Информационный поиск

Константин Мосиенко

Yandex School of Data Analysis *konstantin.mosienko@gmail.com*

2017

Содержание

Введение

Литература

- C.D. Manning, P. Raghavan, H. Schutze. Introduction to Information Retrieval [2008]
- B. Croft, D. Metzler, T. Strohman. Search Engines: Information Retrieval in Practice [2009]
- S. Buttcher, C. L. A. Clarke and G. V. Cormack. Information Retrieval: Implementing and Evaluating Search Engines [2010]
- https://en.wikipedia.org/wiki/Information_retrieval

Конференции

- TREC (Text Retrieval Conference)
- CLEF (Cross Language Evaluation Forum)
- WWW (World Wide Web Conference)
- ESSIR (European Summer School in Information Retrieval)
- SIGIR (Special Interest Group on Information Retrieval)
- WSDM (Web Search and Data Mining)
- CIKM (Conference on Information and Knowledge Management)

Определение

Определение

Информационный поиск – это область научных исследований, ориентированная на изучение структуры, организации, хранения, поиска и извлечения информации. [G. Salton, 1968]

Определение

Информационный поиск — процесс поиска неструктурированной документальной информации, удовлетворяющей информационные потребности, и наука об этом поиске. [C. Manning, 2011]

Мы будем рассматривать вопросы, касающиеся поиска по интернет сайтам.

Запрос - документ

Определение

Документ - это информационная сущность, которая хранится в базе поисковой системы (индексе). Процесс занесения документа в индекс - индексация. Документом могут быть: локальные файлы различных форматов, html-страницы, видео, аудио, картинки.

Определение

Запрос - способ выражения информационных потребностей. Обычно запрос задаётся с помощью языка запросов соответствующей поисковой системы.

Что умеет поисковая система

- Находить и скачивать документы.
- Детектировать язык и кодировку. Извлекать информацию из документов различных форматов.
- Оценивать частоту обновления документа.
- Находить в своей базе похожие документы и спам.
- Быстро отвечать на запросы к своему индексу.
- Ранжировать результаты поиска по релевантности.

Определение

Релевантность - семантическое соответствие поискового запроса и найденного документа.

Два поиска

Слово «поиск» может употребляться в контексте разных задач:

- Поиск в имеющейся базе. Например, поиск релевантных запросу документов в индексе поисковой системы. Базовая операция - перечисление документов, содержащих определённое слово(словосочетание).
- Обнаружение кандидатов на занесение в индекс. Например, поиск в интернете отсутствующих в индексе(новых) документов. Базовая операция - перечисление документов, на которые есть ссылки с имеющегося документа.

Некоторые особенности и сложности

- Информация доступна в неструктурированном с точки зрения индексирования виде: например, как понять, где на странице важный текст, а где рекламный блок?
- Пользователь не всегда ищет текст, он может искать и видео.
- Актуальность. Необходимо иметь как можно более точный «слепок» интернета. Быстро находить новую информацию и не забывать удалять не актуальную.
- Региональность. Один запрос, заданный из разных мест, иногда должен приводить к разным результатам. Например, если вы заказываете пиццу.

Базовые компоненты

- Поисковый робот. Скачивает документы из интернета, обнаруживает новые документы, планирует очередь скачки(так как обычно нет возможности скачать все известные документы, необходимо сделать выбор, какие обойти сейчас, а какие, может быть, никогда).
- Индексатор. Обрабатывает скаченные документы, строит поисковый индекс.
- Поиск. Отвечает на запросы пользователей, генерирует статистику.

Масштабы трагедии

Абсолютные показатели различных экспериментов не совпадают, поэтому необходимо смотреть на отношения.

- Согласно косвенным показателям, количество страниц, доступных для индексирования, в 2005 году составляло 11.5 миллиарда, в 2009 году - 25 миллиардов.
- В соответствии с исследованиями 2001-го года, большая часть документов интернета - 550 миллиардов - не обнаружена поисковыми системами, эту часть называют DeepWeb.
- В 2008 году Google знал 1 триллион уникальных URL-ов.

Так как нет возможности положить в индекс такое количество документов, современная поисковая система производит поиск по десяткам-сотням миллиардов документов.

Uniform Resource Locator

scheme:[//[user:password@]host[:port]][/]path[?query][#fragment]

Один URL можно записать разными способами:

- Схема и имя хоста не чувствительны к регистру.
- Можно не писать стандартный порт.
- Вместо символа можно написать его код через %

HTTP

GET /index.html HTTP/1.1
Host: www.example.com

HTTP/1.1 200 OK
Date: Mon, 23 May 2005 22:38:34
Content-Type: text/html;
charset=UTF-8
Content-Encoding: UTF-8
Content-Length: 138
Last-Modified: Wed, 08 Jan 2003
23:11:55 GMT
...

HTML

```
<!DOCTYPE html>
<html>
  <head>
    <meta http-equiv="Content-Type" content="text/html;
charset=utf-8" />
    <title>HTML Document</title>
  </head>
  <body>
    <p>
      <b>
        Этот текст будет полужирным,
        <i>а этот — ещё и курсивным</i>
      </b>
    </p>
  </body>
</html>
```

Инвертированный индекс

Определение

Инвертированный индекс - это структура данных, хранящая для каждого слова список документов, в которых это слово встречается.
Постинг лист - вышеупомянутый список документов.

В инвертированном индексе можно ещё хранить и удобно получать доступ к таким данным:

- Свойства самого слова. Например, число его вхождений в корпус.
- Свойства слова и документа. Например, число вхождений слова в документ.

Постинг листы обычно хранят отсортированными по идентификатору документа для ускорения поиска.

Модели поиска

Булев поиск

Определение

Булев поиск - первая и самая простая модель информационного поиска. Основывается на выполнении теоретико-множественных операций над списками документов в соответствии с запросом.

- Пусть дан запрос вида $q = (t_1|t_2)\&t_3...$
- На первом шаге необходимо для каждого терма запроса t_i с помощью инвертированного индекса получить список документов, содержащих этот терм.
- На втором шаге необходимо выполнить указанные в запросе операции с полученными множествами документов.

Недостатки булева поиска

- Находит только документы, точно соответствующие запросу. Например, для запроса $q = t_1 \& t_2$ если какой-то документ содержит только терм t_1, он не найдётся даже если остальные документы не содержат ни одного слова из запроса.
- Не ранжирует результаты поиска.
- Все слова для поиска имеют одинаковую важность, что не соответствует действительности.

Расширенный булев поиск

Недостатки простого булева поиска можно устранить введя в рассмотрение веса термов и модифицировав процедуру поиска:

- $q = \{(t_1, w_{q1}), ..., (t_n, w_{qn})\}$ - термы запроса со своими весами.
- $d = \{..., (t_1, w_{d1}), ..., (t_n, w_{dn}), ...\}$ - вхождения термов запроса в документ, веса соответствующих термов относительно документа.

Замечания:

- Схема выставления весов не является частью модели.
- $w_{\{q|d\}i} \in [0, 1]$
- Документ может и не содержать определённые термы запроса, для таких термов $w_{di} = 0$.

Расширенный булев поиск

Предлагается от простого отношения «слово запроса входит в документ» перейти к учёту весов термов для построения метрики «близости» запроса и документа:

- $sim(d, q = t_1 \& ... \& t_n) = 1 - \left(\sum_{i=1}^{n} w_{qi}^p (1 - w_{di})^p\right)^{\frac{1}{p}} \left(\sum_{i=1}^{n} w_{qi}^p\right)^{-\frac{1}{p}}$
- $sim(d, q = t_1 | ... | t_n) = \left(\sum_{i=1}^{n} w_{qi}^p w_{di}^p\right)^{\frac{1}{p}} \left(\sum_{i=1}^{n} w_{qi}^p\right)^{-\frac{1}{p}}$

Замечания:

- p - параметр модели и требует подбора.
- Указанные формулы необходимо рекурсивно применять в соответствии с разбором запроса на элементарные булевы функции, используя в качестве веса для некоторой подформулы значение функции *sim* на ней.

Векторная модель документа

- Документы и запросы представляются в виде разреженных векторов размерности $|T|$ (размер словаря, количество термов):

$$d_i = \{w_{d_i1}, w_{d_i2}, \ldots, w_{d_i|T|}\}$$

$$q = \{w_{q1}, w_{q2}, \ldots, w_{q|T|}\}$$

- Каждая компонента вектора соответствует появлению определённого терма: если w_{d_ij} отличен от нуля, значит терм t_j встретился в документе d_i.
- Метрика схожести документа и запроса(или другого документа) - косинус угла между их векторными представлениями.

Векторная модель документа

Замечания

- На веса никакие ограничения не накладываются.

Плюсы (относится и к расширенному булевому поиску)

- Учитывает веса слов.
- Допускает отсутствия слов запроса в документе.
- Позволяет ранжировать результаты.

Недостатки (относится и к расширенному булевому поиску)

- Модель подразумевает, что слова появляются в тексте независимо.
- Не учитывается порядок слов.
- Не учитывается смысл документа - если важное слово заменить на синоним, документ может перестать быть релевантным с точки зрения модели.

Расчёт весов термов

Веса термов влияют на разные метрики близости документов.

- Чем больше вес - тем больше вклад в метрику.
- Поэтому хочется давать большой вес «важным» словам.

