Matemáticas para las Ciencias II

Semestre 2020-1
Prof. Pedro Porras Flores
Ayud. Irving Hérnandez Rosas
Merino Peña Kevin Ariel
317031326

Proyecto I

Realice los siguientes ejercicios, escribiendo el procedimiento claramente. Y recuerden que estos proyectos se entregan de manera individual en la plataforma de google classroom.

1. De la definición de parábola deduzca de manera análoga como lo hicimos en la video-clase la ecuación para una parábola cuyo foco se encuentra en el eje x, es decir
$$y^2 = 4px.$$

   Definición 1. El conjunto de los puntos del plano $\cdot \ni \cdot$ que están a la misma distancia de una recta dada D y de un punto $\vec{F}$, que no esté sobre D, recibe el nombre de **parábola**

   Para deducir la ecuación de la parábola supongamos que la coordenadas de $\vec{F} = (p, 0)$ y que la recta D está descrita por $w = (-p, y) \quad \forall y \in \mathbb{R}$, Luego por la definición que hemos tomado de prábola tenemos que

$$\begin{aligned}
||\vec{u} - \vec{F}|| &= ||\vec{u} - \vec{w}|| && \text{Por definición de distancia} \\
||(x, y) - (p, 0)|| &= ||(x, y) - (-p, y)|| && \text{Los valores de dichos vectores} \\
||(x - p, y)|| &= ||(x + p, y - y)|| && \text{Restando de manera directa} \\
\sqrt{< (x - p, y), (x - p, y) >} &= \sqrt{< (x + p, 0), (x + p, 0) >} && \text{Definición de la norma en vectores} \\
\sqrt{(x - p)^2 + y^2} &= \sqrt{(x + p)^2 + (0)^2} && \text{Calculando el producto interior} \\
(x - p)^2 + y^2 &= (x + p)^2 + (0)^2 && \text{Factorizando} \\
x^2 - 2xp + p^2 + y^2 &= x^2 + 2xp + p^2 && \text{Por distributividad} \\
y^2 &= 4xp && \text{Agrupando y sumando términos semejantes}
\end{aligned}$$

Figura 1: Parábola con foco sobre el eje x.

2. De igual manera que se hizo en clase deduzca la ecuación de una elipse cuyos focos se encuentran sobre el eje y, esto es:

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Figura 2: Elipse con focos sobre el eje y.

3. Deduzca la ecuación de la hipérbola de la definición, sin importar donde estén los focos, es decir ya sea que muestre:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ o } \frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Figura 3: Hipérbola con focos sobre el eje x.