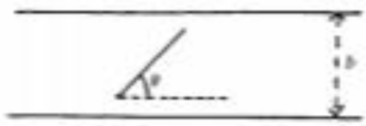
A. *El problema original de la aguja de Buffon:*



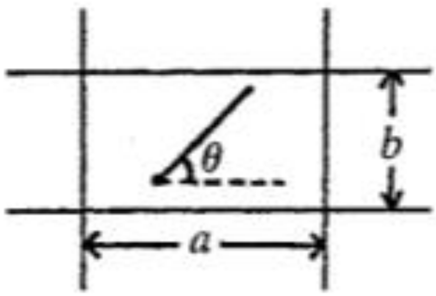
El diagrama anterior representa una aguja de largo ℓ lanzada aleatoriamente en un piso con un patrón de rayas horizontales separadas un distancia b. Llamaremos θ al ángulo entre la aguja y la horizontal. Si suponemos que $\ell < b$, puede demostrarse [1,2], que la probabilidad de que la aguja cruce una de las rayas está dada por:

$$P = \frac{2\ell}{b\,\pi}$$

por lo que podemos calcular el valor de π si estimamos la probabilidad P. Se pide realizar una función que estime π utilizando este método, para ello deberá:

- Simular N veces la tirada de una aguja (N grade), mediante la generación aleatoria de su posición y su orientación en cada tirada.
- Contar la cantidad de veces que la aguja cruza una raya. La probabilidad P es esta cantidad sobre N.
- Su función deberá contar con tres argumentos: N, ℓ y b, donde los últimos dos deberán ser opcionales con valores default de 0.75 y 1.0, respectivamente.

B. *La extensión de Laplace al problema de Buffon:*



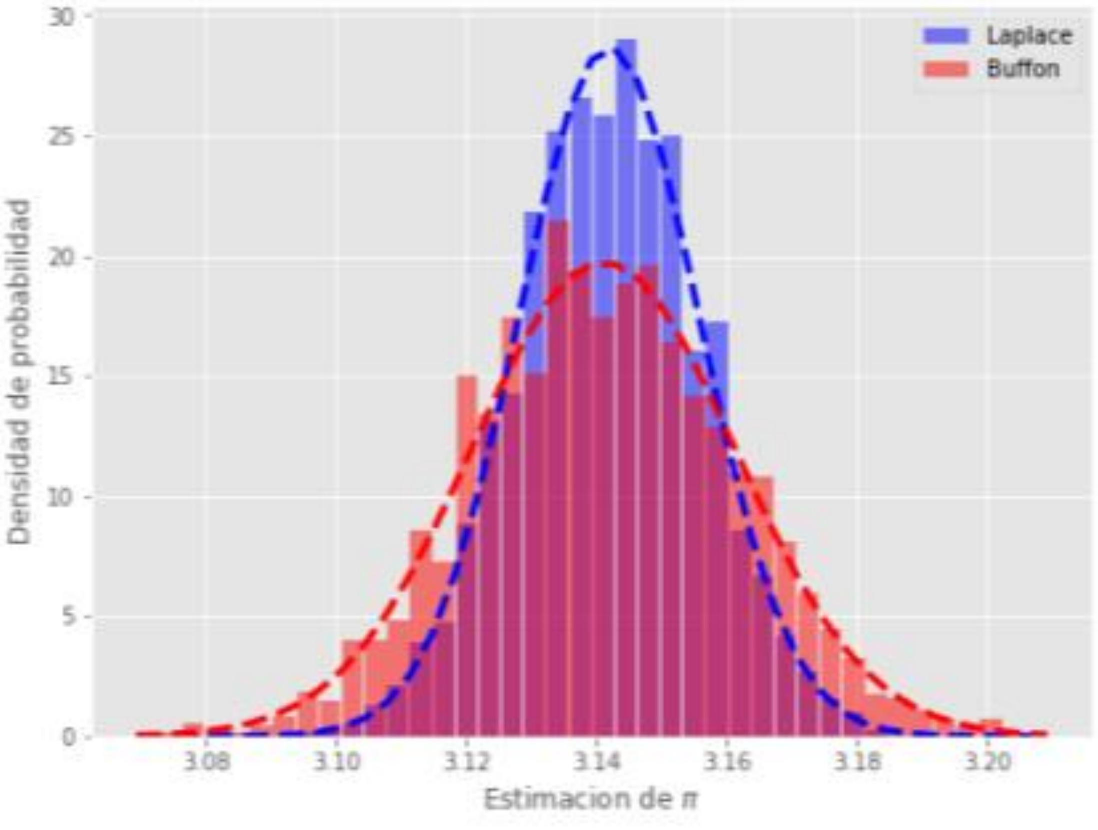
En el digrama anterior se observa una extensión al problema de Buffon. En este caso, el piso posee un patron de rayas horizontales y verticales formando un arreglo rectangular. Al igual que el caso anterior, las rayas horizontales están separadas una distancia b, mientras que las verticales, están separadas una distancia a. Si suponemos que $\ell < a$ y $\ell < b$, puede demostrarse [2], que la probabilidad de que la aguja cruce una raya horizontal o una raya vertical (cruce al menos una de las dos) está dada por:

$$P = \frac{2\ell(a+b) - \ell^2}{a\,b\,\pi}$$

Al igual que en el caso anterior, se pide realizar una función que estime π utilizando este método, para ello nuevamente deberá:

- Simular N veces la tirada de una aguja (N grade), mediante la generación aleatoria de su posición y su orientación en cada tirada.
- Contar la cantidad de veces que la aguja cruza una raya horizontal y vertical al simultaneamente. La probabilidad P es esta cantidad sobre N.
- Su función deberá contar con cuatro argumentos: N, ℓ, a y b, donde los últimos tres deberán ser opcionales con valores default de 0.75, 1.5 y 1.0, respectivamente.

C. Para $N = 25000$ repetir el "experimento" muchas veces (al menos 2000) y realizar un histograma de los valores obtenidos para π con cada método. Graficar el histograma y calcular la desviación estándar. Superponer una función Gaussiana con el mismo ancho. El gráfico debe ser similar al siguiente:



D. Seguramente, en la resolución del método de Buffon y la extensión de Laplace, usted generó aleatoriamente ángulos entre 0 y $\pi/2$. De esta forma, usted está estimando el valor de π, haciendo uso del mismo. Reformule los funciones anteriores para que sean "históricamente correctas", es decir, no hagan uso del valor de π ni de funciones trigonométricas [3].