Как понять, что слово важное?

- Если слово запроса часто встречается в документе, стоит считать его важным.
- Если только это слово не встречается часто во всех документах.

Учтя вышесказанное, возьмём в рассмотрение следующие характеристики:

- Частота терма в документе (tf).
- Доля документов с данным термом (df).

Term Frequency

$f_{t,d}$ - количество вхождений терма t в документ d. $|d|$ - общее количество термов в документе. $tf(t,d)$ - способ придать терму вес относительно данного документа. Возможны варианты:

- $tf(t,d) = \{0,1\}$ (входит / не входит).
- $tf(t,d) = f_{t,d}$.
- $tf(t,d) = f_{t,d}/|d|$, $tf(t,d) = f_{t,d}/max_{t' \in d} f_{t',d}$.
- $tf(t,d) = 1 + log(f_{t,d})$.
- $tf(t,d) = K + (1-K)f_{t,d}/max_{t' \in d} f_{t',d}$, $K \in [0,1)$.

Выбор конкретной схемы зависит от задачи, например, для расширенного булева поиска необходимы веса из $[0,1]$.

Inverse Document Frequency

$|D|$ - общее количество документов в коллекции D (корпусе). n_t - количество документов, в которых встретился терм t. $idf(t)$ - способ придать вес терму относительно всей коллекции документов, указывающий на количество информации, которое несёт появление терма:

- $idf(t) = \log \frac{|D|}{n_t}$.
- $idf(t) = \log \frac{|D|}{n_t+1}$.
- $idf(t) = \log \frac{max_{t' \in d} n_{t'}}{n_t+1}$.
- $idf(t) = idf(t) / max_{t' \in d} idf(t')$.

TF-IDF

$$tfidf(t, d) = tf(t, d)idf(t)$$

- С одной стороны, компонент $tf(t, d)$ увеличивает вес с увеличением количества вхождений терма в документ.
- С другой стороны, компонент $idf(t)$ стремится к нулю при увеличении доли документов, в которых встретился терм.
- $tfidf(t, d)$ максимален для самого частотного терма t, который встречается только в документе d. Можно считать, что такой терм идеально характеризует свой документ.

Вероятностная модель

В основе модели лежит попытка вероятностно-статистически обосновать понятие релевантности документа запросу и вычислить вероятность того, что пользователь оценит данный документ как релевантный. Воспользовавшись Байесовскими правилами, можно сделать следующие выводы:

- Если $P(R = 1|D) > P(R = 0|D)$, можно считать документ D релевантным.
- $P(R|D) = P(D|R)P(R)/P(D)$.

Все вычисления произведены в условиях наличия некоторого запроса. Проблемой является вычисление вероятностей $P(D|R)$.

Бинарная модель независимости

- С целью сделать $P(D|R)$ вычислимой на практике, предполагается независимость появления термов в документе: $P(D = d|R) = \prod_{i=1}^{|d|} P(t_i|R)$.
- Изначально этот результат использовался для выставления весов термов для векторной модели:

$$w_i = \log \frac{p_i(1 - u_i)}{u_i(1 - p_i)}$$

Где p_i - вероятность встретить терм t_i в релевантном документе, а u_i - в нерелевантном.

Бинарная модель независимости

Теперь проблемой является вычисление $p_i = P(t_i|R = 1)$ и $u_i = P(t_i|R = 0)$. Подход к решению данной проблемы зависит от доступных данных:

- Если на этапе настройки для каждого запроса есть список релевантных документов, можно явно оценить вероятности через частоты с учётом независимости термов.
- Если имеется информация о том, какие документы релевантны некоторым запросам (не известно каким), то можно считать, что распределения термов различаются только между релевантными/нерелевантными документами.
- Если ничего не известно, то можно самим попытаться восстановить множество релевантных документов, например, более строгой моделью поиска.
- ...

Okapi BM25

$$sim(d,q) = \sum_{i=0}^{|q|} idf(t_i) \frac{tf(t_i,d)(k+1)}{tf(t_i,d) + k((1-b) + b\frac{|d|}{average|d_j|, d_j \in D})}$$

- Okapi - поисковая система, созданная в Лондонском городском университете. BM - best match.
- k и b - подбираемые параметры.
- По сей день может использоваться как фактор для более сложных функций ранжирования.

Обобщенная векторная модель

Одним из недостатков векторной модели является предположение о независимости термов. В статье[1] предлагается один из вариантов устранения этого недостатка. Для удобства будем пользоваться обозначениями, введёнными авторами:

- $D = \{\overline{d}_\alpha\}, \alpha = 1, ..., p$ - коллекция документов.
- $\overline{q}$ - запрос
- $\{\overline{t}_i\}, i = 1, ..., n$ - нормированные, но в общем случае не ортогональные, векторы, соответствующие термам t_i.

[1] Wong, S. K. M.; Ziarko, Wojciech; Wong, Patrick C. N. (1985), Generalized vector spaces model in information retrieval

Обобщенная векторная модель

В соответствии с векторной моделью документа и учтя, что векторы термов не ортогональны, а мера схожести - скалярное произведение, можно записать:

- $\overline{d}_\alpha = \sum_{i=1}^{n} a_{\alpha i}\overline{t}_i$, $\overline{q} = \sum_{j=1}^{n} q_j\overline{t}_j$ - разложение документа и запроса по векторам $\{\overline{t}_i\}$.
- $sim(\overline{d}_\alpha, \overline{q}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{\alpha i}q_j\ \overline{t}_i \cdot \overline{t}_j$ - их скалярное произведение.

Для вычисления меры схожести нет необходимости знать непосредственное представление для $\{\overline{t}_i\}$, необходимы лишь попарные скалярные произведения. Обратим внимание, что пространство, в котором лежат $\{\overline{t}_i\}$ может быть произвольной размерности.

Обобщенная векторная модель

Отличия обобщённой векторной модели от обыкновенной:

- Отказ от конкретного описания пространства, в котором лежат векторы термов $\{\overline{t}_i\}$. При решении конкретной задачи, такое пространство будет введено явно или неявно, но только для вычисления $\overline{t}_i \cdot \overline{t}_j$.
- Отказ от предположения о независимости термов.

Данные решения усложнили вычисление меры схожести запроса и документа, так как теперь требуются скалярные произведения $\overline{t}_i \cdot \overline{t}_j$, которые раньше выпадали из вычислений из-за независимости термов.
Следующий шаг - привести пример построения скалярного произведения $\overline{t}_i \cdot \overline{t}_j$, обладая только данными из обыкновенной векторной модели.

Обобщенная векторная модель

В качестве $\bar{t}_i \cdot \bar{t}_j$ можно воспользоваться нормализованной поточечной взаимной информацией NPMI[2]. Если X и Y - дискретные случайные величины, а $P(X = x) = p(x)$, то

$$PMI(x, y) = \log_2 \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} = \log_2 p(x, y) - \log_2 p(x) - \log_2 p(y)$$

$$NPMI(x, y) = PMI(x, y)/(-\log_2 p(x, y))$$

$NPMI(x, y) \in [-1, 1]$ и обладает следующими свостваами:

- $NPMI(x, y) = -1$ для несовместных событий.
- $NPMI(x, y) = 0$ для событий, появляющихся независимо.
- $NPMI(x, y) = 1$ для событий, которые появляются только вместе.

[2]Bouma, Gerlof (2009). Normalized (Pointwise) Mutual Information in Collocation Extraction

Обобщенная векторная модель

Создатели модели предлагают и свой подход. Начнём с простого примера. Пусть у нас есть коллекция документов D, в которой документы состоят только из двух термов t_1 и t_2.

- $D = D_{t_1,-t_2} \sqcup D_{t_1,t_2} \sqcup D_{-t_1,t_2}$ - разбиение D на подмножества в соответствии с наличием/отсутствием соответствующего терма.
- Интуиция подсказывает:
  - $|D_{t_1,t_2}|$ должна быть непосредственно связана с $\overline{t}_i \cdot \overline{t}_j$.
  - Вектор $\overline{t}_1$ должен быть суммой вкладов от $D_{t_1,-t_2}$ и D_{t_1,t_2} (симметрично и для $\overline{t}_2$). Это предположение является неявным вводом пространства для $\{\overline{t}_i\}$, источником независимости и попыткой получить как можно больше информации от обыкновенной векторной модели.

Обобщенная векторная модель

В соответствии с интуитивными предположениями запишем:

$$\overline{t}_1 = \frac{|D_{t_1,-t_2}|\overline{m}_1 + |D_{t_1,t_2}|\overline{m}_2}{\sqrt{|D_{t_1,-t_2}|^2 + |D_{t_1,t_2}|^2}} \quad \overline{t}_2 = \frac{|D_{t_1,t_2}|\overline{m}_2 + |D_{-t_1,t_2}|\overline{m}_3}{\sqrt{|D_{t_1,t_2}|^2 + |D_{-t_1,t_2}|^2}}$$

$$\overline{t}_1 \cdot \overline{t}_2 = \frac{|D_{t_1,t_2}|^2}{\sqrt{|D_{t_1,-t_2}|^2 + |D_{t_1,t_2}|^2}\sqrt{|D_{t_1,t_2}|^2 + |D_{-t_1,t_2}|^2}}$$

Где $\{\overline{m}_1, \overline{m}_2, \overline{m}_3\}$ - некоторый ортонормированный базис. Каждый вектор $\overline{m}_i$ отвечает некоторому максимальному по размеру подмножеству документов с одинаковой «маской» вхождения/невхождения термов.

