

$${}^1_0T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(q_1) & -\sin(q_1) & L_1 \cos(q_1) \\ 0 & \sin(q_1) & \cos(q_1) & L_1 \sin(q_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$${}^2_1T = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & L_2 \sin(q_2) \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & L_2 \cos(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$${}^3_2T = \begin{bmatrix} \cos(q_3) & -\sin(q_3) & 0 & L_3 \sin(q_3) \\ \sin(q_3) & \cos(q_3) & 0 & L_3 \cos(q_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$${}^4_3T = \begin{bmatrix} \cos(q_4) & -\sin(q_4) & 0 & L_4 \sin(q_4) \\ \sin(q_4) & \cos(q_4) & 0 & L_4 \cos(q_4) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$com_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ l_1 \cos(q_1) \\ l_1 \sin(q_1) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$com_2 = \begin{bmatrix} l_2 \sin(q_2) \\ l_2 \cos(q_2) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$com_3 = \begin{bmatrix} l_3 \sin(q_3) \\ l_3 \cos(q_3) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$com_4 = \begin{bmatrix} l_4 \sin(q_4) \\ l_4 \cos(q_4) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$com_{ee} = \begin{bmatrix} L_4 \sin(q_4) \\ L_4 \cos(q_4) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -L_1 \sin(q_1) - 2l_1 \sin(2q_1) & 0 & 0 & 0 \\ L_1 \cos(q_1) + 2l_1 \cos(2q_1) & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} 0 & L_2 \cos(q_2) & 0 & 0 \\ -(L_1 + L_2 \cos(q_2) + l_2) \sin(q_1) & -L_2 \sin(q_2) \cos(q_1) & 0 & 0 \\ (L_1 + L_2 \cos(q_2) + l_2) \cos(q_1) & -L_2 \sin(q_1) \sin(q_2) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} (L_1 + l_3 \cos(q_3)) \sin(q_1) \sin(q_2 + q_3) & -L_1 \cos(q_1) \cos(q_2 + q_3) + L_2 \cos(q_2 - q_3) - l_3 \sin(q_3) \sin(q_2 + q_3) - l_3 \cos(q_1) \cos(q_3) \cos(q_2 + q_3) & -L_1 \cos(q_1) \cos(q_2 + q_3) \\ -(L_1 + l_3 \cos(q_3)) \sin(q_1) \cos(q_2 + q_3) & -L_1 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1) - L_2 \sin(q_2 - q_3) + l_3 \sin(q_3) \cos(q_2 + q_3) - l_3 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1) \cos(q_3) & -L_1 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1) \\ (L_1 + l_3 \cos(q_3)) \cos(q_1) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} (L_1 + l_4 \cos(q_4)) \sin(q_1) \sin(q_2 + q_3 + q_4) & -L_1 \cos(q_1) \cos(q_2 + q_3 + q_4) + L_2 \cos(-q_2 + q_3 + q_4) - l_4 \sin(q_4) \sin(q_2 + q_3 + q_4) - l_4 \cos(q_1) \cos(q_4) \cos(q_2 + q_3 + q_4) & -L_1 \cos(q_1) \cos(q_2 + q_3 + q_4) \\ -(L_1 + l_4 \cos(q_4)) \sin(q_1) \cos(q_2 + q_3 + q_4) & -L_1 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_1) + L_2 \sin(-q_2 + q_3 + q_4) + l_4 \sin(q_4) \cos(q_2 + q_3 + q_4) - l_4 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_1) \cos(q_4) & -L_1 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_1) \\ (L_1 + l_4 \cos(q_4)) \cos(q_1) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$J_{EE} = \begin{bmatrix} L_4 \sin(q_1) \sin(q_2+q_3+q_4) \cos(q_4) & -L_4(\sin(q_4) \sin(q_2+q_3+q_4) + \cos(q_1) \cos(q_4) \cos(q_2+q_3+q_4)) & -L_4(\sin(q_4) \sin(q_2+q_3+q_4) + \cos(q_1) \cos(q_4) \cos(q_2+q_3+q_4)) \\ -L_4 \sin(q_1) \cos(q_4) \cos(q_2+q_3+q_4) & L_4(\sin(q_4) \cos(q_2+q_3+q_4) - \sin(q_2+q_3+q_4) \cos(q_1) \cos(q_4)) & L_4(\sin(q_4) \cos(q_2+q_3+q_4) - \sin(q_2+q_3+q_4) \cos(q_1) \cos(q_4)) \\ L_4 \cos(q_1) \cos(q_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$