

**ДЕМО-ВАРИАНТ КР ПО КУРСУ
«ПРИКЛАДНЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
СТАТИСТИКИ»**

1. Пусть $E[X] = 1$ и $E[Y] = 2$. Найдите $E[2X - Y + 2020]$.
A. 2020;
B. 2021;
C. 2022;
D. 1;
E. Нет правильного ответа.
2. Пусть $D(X) = 4$, $D(Y) = 8$, $\text{cov}(X, Y) = -1$. Найдите $D(X - Y + 2021)$.
A. 14;
B. 10;
C. 8;
D. 24;
E. Нет правильного ответа.
3. Пусть $D(X) = 4$, $D(Y) = 8$, $\text{cov}(X, Y) = -1$. Найдите $\text{cov}(X - 2Y + 2021, 3X - 4Y - 2022)$.
A. 86;
B. 68;
C. -50;
D. 46;
E. Нет правильного ответа.
4. Пусть $D(X) = 4$, $D(Y) = 8$, $\text{cov}(X, Y) = -1$. Найдите $\text{corr}(X - 2Y + 2021, 3X - 4Y - 2022)$.
A. 0.9917;
B. 0.01144;
C. 0.5917;
D. 0.7917;
E. Нет правильного ответа.
5. Пусть случайная величина $X \sim N(2, 4)$. Найдите $P\{-2 < X < 4\}$.
A. 0.819;
B. 0.918;
C. 0.667;
D. 0.776;
E. Нет правильного ответа.

6. Пусть случайная величина X имеет стандартное нормальное распределение. Чему равна точка c , для которой вероятность $P\{X > c\} = 0.1$?
- A. 1.2816;
B. -1.2816;
C. 1.6449;
D. -1.6449;
E. Нет правильного ответа.

7. Пусть случайная величина X имеет t -распределение с тремя степенями свободы. Чему равна точка c , для которой вероятность $P\{-c < X < c\} = 0.95$?
- A. 3.1824;
B. 2.3534;
C. 1.6377;
D. 1.9600;
E. Нет правильного ответа.

8. Пусть X, Y, Z — независимые стандартные нормальные случайные величины. Какое распределение имеет случайная величина $\frac{2X^2}{Y^2 + Z^2}$?
- A. $F(1, 2)$;
B. $F(2, 1)$;
C. $N(0, 1)$;
D. $t(2)$;
E. Нет правильного ответа.

9. Пусть X, Y, Z — независимые стандартные нормальные случайные величины. Найдите вероятность $P\left\{X \leq \sqrt{\frac{Y^2 + Z^2}{2}}\right\}$?
- A. 0.7887;
B. 0.6886;
C. 0.5885;
D. 0.3883;
E. Нет правильного ответа.

10. Пусть случайный вектор $X = [X_1, X_2, X_3]^T$ имеет ковариационную матрицу

$$V(X) = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Найдите $D(X_1 - X_3 - 2X_2)$.

- A. 18;
B. 5;
C. 22;
D. 63;
E. Нет правильного ответа.

11. Пусть случайный вектор $X = [X_1, X_2, X_3]^T$ имеет ковариационную матрицу

$$V(X) = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Найдите $\text{cov}(X_1 + X_2, X_2 - X_3 + 1)$.

- A. 3;
- B. 5;
- C. -1;
- D. 8;
- E. Нет правильного ответа.

12. Пусть задана регрессионная модель $Y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$. Имеются наблюдения:

Y_i	x_i
1	1
4	2
4	3

Чему равна МНК-оценка параметра β ?

- A. $\hat{\beta} = 1.5$;
- B. $\hat{\beta} = 1$;
- C. $\hat{\beta} = 0.5$;
- D. $\hat{\beta} = 2$;
- E. Нет правильного ответа.

13. Пусть задана регрессионная модель $Y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$. Имеются наблюдения:

Y_i	x_i
1	1
4	2
4	3

Чему равен вектор МНК-прогнозов \hat{Y} ?

- A. $[1.5, 3.0, 4.5]^T$;
- B. $[1, 2, 3]^T$;
- C. $[0.5, 1.0, 1.5]^T$;
- D. $[2, 4, 6]^T$;
- E. Нет правильного ответа.

14. Пусть задана регрессионная модель $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$. Имеются наблюдения:

Y_i	x_{i1}	x_{i2}
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	1	0
5	1	1

Чему равна сумма квадратов МНК-остатков RSS?

- A. 2;
- B. 1;
- C. 8;
- D. 4;
- E. Нет правильного ответа.

15. Пусть задана регрессионная модель $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$. Имеются наблюдения:

Y_i	x_{i1}	x_{i2}
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	1	0
5	1	1

Чему равен коэффициент детерминации R^2 ?

- A. 0.8;
- B. 0.9;
- C. 0.2;
- D. 0.6;
- E. Нет правильного ответа.

16. Пусть задана регрессионная модель $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$, причем

$\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n \sim \text{iid}(0, \sigma^2)$. Имеются наблюдения:

Y_i	x_{i1}	x_{i2}
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	1	0
5	1	1

Чему равна несмещённая оценка параметра σ^2 ?

- A. 1;
- B. 2;
- C. 3;
- D. 1.5;
- E. Нет правильного ответа.

17. Пусть задана регрессионная модель $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$, причем $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n \sim \text{iid}(0, \sigma^2)$. Дана матрица

$$\hat{V}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} 1/3 & -1/3 & 0 \\ -1/3 & 4/3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Чему равна оценка дисперсии $\hat{D}(-\hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 + 2\hat{\beta}_2)$?

- A. $19/3$;
- B. $17/3$;
- C. $13/3$;
- D. 3 ;
- E. Нет правильного ответа.