Обобщенная векторная модель

Усложним ситуацию. Пусть теперь:

$$D = D_{t_1,t_2,t_3} \sqcup D_{-t_1,t_2,t_3} \sqcup \ldots \sqcup D_{-t_1,t_2,-t_3} \sqcup D_{-t_1,-t_2,t_3}$$

Теперь у t_1 (как и у остальных) больше способов войти в документ относительно наличия остальных термов:

$$\overline{t}_1 = \frac{1}{N_1}(|D_{t_1,t_2,t_3}|\overline{m}_1 + |D_{t_1,-t_2,t_3}|\overline{m}_3 + |D_{t_1,t_2,-t_3}|\overline{m}_4 + |D_{t_1,-t_2,-t_3}|\overline{m}_5)$$

$$N_1 = \sqrt{|D_{t_1,t_2,t_3}|^2 + |D_{t_1,-t_2,t_3}|^2 + |D_{t_1,t_2,-t_3}|^2 + |D_{t_1,-t_2,-t_3}|^2}$$

$$\ldots$$

Выражение для скалярного произведения примет вид:

$$\overline{t}_1 \cdot \overline{t}_2 = \frac{1}{N_1 N_2}(|D_{t_1,t_2,t_3}|^2 + |D_{t_1,t_2,-t_3}|^2)$$

Обобщенная векторная модель

Для упрощения записи формул случая общего вида воспользуемся обозначениями из булевой алгебры.

- Пусть $m_k = t_1^{\delta_1} \wedge ... \wedge t_n^{\delta_n}$ - некоторый элемент булевой алгебры, отвечающий вектору $\overline{m}_k$. Где

$$t_i^{\delta_i} = \begin{cases} t_i & \text{если } \delta_i = 1 \\ \neg t_i & \text{иначе} \end{cases}$$

  обозначает наличие или отсутствие соответствующего терма в документе.
- Каждый элемент t_i может быть представлен в виде $t_i = m_{i_1} \vee ... \vee m_{i_r}$, где операция производится над всеми такими m_{i_j}, для которых $m_{i_j} \vee t_i = t_i$.
- В соответствии с предыдущим пунктом: $\overline{t}_i = \sum_{j=1}^{r} c_j(t_i)\overline{m}_{i_j}$

Обобщенная векторная модель

Стоит сделать несколько замечаний:

- $\{\overline{m}_1, ..., \overline{m}_{2^n}\}$ - как было сказано выше, произвольный ортонормированный базис. В явном виде эти векторы при вычислениях никогда не появляются.
- Как вычислять $c_j(t_i)$? Возможны несколько вариантов:
  - Положить $c_j(t_i) = 1$. Самый простой случай, соответствует обычному булеву поиску (не в прямом смысле).
  - Вычислять $c_j(t_i)$ как было предложено при рассмотрении простых примеров.
  - Попытаться обобщить предыдущий вариант и воспользоваться изначальным векторным представлением документов.

Обобщенная векторная модель

Воспользуемся весами термов $a_{\alpha i}$ из обыкновенной векторной модели для подсчёта $c_j(t_i)$.

- Пусть для каждого $m_k = t_1^{\delta_1} \wedge \ldots \wedge t_n^{\delta_n}$:

$$D(m_k) = D_{t_1}^{\delta_1} \cap \ldots \cap D_{t_n}^{\delta_n}$$

$$D_{t_i}^{\delta_i} = \begin{cases} D_{t_i} & \text{если } \delta_i = 1 \\ D_{-t_i} & \text{иначе} \end{cases}$$

- Тогда $c_j(t_i) = \sum_{\{\alpha : d_\alpha \in D(m_{i_j})\}} a_{\alpha i}$ и если необходимо занормировать $\overline{t}_i$:

$$\overline{t}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{r} c_j(t_i) \overline{m}_{i_j} \quad N_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{r} c_j^2(t_i)}$$

Обобщенная векторная модель

Достоинства обобщённой векторной модели:

- Отказ от изначально неверного предположения о независимости термов, что даёт более точную меру схожести.

Недостатки:

- Сложна для вычисления, требует хранить матрицу скалярных произведений.
- Не учитывает порядок термов (можно исправить с помощью n-граммного индекса).

Latent Semantic Indexing

Как уже было сказано выше, проблемами векторной модели являются:

- Предположение о независимости термов.
- Синонимы. Одинаковый смысл может быть передан разными словами.
- Многозначные слова, имеющие разный смысл в зависимости от контекста.

LSI[3] была разработана с учётом всех этих недостатков.

[3] Deerwester, S., et al, Improving Information Retrieval with Latent Semantic Indexing. (1988)

Latent Semantic Indexing

- Идея (Deerwester et al):
  "We would like a representation in which a set of terms, which by itself is incomplete and unreliable evidence of the relevance of a given document, is replaced by some other set of entities which are more reliable indicants. We take advantage of the implicit higher-order (or latent) structure in the association of terms and documents to reveal such relationships."
- Будем полагаться на принцип: чем чаще два слова встречаются в похожих контекстах, тем ближе они по смыслу.

Latent Semantic Indexing

Важно учитывать, что подразумевается под «контекстом»:

- Word2Vec - несколько слов перед и после текущей позиции.
- LSI - факт появления в одном документе.

LSI заключается в переходе из исходного пространства классической векторной модели в пространство меньшей размерности. Данный переход можно осуществить с помощью *SVD*. Для вычислений по модели LSI достаточно матрицы *терм-документ*.

Latent Semantic Indexing

Последовательность шагов:

- Построить матрицу *терм-документ* $A = \{a_{ij} = tf_{ij}\}$ (где каждому терму соответствует строка, а документу - столбец), заполненную частотами термов.
- Отнормировать матрицу A следующим образом (можно и другими способами):

$$\hat{a}_{ij} = g_i \log(a_{ij} + 1), \quad g_i = \sum_{j=1}^{|D|} \frac{p_{ij} \log p_{ij}}{\log |D|}, \quad p_{ij} = \frac{tf_{ij}}{\sum_{k=1}^{|D|} tf_{ik}}$$

(чтобы понять, окуда столько логарифмов, следует обратиться к преобразованию Бокса-Кокса. *SVD* предполагает нормальность данных, а частоты слов далеко не нормальны - они подчиняются закону Ципфа)

Latent Semantic Indexing

Последовательность шагов:

- С помощью SVD(Truncated SVD) построить разложение $\hat{A} \approx TSD^T$ с r наибольшими сингулярными числами. Представление документа во внутреннем r-мерном пространстве и есть искомое представление. Каждая компонента в нём - соответствие некоторой «тематике».
- Для необходимых документов выполнить преобразование $d_{LSI} = d^T TS^{-1}$, где d - столбец $\hat{A}$ или соответствующим образом преобразованный запрос в формате векторной модели.
- Выполнить сравнения с помощью скалярного произведения в r-мерном пространстве.

Latent Semantic Indexing

Достоинства модели:

- Учитывает зависимость появления термов, наличие синонимии и нескольких смыслов у слов.

Недостатки:

- Вычислительная сложность при построении модели.
- Вычислительная сложность при поиске - необходимо сравнить запрос с каждым документом в коллекции.

Языковые модели, лингвистика и NLP

Языковые модели. Мотивация

Определение

Языковая модель - это вероятностное распределение на последовательностях термов.

В большинстве задач информационного поиска необходимо вычислять вероятность появления заданной последовательности слов или символов. Мы уже убедились, что это необходимо как минимум для построения адекватной меры схожести запросов и документов.
Но необходимость в языковой модели может появиться уже раньше: в языке может не быть выделенной границы между словами, или, например, могут опускаться гласные.

Языковые модели. Мотивация

Другие применения языковой модели:

- Порождение текста - генеративная модель языка.
- Распознавание речи. Необходимо определить, какая из интерпретаций фразы наиболее вероятна.
- Категоризация текстов. Модель может быть построена не по всему языку, а например, только по научным статьям.

Рассмотрим некоторые простые закономерности, которые могут быть полезны при работе с текстом.

