

1. 对于一个在输入层和输出层之间使用直接连接的前馈神经网络，给出 $o_{k,p}$ 的表达式。

$$\begin{aligned}
 o_{k,p} &= f_{o_k} \left(net_{o_{k,p}} \right) \\
 &= f_{o_k} \left(\sum_{j=1}^{J+1} w_{kj} f_{y_j} \left(net_{y_{j,p}} \right) \right) \\
 &= f_{o_k} \left(\sum_{j=1}^{J+1} w_{kj} f_{y_j} \left(\sum_{i=1}^{I+1+J} v_{ji} z_{i,p} \right) \right)
 \end{aligned}$$

其中， f_{yj} 为线性函数，不妨设为： $f_{yj} = \omega x + b$ 。

2. 假定使用梯度下降作为优化算法，推导 Elman 简单反馈神经网络的学习等式。

设第 k 步系统的实际输出为 $y_d(k)$ ，则 Elman 网络的目标函数即误差函数可表示为：

$$E(k) = \frac{1}{2} (y_d(k) - y(k))^T (y_d(k) - y(k))$$

根据梯度下降法，使 $E(k)$ 对其权值偏导为 0，得到：

$$\Delta w_{ij}^{u_3} = \eta_3 \delta_i^0 x_j(k) (i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n)$$

$$\Delta w_{jq}^{u_2} = \eta_2 \delta_j^h u(k-1) (j=1,2,\dots,n; q=1,2,\dots,r)$$

$$\Delta w_{jl}^{u_1} = \eta_1 \sum_{i=1}^m (\delta_j^0 w_{ij}^{u_3}) \frac{\partial x_j(k)}{\partial w_{jl}^{u_1}} (j=1,2,\dots,n; l=1,2,\dots,n)$$

$$\delta_i^0 = (y_{d,i}(k) - y_i(k)) g'_i(.)$$

$$\delta_j^h = \sum_{i=1}^m (\delta_i^0 w_{ij}) f'_j(.)$$

$$\frac{\partial x_j(k)}{\partial w_{jl}^{u_1}} = f'_j(x_j(k-1)) + \alpha \frac{\partial x_j(k-1)}{\partial w_{jl}^{u_1}} (j=1,2,\dots,n; l=1,2,\dots,n)$$

其中， η_1 , η_2 , η_3 分别是 w_{i_1} , w_{i_2} , w_b 的学习步长。