,设有n个节点,那么 $M_0 = M_n = 0$,未知的 M_i 的个数不超过4,可以调用8:方程/函数,计算得出三对角的结果,与追赶法结果做检验。

第六章 数值积分

使用CASIO右上角自带的积分运算,计算出精确解。

要求出所需的多个函数点,可以使用7:表格,设置好函数与开始值、终止值、步长,一次算出所有需要的函数值,方便地直接写在试卷上。

龙贝格法可以储存中间变量,但其实计算量不是很大,也并不必要。

Conclusion & Discussion

本文针对常见的数值分析题型,按照章节给出了对应的便携计算方法,具有一定的参考价值。

也可以看出,本文对于第五章、第六章的总结较少,而这部分实际的公式量是超过第二章到第四章的。该部分只能背下公式,慢慢计算。

同时,在赋值的过程中,CASIO会精确地保存每一位小数,然而题目当中往往只会制定小数让你计算。此时,计算完成后先四舍五入,将答案写在答题卡上,然后将四舍五入后的结果赋给变量,这样可以保证计算过程的绝对精确。

不过,第二章、第四章的迭代往往不用这么做,因为这样太耗时间,且对于结果几乎没有影响。

最后,本文只考虑了使用计算器计算精确解,没有考虑每种方法的阶段误差,以及计算过程中产生的舍入误差。对于想要取得高分的同学,对于误差的准确估计也是必须的,而不仅仅是得到精确解。该部分有待后续研究的完善。

贾名自 2024.12.2 静园