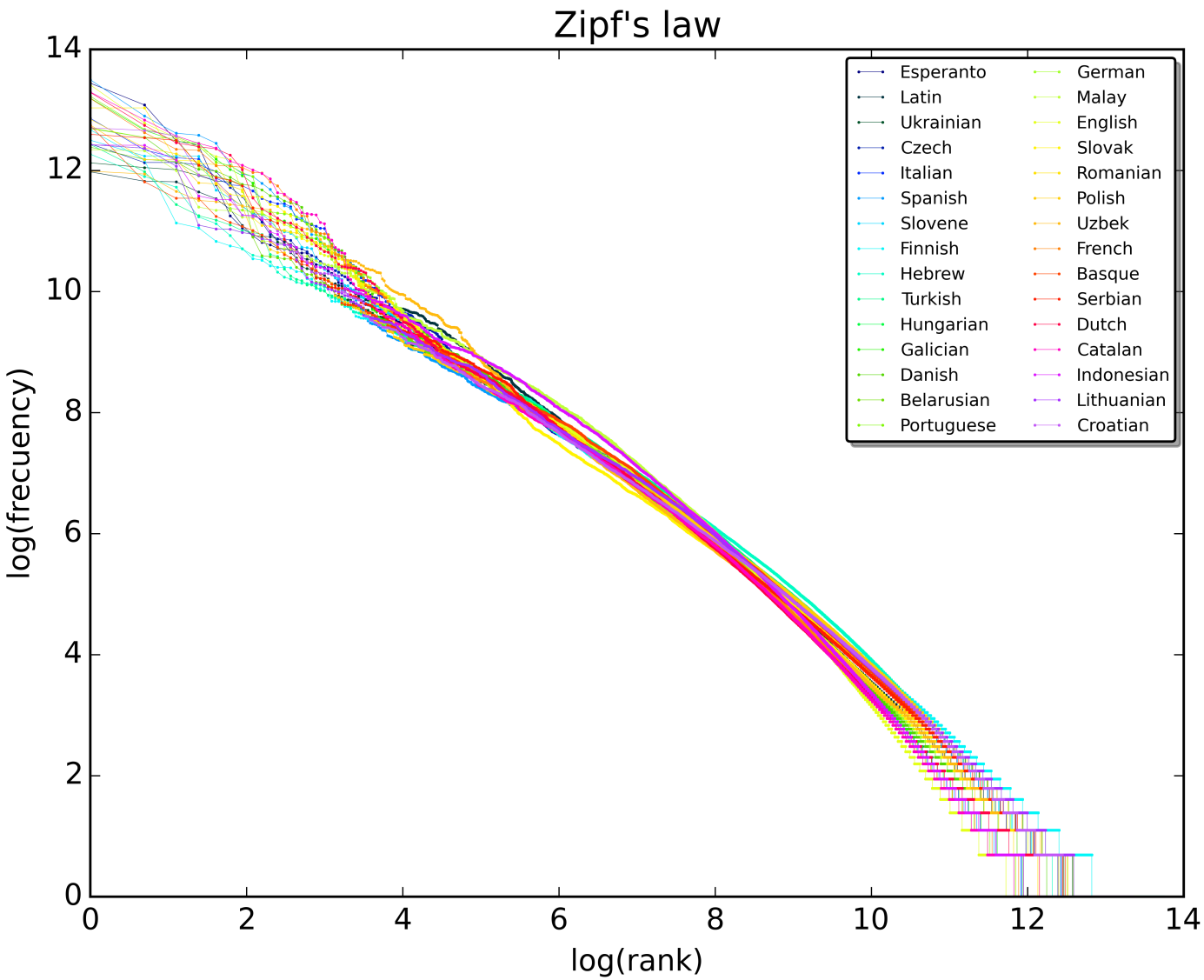
Простые закономерности. Zipf Law

На практике часто оказывается, что некоторые характеристики исследуемых объектов, такие как частота (появления) или размер (группы), подчиняются одному закону - закону Ципфа, который связывает вероятность появления объекта с его рангом k в списке, отсортированном по некоторому параметру:

$$f(k; s, N) = \frac{1/k^s}{\sum_{n=1}^{N} 1/n^s}$$

Здесь s - параметр модели. Простыми словами: количество объектов, находящихся в списке на позиции k, обратно пропорционально k в некоторой степени s.

Простые закономерности. Zipf Law



Простые закономерности. Zipf Law

Закону Ципфа подчиняются:

- Частоты слов в большинстве языков (даже искусственных).
- Размеры городов. Размеры корпораций.
- Прибыль, зарплаты.
- Аудитории телеканалов.
- Размеры групп похожих документов в интернете.

Простые закономерности. Heaps' Law

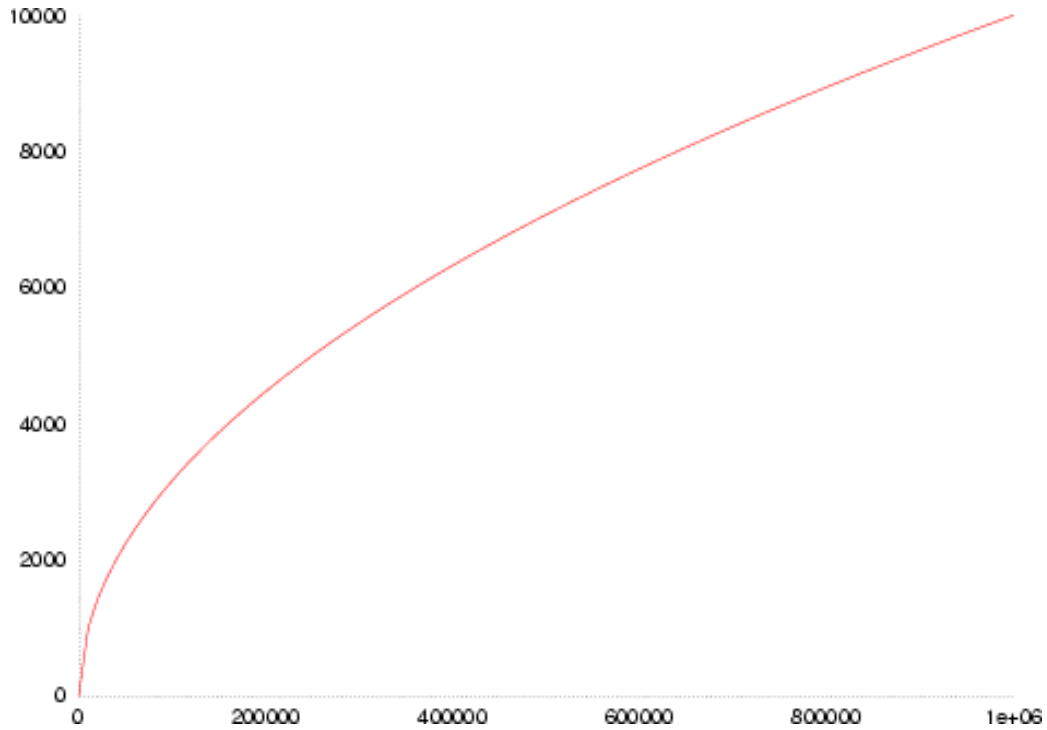
Другой полезный закон - Heaps' law, связан с увеличением словаря при добавлении новых документов. Его также называют Herdan's law. Закон выражает размер словаря как функцию от количества документов:

$$|T| = K|D|^{\beta}$$

Здесь β - параметр модели.
Также, как и закон Ципфа, данный закон применим не только к словарю термов коллекции документов.

Простые закономерности. Zipf Law

Примерная зависимость количества слов от размера текста:



Униграммная модель языка

Самая простая модель, для вычисления вероятности последовательности термов использует только маргинальные вероятности:

$$P(t_1 t_2 t_3) = P(t_1)P(t_2|t_1)P(t_3|t_1 t_2)$$

$$P_{1-gramm}(t_1 t_2 t_3) \approx P(t_1)P(t_2)P(t_3)$$

Знак $\approx$ в данном случае не означает примерное совпадение, он лишь указывает на способ приближения. Данная модель применялась нами ранее в простых моделях поиска.

N-граммная модель языка

Недостатки униграммной модели очевидны. Для построения более правдоподобной модели необходимо учитывать контекст:

$$P(t_1 t_2 t_3 t_4) = P(t_1)P(t_2|t_1)P(t_3|t_1 t_2)P(t_4|t_1 t_2 t_3)$$

$$P_{2-gramm}(t_1 t_2 t_3 t_4) \approx P(t_1)P(t_2|t_1)P(t_3|t_2)P(t_4|t_3)$$

$$P_{3-gramm}(t_1 t_2 t_3 t_4) \approx P(t_1)P(t_2|t_1)P(t_3|t_1 t_2)P(t_4|t_2 t_3)$$

$$P_{n-gramm}(t_1 \dots t_m) \approx \prod_{i=1}^{m} P(t_i|t_{i-(n-1)} \dots t_{i-1})$$

Здесь $P(t_i|t_{i-1})$ означает вероятность встретить терм t_i после t_{i-1}. Следует заметить, что отдельный интерес могут представлять и сами вероятности $P(t_i|t_{i-(n-1)} \dots t_{i-1})$ - вероятности встретить слово в текущем контексте.

N-граммная модель языка. Skip-gram

Для некоторых задач, в которых необходимо, например, учесть и левый и правый контекст слова или снизить влияние перестановок рядом стоящих слов, можно воспользоваться подходом k-skip-n-gram.

Определение

k-skip-n-gram - подпоследовательность исходного текста, обладающая длиной k, в которой каждый терм находится в тексте на расстоянии, не большем, чем n.

N-граммная модель языка. Сглаживание

Для работы с n-граммными моделями (и другими, основанными на умножении вероятностей) необходимо знать условные вероятности появления термов, например, для биграммной модели: $P(t_i|t_{i-1}) = c(t_{i-1}t_i)/\sum_j c(t_{i-1}t_j)$.
Если в тексте, для которого вычисляется вероятность, встречается новое для модели слово, итоговая вероятность $P_{n-gramm}(t_1...t_m)$ будет равна нулю. Это, обычно, не то, что требуется.
Самая простая идея, «add-one smoothing»:

$$P(t_i|t_{i-1}) = \frac{1 + c(t_{i-1}t_i)}{|T| + \sum_j c(t_{i-1}t_j)}$$

В дальнейшем будем рассматривать методы сглаживания на примере биграммной модели.

