



# Matemáticas para las Ciencias II

Semestre 2020-2

Prof. Pedro Porras Flores

Ayud. Irving Hernández Rosas

**Tarea-examen I**



Realice los siguientes ejercicios, escribiendo el procedimiento claramente. Y recuerden que la tarea-examen se entrega individual.

1. Muestre que  $\mathbb{P}_2(\mathbb{R}) = \{c + bx + ax^2 \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$ , es un espacio vectorial con la suma usual y la multiplicación por escalar usual, es decir:

$$\begin{aligned} +: \mathbb{P}_2(\mathbb{R}) \times \mathbb{P}_2(\mathbb{R}) &\longrightarrow \mathbb{P}_2(\mathbb{R}) \\ (a_1x^2 + b_1x + c_1, a_2x^2 + b_2x + c_2) &\mapsto (a_1 + a_2)x^2 + (b_1 + b_2)x + (c_1 + c_2). \\ \mu: \mathbb{R} \times \mathbb{P}_2(\mathbb{R}) &\longrightarrow \mathbb{P}_2(\mathbb{R}) \\ (\alpha, (a_1x^2 + b_1x + c_1)) &\mapsto (\alpha a_1)x^2 + (\alpha b_1)x + (\alpha c_1). \end{aligned}$$

2. Muestre que el conjunto  $\beta = \{1, x, x^2\}$  es base de  $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$

3. Muestre que la siguiente transformación es lineal.

$$\begin{aligned} T: \mathbb{P}_2(\mathbb{R}) &\longrightarrow \mathbb{P}_2(\mathbb{R}) \\ T(f(x)) &\mapsto xf'(x) + xf(2) + f(3). \end{aligned}$$

4. Determine el núcleo y la imagen de  $T$ .

5. Encuentre la matriz asociada a  $T$  con respecto a la base  $\beta$ , esto es  $[T]_\beta$ .

6. ¿Cuál es el rango de  $[T]_\beta$ ?

7. La matriz  $[T]_\beta$  es invertible, si sí muéstrelo, si no argumente porque.

8. ¿Cuales son los valores propios asociados a  $[T]_\beta$ ?

9. Determine los vectores propios asociados a cada valor propio.

10. Muestre que el conjunto de los vectores propios es una base ordenada.

11. Determine  $Q \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ , tal que  $Q^{-1}[T]_\beta Q = D$ , donde  $D$  es una matriz diagonal cuyos elementos de la diagonal son valores propios.

12. Muestre que  $\beta' = \{-3 + x, -3 - 13x + 4x^2, 1 + x\}$ , es una base para  $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$  y además determine  $[T]_{\beta'}$ .