18. Пусть задана модель линейной регрессии $Y_t = \beta \cdot t + \varepsilon_t$, $t = 1, 2$, в которой случайные ошибки удовлетворяют условиям $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$, $D(\varepsilon_t) = \sigma^2$, $\text{cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t) = 0$ при $s \neq t$. Рассматривается оценка неизвестного параметра β :

$$\tilde{\beta} = \frac{1 \cdot Y_1 + 2 \cdot Y_2}{1^2 + 2^2}.$$

Чему равно математическое ожидание оценки $\tilde{\beta}$?

- A. β ;
- B. 2β ;
- C. $\frac{5}{3}\beta$;
- D. $\frac{3}{5}\beta$;
- E. Нет правильного ответа.

19. Пусть задана модель линейной регрессии $Y_t = \beta \cdot t + \varepsilon_t$, $t = 1, 2$, в которой случайные ошибки удовлетворяют условиям $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$, $D(\varepsilon_t) = \sigma^2$, $\text{cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t) = 0$ при $s \neq t$. Рассматривается оценка неизвестного параметра β :

$$\tilde{\beta} = \frac{1 \cdot Y_1 + 2 \cdot Y_2}{1^2 + 2^2}.$$

Чему равна дисперсия оценки $\tilde{\beta}$?

- A. $\sigma^2 / 5$;
- B. $\sigma^2 / 4$;
- C. $\sigma^2 / 3$;
- D. $3\sigma^2 / 5$;
- E. Нет правильного ответа.

20. Рассматривается модель $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $\mathbb{E}[\varepsilon_i] = 0$, $D(\varepsilon_i) = \sigma^2$, $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ при

$i \neq j$. При каких значениях c_i несмещенная оценка $\tilde{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i (Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n c_i (x_i - \bar{x})}$ имеет

наименьшую дисперсию?

- A. $c_i = x_i - \bar{x}$;
- B. $c_i = Y_i - \bar{Y}$;
- C. $c_i = 1$;
- D. $c_i = (x_i - \bar{x})^2$;
- E. Нет правильного ответа.

21. Рассматривается модель $Y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$, $\mathbb{E}\varepsilon_i = 0$, $D\varepsilon_i = \sigma^2$, $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ при $i \neq j$.

При каком условии на параметры c_i оценка $\hat{\beta} = \sum_{i=1}^n c_i Y_i$ окажется несмещенной?

- A. $\sum_{i=1}^n c_i x_i = 1$;
- B. $\sum_{i=1}^n c_i x_i = 0$;
- C. $\sum_{i=1}^n c_i = 1$;
- D. $\sum_{i=1}^n c_i = 0$;
- E. Нет правильного ответа.

22. Пусть задана регрессионная модель $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$, причем

$\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n \sim \text{iid}(0, \sigma^2)$. Пусть $n = 5$, $\hat{\alpha} = 2$, $\hat{\beta}_1 = 2$, $\hat{\beta}_2 = 1$ и

$$\hat{V}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} 1/3 & -1/3 & 0 \\ -1/3 & 4/3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Постройте 95%-ый доверительный интервал для параметра β_2 .

- A. $[-5.0849; 7.0849]$;
- B. $[-2.9683; 6.9683]$;
- C. $[-0.4841; 4.4841]$;
- D. $[-3.1295; 5.1295]$;
- E. Нет правильного ответа.

23. Пусть задана регрессионная модель $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$, причем

$\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n \sim \text{iid}(0, \sigma^2)$. Пусть $n = 5$, $\hat{\alpha} = 2$, $\hat{\beta}_1 = 2$, $\hat{\beta}_2 = 1$ и

$$\hat{V}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} 1/3 & -1/3 & 0 \\ -1/3 & 4/3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Постройте 95%-ый доверительный интервал для $-\alpha + \beta_1 + 2\beta_2$.

- A. $[-8.8281; 12.8281]$;
- B. $[-5.3485; 9.3485]$;
- C. $[-22.9770; 26.9770]$;
- D. $[-3.1295; 5.1295]$;
- E. Нет правильного ответа.

24. Рассматривается модель регрессии $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$, в которой

ошибки $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ независимы и имеют нормальное распределение с нулевым

математическим ожиданием и дисперсией σ^2 . Пусть $n = 24$ и $RSS = 10$. Постройте 95%-ый двусторонний симметричный по вероятности доверительный интервал для параметра σ^2 .

- A. $[0.2927; 1.0427]$;
- B. $[0.3184; 0.9216]$;
- C. $[0.5184; 0.9216]$;
- D. $[0.2927; 1.2427]$;
- E. Нет правильного ответа.

25. Оценивается зависимость уровня заработной платы работника (wage) от уровня образования (educ), общего стажа (exper) и числа лет работы у текущего работодателя (tenure) в виде линейной регрессии

$wage_i = \alpha + \beta_1 educ_i + \beta_2 exper_i + \beta_3 tenure_i + \varepsilon_i$, в которой ошибки $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$

независимы и имеют нормальное распределение с нулевым математическим

ожиданием и дисперсией σ^2 . Число наблюдений $n = 526$. В следующей таблице приведены результаты оценивания.

Переменная	Коэффициент	95% доверительный интервал
const	-2.87273	(-4.30480; -1.44067)
educ	0.598965	(0.498218; 0.699713)
exper	0.0223395	(-0.00134639; 0.0460254)
tenure	0.169269	(0.126747; 0.211790)

На уровне значимости 5% укажите, какие из переменных educ, exper и tenure оказывают значимое влияние на уровень заработной платы работника.

- A. educ, tenure;
- B. educ, exper;
- C. exper, tenure;
- D. educ, exper, tenure;
- E. Нет правильного ответа.