Сглаживание: Additive

Будем считать, что мы «видели» каждую n-грамму на δ раз больше, чем на самом деле:

$$P_{add}(t_i|t_{i-1}) = \frac{\delta + c(t_{i-1}t_i)}{\delta|T| + \sum_j c(t_{i-1}t_j)}$$

Обычно выбирают $0 < \delta \leq 1$.
Это один из самых простых методов, но он достаточно не точный.

Сглаживание: Good-Turing estimation

- Предположим, некоторая n-грамма α появляется в корпусе с некоторой неизвестной вероятностью p.
- Допустим, что все вхождения α в корпус независимы, а количество вхождений подчинено биномиальному распределению:

$$P(c(\alpha) = r) = C_N^r p^r (1-p)^{N-r}$$

- Для построения модели нам необходимо найти ожидаемое количество вхождений:

$$E_N[c^*(\alpha)] = \sum_{r=0}^{N} r C_N^r p^r (1-p)^{N-r}$$

- Но нам не известна p.

Сглаживание: Good-Turing estimation

- Пусть n_r - количество n-грамм, которые встретились ровно r раз.
- Допустим, мы имеем s различных n-грамм $\alpha_1, ..., \alpha_s$, которые встречаются с вероятностями $p_1, ..., p_s$ соответственно.
- Тогда

$$E_N[n_r] = \sum_{i=1}^{s} P(c(\alpha_i = r)) = \sum_{i=1}^{s} C_N^r p_i^r (1 - p_i)^{N-r}$$

Сглаживание: Good-Turing estimation

- Нам не известны p_i, но у нас есть формула для $E_N[n_r]$, мы можем подсчитать n_r по корпусу и надеяться, что для небольших r выполнено $E_N[n_r] \approx n_r$.
- Так как нам известно конкретное количество вхождений r:

$$E_N[c^*(\alpha)|c(\alpha) = r] = N \sum_{i=1}^{s} p_i \frac{P(c(\alpha_i) = r)}{\sum_{j=1}^{s} P(c(\alpha_j) = r)}$$

так как каждая из s n-грамм может встречаться r раз и

$$P(\alpha = \alpha_i|c(\alpha) = r) = \frac{P(c(\alpha_i) = r)}{\sum_{j=1}^{s} P(c(\alpha_j) = r)}$$

Сглаживание: Good-Turing estimation

$$E_N[c^*(\alpha)|c(\alpha) = r] = \frac{N\sum_{i=1}^{s} p_i P(c(\alpha_i) = r)}{\sum_{j=1}^{s} P(c(\alpha_j) = r)}$$

- Знаменатель - $E_N[n_r]$ по определению.
- Раскроем скобки в числителе:

$$N\sum_{i=1}^{s} p_i P(c(\alpha_i) = r) = (r+1)\frac{N}{N+1}\sum_{i=1}^{s} C_{N+1}^{r} p_i^{r+1}(1-p_i)^{N-r} =$$

$$= (r+1)\frac{N}{N+1}E_{N+1}[n_{r+1}] \approx (r+1)E_{N+1}[n_{r+1}]$$

Сглаживание: Good-Turing estimation

- Подставив всё в исходную формулу, получим:

$$r^* = E_N[c^*(\alpha)|c(\alpha) = r] = (r+1)\frac{E_{N+1}[n_{r+1}]}{E[n_r]}$$

- Можно сделать следующее допущение:

$$r^* = (r+1)\frac{n_{r+1}}{n_r}$$

- Как интерпретировать этот результат?

Сглаживание: Good-Turing estimation

- Интерпретация: давайте «перенесём» часть вероятности с n-грамм, которые встретились нам $r+1$ раз, на n-граммы, которые встретились r раз.
- Как следствие, перенесём вероятность с n-грамм, которые встретились по одному разу, на ни разу не встречавшиеся n-граммы.
- Пусть n_r - количество n-грамм, встретившихся ровно r раз. Для каждого r необходимо вычислить

$$r^* = (r+1)\frac{n_{r+1}}{n_r}, \quad n_0 = N$$

- Тогда при $N = \sum_{r=0}^{\infty} r^* n_r = \sum_{r=1}^{\infty} r n_r$ будем иметь:

$$P_{GT}(t_i | t_{i-1} : c(t_{i-1}t_i) = r) = r^*/N$$

Сглаживание: Good-Turing estimation

Данный подход обладает рядом недостатков и сталкивается с некоторыми проблемами:

- Для больших r часто встречается ситуация $n_r = 0$.
- Для больших r, даже при отсутствии «дыр» в частотах, значения n_r достаточно зашумлены, ведь правильнее писать:

$$r^* = (r+1)\frac{E[n_{r+1}]}{E[n_r]}$$

- Но как вычислить математические ожидания?

Данные проблемы делают метод Good-Turing estimation неудобным для применения «как есть». Но он является фундаментом для построения других методов.

Сглаживание: Jelinek-Mercer interpolation

Допустим, $c(\text{мама мыла}) = 0$ и $c(\text{мама шыла}) = 0$ тогда:

- Рассмотренные до этого момента методы дадут одинаковый результат:

$$P(\text{мыла}|\text{мама}) = P(\text{шыла}|\text{мама})$$

- Что выглядит неправдаподобно, так как, очевидно, что:

$$P(\text{мыла}|\text{мама}) > P(\text{шыла}|\text{мама})$$

- Необходимо «смешать» биграммную и униграммную модели.

Сглаживание: Jelinek-Mercer interpolation

- Смесь моделей можно записать в виде:

$$P_{JM}(t_i|t_{i-1}) = \lambda_{t_{i-1}} P(t_i|t_{i-1}) + (1 - \lambda_{t_{i-1}}) P(t_i)$$

- $\lambda_{t_{i-1}}$ можно подобрать EM-алгоритмом, или, например, задать одинаковыми исходя из представлений о языковой модели. Но оптимальные значения должны быть связаны с контекстом t_{i-1}: для частого контекста - большие значения $\lambda_{t_{i-1}}$.
- Естественным рекурсивным образом распространяется на остальные n-граммные модели для $n \geq 2$.

Сглаживание: Katz smoothing

- Как и в методе Good-Turing, предлагается искусственно снизить частоты биграмм, которые встретились $r \geq 1$ раз, с помощью понижающего коэффициента d_r:

$$c_{katz}(t_{i-1}t_i) = d_{c(t_{i-1}t_i)}c(t_{i-1}t_i)$$

- Полученную массу необходимо распределить между биграммами, встретившимися 0 раз, в соответствии с языковой моделью предыдущего порядка (униграммной моделью):

$$c_{katz}(t_{i-1}t_i) = \alpha(t_{i-1})c(t_i)$$

Сглаживание: Katz smoothing

- Построенная модель будет иметь вид:

$$P_{katz}(t_i|t_{i-1}) = \frac{c_{katz}(t_{i-1}t_i)}{\sum_j c_{katz}(t_{i-1}t_j)}$$

- $\alpha(t_{i-1})$ вычисляются исходя из условия $\sum_i P_{katz}(t_i|t_{i-1}) = 1$:

$$\alpha(t_{i-1}) = \frac{1 - \sum_{i:c(t_{i-1}t_i)>0} P_{katz}(t_i|t_{i-1})}{\sum_{j:c(t_{i-1}t_i)=0} P(t_i)}$$

Сглаживание: Katz smoothing

Для вычисления d_r Katz предлагает следующий подход:

- Если $r > k$ (обычно $k = 5$), то будем считать, что сглаживание не требуется: $d_r = 1$.
- В остальных случаях потребуем соответствия модели Good-Turing:
  - $1 - d_r = \mu(1 - r^*/r)$ - «унесённая» масса пропорциональна соответствующей величине в Good-Turing.
  - $\sum_{r=1}^{k} n_r(1 - d_r)r = n_1$ - суммарная масса, перенесённая не неизвестные биграммы, такая же, как и в Good-Turing.

Сглаживание: Katz smoothing

- Подставив всё в исходную формулу, можно получить:

$$d_r = \frac{\frac{r^*}{r} - (k+1)\frac{n_{k+1}}{n_1}}{1 - (k+1)\frac{n_{k+1}}{n_1}}$$

- Аналогично Jelinek-Mercer, рекурсивно распространяется на n-граммные модели более высоких порядков.

Сглаживание: Witten-Bell smoothing

- Выпишем выражение для сглаживания Jelinek-Mercer:

$$P_{JM}(t_i|t_{i-1}) = \lambda_{t_{i-1}} P(t_i|t_{i-1}) + (1 - \lambda_{t_{i-1}}) P(t_i)$$

- Идея: $\lambda_{t_{i-1}}$ можно интерпретировать как вероятность использования модели более высокого порядка.
- Значит $1 - \lambda_{t_{i-1}}$ - вероятность встретить терм t_i в тестовых данных после терма t_{i-1}, при условии, что он не встречался в обучающей выборке в таком контексте.
- Эту вероятность можно оценить с помощью количества уникальных термов, встречавшихся после t_{i-1}.

