

软件开发环境国家重点实验室

State Key Laboratory of Software Development Environment



离散数学(1): 数理逻辑

Discrete Mathematics (1): Mathematical Logic

可判定问题

赵永望

zhaoyw@buaa.edu.cn

北京航空航天大学 计算机学院

逻辑基本判定问题

• 能行方法来判定如下问题:

- -(1)一个符号是否为一个初始符号;
- (2) 一个符号序列是否为合式公式:
- (3) 一个公式是否为一条公理;
- (4) 一个有穷长的公式序列是否为一个证明。





判定问题

- · 判定问题有两个主要内容:
 - 语义方面: 判定问题是要确定一公式是永真式, 亦即是否普遍有效, 或者可否满足
 - 语法方面: 它是要确定某一公式是可证, 还是可否 证
 - 普遍有效性问题是逻辑公式所表达的命题的正确性问题
 - 可证明性问题是一公理系统的推演能力问题。
- 判定问题表现为寻求一种能行的方法、一种机械的程序或者算法,从而能够对某类问题中的任何一个在有穷步骤内确定是否具有某一特定的性质。



能行方法

• 能行的过程必须满足条件:

- (1) 必须有确切的指令用以解释如何执行这个过 程,指令的长度必须是有限的
- (2) 这些指令必须能被机械地执行
- (3) 对于待解的问题, 能行过程能够在有限步内 给出"是"或"否"的答案





命题/谓词逻辑

- \cdot (1) 给定表达式 ε 是否为合式公式
- (2) 给定合式公式的有限集 Γ 和合式公式A, $\Gamma \models A$ 是否成立
- (3) 给定合式公式的有限集 Γ 、合式公式 Λ 、公式序列 $A_1, ..., A_n, A_1, ..., A_n$ 是否为 Λ 的从 Γ 的一个推演

问题	命题逻辑	谓词逻辑
(1)	可判定	可判定
(2)	可判定	不可判定
(3)	可判定	可判定



谓词逻辑可判定问题

- · 一元谓词逻辑(谓词只有一个参数的谓词 逻辑)是可判定的
- · 任何至少含有一个二元谓词的一阶谓词演 算系统都是不可判定的



本 节 完! 问题与解答?