Сглаживание: Witten-Bell smoothing

- Вычислим количество уникальных термов, встречавшихся после t_{i-1}:

$$N_{1+}(t_{i-1}\bullet) = |\{t_i : c(t_{i-1}t_i) > 0\}|$$

- Тогда выражение для $\lambda_{t_{i-1}}$ примет вид:

$$1 - \lambda_{t_{i-1}} = \frac{N_{1+}(t_{i-1}\bullet)}{N_{1+}(t_{i-1}\bullet) + \sum_j c(t_{i-1}t_j)}$$

Сглаживание: Absolute discounting

- Основано на общей с Jelinek-Mercer идее интерполяции моделей разных порядков.
- Но вместо вычисления $\lambda_{t_{i-1}}$ предлалается вычесть фиксированное $\delta \in [0, 1]$ из всех не нулевых количеств:

$$P_{abs}(t_i|t_{i-1}) = \frac{\max(c(t_{i-1}t_i) - \delta, 0)}{\sum_j c(t_{i-1}t_j)} + \frac{\delta N_{1+}(t_{i-1}\bullet)}{\sum_j c(t_{i-1}t_j)} P(t_i)$$

Сглаживание: Kneser-Ney smoothing

- Основано на модели Absolute discounting с более точным учётом модели низкого порядка: влияние модели низкого порядка должно быть тем больше, чем меньше количество вхождений в модели более высокого порядка.
- Введём обозначения:

$$N_{1+}(\bullet t_i) = |\{t_{i-1} : c(t_{i-1} t_i) > 0\}|$$

$$N_{1+}(\bullet\bullet) = \sum_i N_{1+}(\bullet t_i)$$

$$P_{KN}(t_i) = \frac{N_{1+}(\bullet t_i)}{N_{1+}(\bullet\bullet)}$$

Сглаживание: Kneser-Ney smoothing

Сведём всё воедино:

$$P_{KN}(t_i|t_{i-1}) = \frac{\max(c(t_{i-1}t_i) - \delta, 0)}{\sum_j c(t_{i-1}t_j)} + \frac{\delta N_{1+}(t_{i-1}\bullet)}{\sum_j c(t_{i-1}t_j)} P_{KN}(t_i)$$

Модификация данного подхода, заключающаяся в подборе отдельного δ для каждого n, является одним из лучших методов сглаживания.

Поисковый робот

Поисковый робот

- Система для массового скачивания и обработки документов.
- Возможны «pull» и «push» модели:
  - В «push» модели поставщик сам отправляет данные в поисковик.
  - В «pull» модели поисковик находит и скачивает документы для индексации.

  «push» модель не прижилась по нескольким причинам, в том числе из-за сложности.
- Базовый алгоритм: начав с некоторого начального множества URL-ов (seed-ы) в очереди, скачать все доступные документы, распарсить, найденные ссылки положить в очередь и перейти к начальному шагу.

Проблемы

- Масштаб и масштабируемость. Интернет содержит огромное количество страниц, растущее с каждым днём. Многие страницы достаточно часто обновляются.
- Выбор контента. Нет возможности ни скачать весь интернет, ни сохранить его на диске.
- Вежливость. Робот не должен создавать излишней нагрузки на обходимые сайты.
- Интеллектуальность. Необходимо избегать ловушек - специально организованных множеств страниц, по которым робот может ходить бесконечно.

Проблемы

- Свежесть и возраст vs полнота. Небольшое подмножество документов обновляется очень часто, например, новостные сайты. Другие обновляются редко, но их на много больше.
- Хранение скачанного контента. Большому роботу требуется специализированное хранилище данных.
- Дублирующийся контент.
- Deep Web. Не весь полезный контент доступен по прямым ссылкам.

Взаимодействие с администратором ресурса

- RSS. Упрощает поиск новых документов на сайте.
- Sitemap. Содержит следующую информацию:
  - Список документов на сайте.
  - Время последнего обновления документов.
  - Примерную частоту обновлений.
- robots.txt. Содержит указания для робота относительно того, какие разделы сайта разрешены или запрещены к индексации.

Нормализация URL

Нормализации, сохраняющие исходное написание:

- Конвертация в нижний регистр схемы и хоста.
- Перевод в верхний регистр управляющих конструкций.
- Перекодировка управляющих конструкций в явные символы.
- Удаление порта по умолчанию.

Нормализация с частичным сохранением исходного написания:

- Добавление конечного слеша.
- Удаление сегментов-точек.

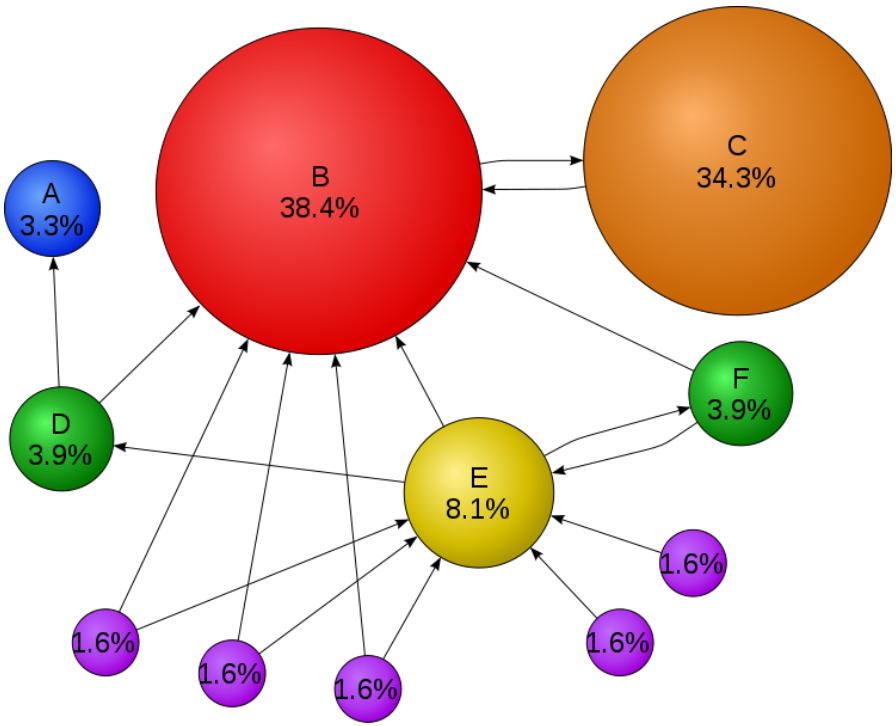
Нормализация URL

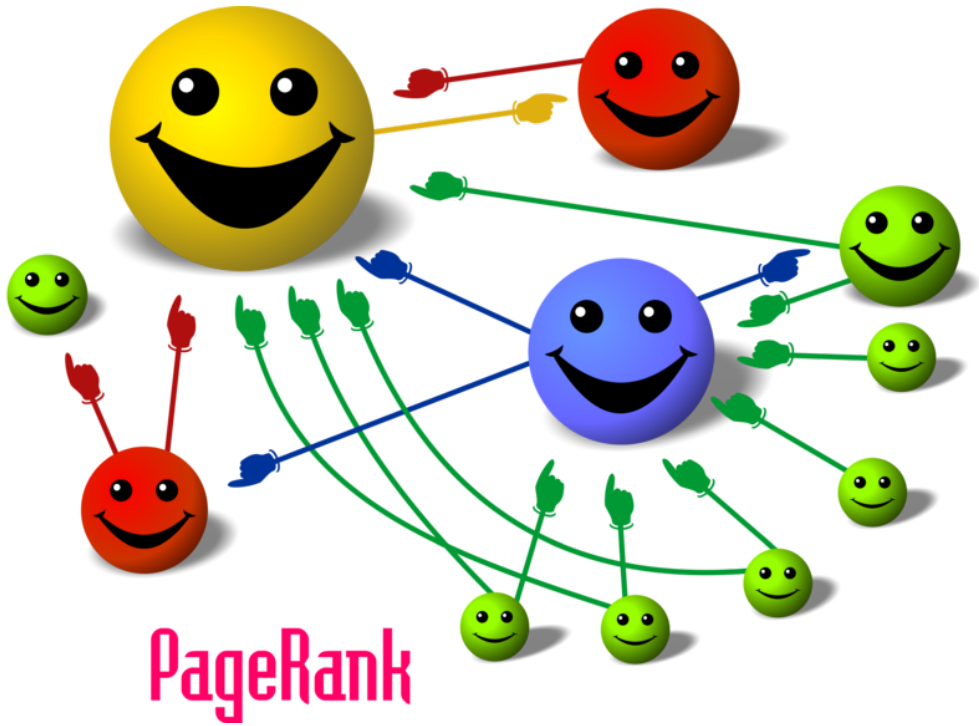
Нормализации, изменяющие написание:

- Удаление головного индекса.
- Удаление фрагментов.
- Замена IP адреса именем домана.
- Сокращение идентификаторов протоколов.
- Удаление дублированных слешей.
- Удаление или добавление «www» как элемента верхнего доменного уровня.
- Сортировка параметров запросов.
- Удаление неиспользуемых переменных в запросе.
- Удаление параметров запроса по умолчанию.
- Удаление «?» при пустом запросе.

Page Rank

Характеристика «важности» веб-страницы, предложенная[4] С. Брином и Л. Пейджем, основанная на предположении, что «хорошие» страницы должны ссылаться на хорошие.





[4]Brin, S.; Page, L. (1998). "The anatomy of a large-scale hypertextual Web search engine"

Page Rank

Page Rank задаёт вероятностное распределение на страницах. Соответствующие значения можно интерпретировать как вероятность того, что случайно блуждающий по ссылкам пользователь окажется на текущей странице.

$$PR(d_i) = \frac{1-\delta}{N} + \delta \sum_{d_j \in M(d_i)} \frac{PR(d_j)}{|L(d_j)|}$$

где $d_1, ..., d_N$ - рассматриваемые страницы, $M(d_i)$ - множество ссылок, входящих в d_i, $L(d_j)$ - множество исходящих ссылок с d_j.

Page Rank. Вычисление

- Итеративное. Можно задаться начальным приближением $PR_0 = \frac{1}{N}\mathbf{1}$ и действовать итеративно:

$$PR_{t+1} = \frac{1-\delta}{N}\mathbf{1} + \delta M R_t, \quad M_{ij} = \begin{cases} 1/|L(p_j)| & , d_j \to d_i \\ 0 \end{cases}$$

- Точное. Алгебраическое решение исходного уравнения выглядит следующим образом:

$$PR = \frac{1-\delta}{N}(I - \delta M)^{-1}$$

Page Rank. Power Method

Допустим, что M - стохастическая матрица. Тогда, если E - матрица из единиц:

$$PR = (\delta M + \frac{1-\delta}{N} E)PR = \hat{M}PR$$

PR - собственный вектор матрицы $\hat{M}$, соответствующий максимальному собственному числу (единице).
Power Method $PR_{t+1} = \hat{M}PR_t$ сходится как раз к такому собственному вектору.

Hyperlink-Induced Topic Search (HITS)

Вычисляет для документа два показателя: «хабовость» и «авторитетность».

- Чем больше данная страница ссылается на авторитетные страницы, тем выше её «хабовость».
- Чем больше хабовых страниц ссылаются на данную, тем выше её «авторитетность».

Аналогично Page Rank, необходимо итеративно обновлять значения:

$$auth(d_i) = \sum_{d_j \in M(d_i)} hub(d_j) \qquad hub(d_i) = \sum_{d_j \in L(d_i)} auth(d_j)$$

HITS. Отличия от Page Rank

- Редко использовался поисковыми системами.
- Выполняется во время запроса над небольшим количеством документов.
- Вычисляет два показателя.

Сходимость Power Method

- Требования:
  - У матрицы A есть одно собственное значение $\lambda_1 > 0$, строго большее по модулю, чем остальные.
  - x_0 не ортогонален v_1 - собственному вектору, соответствующему λ_1.
- Итеративный процесс вида $x_{k+1} = \frac{Ax_k}{||Ax_k||}$.
- На каждой итерации происходит одно умножение матрицы на вектор. Никакие разложения матрицы не нужны.
- Процесс сходится к таким x и λ, что $Ax = \lambda x, |\lambda| = |\lambda_1|$. Почему?

Сходимость Power Method

- Разложим A в жорданову нормальную форму $A = VJV^{-1}$, где первый столбец V - v_1, а первая жорданова клетка в J имеет размер 1×1 и равна $[\lambda_1]$. Существование именно такого разложения следует из исходных требований.
- Представим x_0 в виде $x_0 = c_1 v_1 + ... + c_n v_n$, где $c_1 \neq 0$. Тогда:

$$x_{k+1} = \frac{Ax_k}{||Ax_k||} = \frac{A^{k+1}x_0}{||A^{k+1}x_0||}$$

Сходимость Power Method

Упростим степень матрицы:

$$x_k = \frac{A^k x_0}{||A^k x_0||} = \frac{(VJV^{-1})^k x_0}{||(VJV^{-1})^k x_0||} = \frac{VJ^k V^{-1} x_0}{||VJ^k V^{-1} x_0||}$$

Внесём V^{-1} в скобки:

$$x_k = \frac{VJ^k V^{-1}(c_1 v_1 + ... + c_n v_n)}{||VJ^k V^{-1}(c_1 v_1 + ... + c_n v_n)||} = \frac{VJ^k(c_1 e_1 + ... + c_n e_n)}{||VJ^k(c_1 e_1 + ... + c_n e_n)||}$$

Сходимость Power Method

Вынесем первое слагаемое из под скобок:

$$x_k = \frac{c_1 VJ^k e_1 + VJ^k(\sum_{i=2}^{n} c_i e_i)}{||c_1 VJ^k e_1 + VJ^k(\sum_{i=2}^{n} c_i e_i)||} = \frac{c_1 \lambda_1^k v_1 + VJ^k(\sum_{i=2}^{n} c_i e_i)}{||c_1 \lambda_1^k v_1 + VJ^k(\sum_{i=2}^{n} c_i e_i)||}$$

Вынесем за скобку $c_1 \lambda_1^k$:

$$x_k = \left(\frac{\lambda_1}{|\lambda_1|}\right)^k \frac{c_1}{|c_1|} \frac{v_1 + \frac{1}{c_1} V(\frac{1}{\lambda_1} J)^k(\sum_{i=2}^{n} c_i e_i)}{||v_1 + \frac{1}{c_1} V(\frac{1}{\lambda_1} J)^k(\sum_{i=2}^{n} c_i e_i)||}$$

Сходимость Power Method

Пусть $J_1, ..., J_m$ - жордановы клетки из матрицы J, тогда:

$$\left(\frac{1}{\lambda_1} J_1\right)^k \to [1], \text{ при } k \to \infty$$

$$\left(\frac{1}{\lambda_1} J_i\right)^k \to \mathbf{0}, \text{ при } k \to \infty, \text{ для } i \geq 2$$

Так как J составлена из блоков J_i:

$$\left(\frac{1}{\lambda_1} J\right)^k \to diag\{1, 0, ..., 0\}, \text{ при } k \to \infty$$

Сходимость Power Method

Соответственно, можно записать:

$$\frac{1}{c_1} V \left(\frac{1}{\lambda_1} J\right)^k \left(\sum_{i=2}^{n} c_i e_i\right) \to 0, \text{ при } k \to \infty$$

$$x_k \to \frac{c_1}{|c_1|} v_1, \text{ при } k \to \infty$$

При вычислении Page Rank таким методом, теорема Перрона-Фробениуса и теория стохастических матриц помогают нам следующими фактами:

- $\lambda_1 = 1$.
- Все компоненты A, x_k, v_1 положительны, а следовательно и $c_1 > 0$.

Power Method

- Может быть использован для больших матриц, так как не требует сложных разложений.
- Для многомиллионных ссылочных графов сходится за несколько десятков итераций. Но на практике нет необходимости в такой точности и достаточно меньшего количества итераций.
- Применив преобразование $\tilde{A} = A - \lambda I$ и воспользовавшись методом повторно, можно найти второй собственный вектор...
- На матрицах со значением $|\lambda_2/\lambda_1|$, близким к 1, может долго сходиться (долго не сходиться).

Обнаружение дубликатов

Зачем находить дубли?

- Экономия процессорного времени при сложных операциях с содержимым документа.
- Экономия сетевых ресурсов при передаче контента.
- Экономия дискового пространства.
- Перенос полезного сигнала с дублей на главный документ.
- Пользователи не любят дублирующийся контент в выдаче.

Виды

- Точные дубли.
- Нечёткие дубли (полудубли).
- Зеркала.
- Редиректы (3XX, JS, meta-refresh).
- rel="canonical".
- Незначащие параметры.
- DUST.

Редиректы

- Автоматическое перенаправление браузера с одного URLa на другой.
- Могут быть организованы как:
  - Код 301 - постоянное перенаправление.
  - Код 302/303/307 - временное перенаправление.
  - Перенаправление meta http-equiv="refresh".
  - Перенаправление с помощью JavaScript.

Зеркала, rel="canonical"

- Зеркала:
  - Разные хосты с одинаковым контентом.
  - www/без www, http/https, бекап, переезд...
  - Для обнаружения необходимо одновременно скачивать одинаковые пути с разных сайтов.
- rel="canonical":
  - Используется вебмастерами.
  - Способ явно указать каноническую версию документа в html.

Different URLs with Similar Text (DUST)

- Урлы, преобразуемые друг в друга по определённым правилам, специфичным для хоста:
  - `http://google.com/news`
  - `http://news.google.com`
- По коллекции документов набирается статистика для p и s по дубликатам вида:

$$url_1 = p\alpha s \quad url_2 = p\beta s$$

Контентные дубли

- Точные дубли:
  - Бинарное совпадение индексируемого содержимого документов.
  - Может быть легко организовано в виде сравнения сигнатур (CRC, MD5, SHA).
  - Легко находить группы одинаковых документов.
  - Процедура взятия сигнатуры обычно не устойчива к малым изменениям документа.
- Полудубли:
  - Практически полное совпадение индексируемого содержимого.
  - Что значит «практически»? Нужна метрика схожести.
  - Не все данные из документа необходимо учитывать.

Сигнатура Мелькова-Ильинского, I-Match

- По коллекции документов строится словарь всех термов L.
- Производится фильтрация словаря: остаются только «важные» слова. Важность определяется экспертами или, например, на основе *tfidf*: удаляются слова с высоким и низким значением *tfidf*.
- Сигнатурой документа объявляется хэш от его пересечения со словарём. Для сравнения документов теперь необходимо сравнить хэши.
- Вместо однократной фильтрации можно сгенерировать несколько словарей, случайно выкинув $30 - 40\%$ термов из исходного словаря.
- Обладая несколькими сигнатурами, можно «придумать» много метрик схожести.

Шинглы (Shingles)

- В контексте сравнения текстовых документов, шингл - последовательность термов заданной длины (N-грамма).
- Хранить N-граммы в исходном виде нет необходимости - можно от каждой взять небольшой хэш (CRC64).
- Документ представляется множеством шинглов. Схожесть документов, например - мера Жаккарда:

$$J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}$$

- Текущая постановка по сложности сопоставима с прямым сравнением документов, так как количество шинглов не на много меньше количества термов в документе.

Шинглы, Min-Hash

- Предположим, что для документов рассчитаны наборы шинглов ($S_D \subseteq \{0, ..., n-1\}$, где n обычно равно 2^{64}).
- Для множества шинглов A и случайной перестановки π можно определить min-hash функцию:

$$h_\pi(A) = \min_{i \in A} \pi(i)$$

- Так как π выбрана случайно, каждый элемент a множества A имеет одинаковую вероятность быть минимальным в отображении:

$$P(h_\pi(A) = \pi(a)) = \frac{1}{|A|}$$

Шинглы, Min-Hash

- Пусть $\alpha = h_\pi(A \cup B)$, тогда $h_\pi(A) = h_\pi(B)$ тогда и только тогда, когда $\pi^{-1}(\alpha) \in A \cap B$:

$$P(h_\pi(A) = h_\pi(B)) = P(\pi^{-1}(\alpha) \in A \cap B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}$$

- Тогда для любых множеств шинглов A и B:

$$P(h_\pi(A) = h_\pi(B)) = J(A, B)$$

Шинглы, Min-Hash

- Понятно, что одной перестановки не достаточно для обеспечения хорошего качества. На практике обычно используют 100-300 заранее подготовленных случайных перестановок.
- В таком случае мера схожести - доля совпавших хэшей.
- Как сравнить каждый документ с каждым? Подсчитать шинглы от min-hash шинглов (супершинглы). При совпадении одного из супершинглов необходимо проводить более точное сравнение.

b-bit Min-Hash

С целью экономии памяти можно хранить только несколько младших бит от каждого их хэшей, опираясь на следующие рассуждения:

- У совпадающих хэшей младшие b бит совпадают.
- У различающихся хэшей младшие b бит совпадают с вероятностью $1 - 1/2^b$.
- Оценка $J(A, B)$ в таком случае примет вид:

$$\hat{J}^b(A, B) = \frac{|S_A^b \cap S_B^b|/k - 1/2^b}{1 - 1/2^b}$$

Odd Sketch

Дальнейшего снижения потребления памяти можно достигнуть с помощью модифицированной технологии Bloom-фильтра:

- Независимо выбрать некоторую хэш-функцию h.
- Начать с нулевого вектора s длины n.
- Проитерироваться по всем элементам S:

$$odd(S)_i = \oplus_{x \in S} 1_{h(x)=i}$$

где $\oplus$ - XOR

$$odd(S_1) \oplus odd(S_2) = odd(S_1 \triangle S_2)$$

Odd Sketch. Оценки

- Пусть мы построили n-битный $odd(S)$ из множества S размером m.
- Так как h выбрана независимо, можно представить процесс построения как распределение m шаров по n корзинам с сохранением чётности/нечётности количества шаров в корзине.
- Нам необходимо построить оценку $\hat{m}$ на основании количества нечётных корзинок в $odd(S)$.

Odd Sketch. Оценки. Цепи Маркова

- Зафиксируем некоторый бит в $odd(S)$. Его можно представить как простую цепь Маркова с двумя состояниями - чётно/нечётно.
- Вероятность сменить состояние на противоположное равна $1/n$.
- Тогда вероятность того, что после бросания i шаров в соответствующей корзинке окажется нечётное количество шаров, равна:

$$p_i = \frac{1 - (1 - 2/n)^i}{2}$$

Odd Sketch. Оценки. Цепи Маркова

- Пусть X_i - бинарная случайная величина, сопоставленная значению i-го бита после бросания m шаров. Пусть $X = \sum X_i$.
- Тогда можно записать:

$$E[X] = n\frac{1 - (1 - 2/n)^m}{2}$$

- Пусть наблюдаемое количество бит в сигнатуре равно z, тогда:

$$\hat{m} = \frac{\ln(1 - 2z/n)}{\ln(1 - 2/n)}$$

Odd Sketch. Оценки. Распределение Пуассона

- Распределение m шаров по n корзинам примерно эквивалентно назначению каждой корзине значения из распределения Пуассона со значением $\mu = m/n$.
- Для такой постановки можно записать:

$$P(X_i = 1) = \sum_{odd\ \ i} \frac{e^{-\mu}\mu^i}{i!} = e^{-\mu} \sum_{odd\ \ i} \frac{\mu^i}{i!} =$$

$$= e^{-\mu} \frac{e^{\mu} - e^{-\mu}}{2} = \frac{1 - e^{-2\mu}}{2}$$

Odd Sketch. Оценки. Распределение Пуассона

Аналогично рассуждениям из раздела про цепи Маркова:

$$E[X] = n\frac{1 - e^{-2\mu}}{2}$$

$$\hat{m} = -\frac{n}{2}\ln(1 - 2z/n)$$

Для достаточно больших n: $\ln(1 - 2/n) \approx -2/n$

Odd Sketch. Оценки. $J(A, B)$

- Если принять вероятностную природу построения S_A и S_B:

$$E[|S_A \triangle S_B|] = 2k(1 - J(A, B))$$

- Воспрользуемся свойством функции $odd(S)$ и построенными оценками:

$$|S_A \triangle S_B| \approx -\frac{n}{2} \ln(1 - 2|odd(S_A \triangle S_B)|/n)$$

$$\hat{J}^{odd}(A, B) = 1 + \frac{n}{4k} \ln\left(1 - \frac{2|odd(S_A) \oplus odd(S_B)|}{n}\right)$$

SimHash

- Один из вариантов LSH. Вероятностный метод понижения размерности.
- Малые изменения в исходном пространстве ведут к малым изменениям значения хэш функции.
- Обычно SimHash - n-битный вектор. И под малыми изменениями хэш функции понимаются малые отклонения в расстоянии Хэмминга.
- При обработке текстов, обычно n = 64, 128, 256, 1024.

SimHash. Random Hyperplane

- Один из вариантов построения SimHash функции.
- Необходимо сгенерировать n случайных плоскостей в исходном пространстве.
- В качестве значения соответствующего бита необходимо взять знак скалярного произведения вектора и нормали случайной плоскости.
- Расстояние Хэмминга в результирующем пространстве естесственным образом связано с косинусной мерой в исходном.

SimHash. Простое построение

- Зафиксировать n, для которого имеется n-битная хэш-функция от термов(N-грамм) документа.
- Размерность исходного пространства будет равна n. Каждый терм задаётся в нём значением хэш-функции, в котором каждый бит проинтерпретирован как соответствующая координата (необходимо произвести сдвиг и растяжение, чтобы координаты принимали значения $\{-1, 1\}$).
- Для получения вектора документа в исходном пространстве, необходимо сложить векторы всех термов.
- Положить в качестве нормалей плоскостей единичные орты.
- В такой постановке очередной бит SimHash - знак соответствующей координаты.

SimHash. Поиск в большой коллекции

- Допустим, необходимо произвести поиск по коллекции SimHash на расстоянии, не большем $k - 1$.
- Разобьём каждый хэш на k частей. Тогда при поиске по крайней мере в одной из частей будет полное совпадение, для любого хэша из искомого множества.
- На этом основан самый популярный метод: разбить каждый хэш на k частей. По каждой из частей организовать отдельный индекс. Во время поиска спросить каждый индекс, результаты объединить и каждое значение проверить «в лоб».

SimHash. Вероятностный поиск[5]

- Каждый бит симхэша представляется в виде $sign(\sum_i X_i)$.
- Если значение $X = \sum_i X_i$ далеко от 0, вероятность того, что соответствующий бит изменит своё значение в похожем документе, меньше, чем вероятность такого события для бита, у которого $\sum_i X_i \approx 0$.
- Научившись для данного симхэша строить наиболее вероятные сигнатуры похожих документов, можно организовать вероятностный алгоритм поиска полудублей, у которого не будет сложных структур для поиска, а все сигнатуры будут лежать в одной хэш-таблице.
- Для поиска полудублей необходимо проверять наличие симхэшей в хэш-таблице в порядке убывания их вероятности.

[5] Sadhan Sood, Dmitri Loguinov. Probabilistic Near-Duplicate Detection Using Simhash

SimHash. Вероятностный поиск

- Пусть u - документ, $p_i(u)$ - вероятность того, что бит i изменит своё значение, относительно симхэша u, в другом документе из коллекции. $S \subseteq \{1, 2, ..., b\}$ - некоторое подмножество индексов бит.
- Тогда в предположении независимости бит, вероятность того, что существует сигнатура, отличающаяся только в битах из S:

$$p(u, S) = \prod_{i \in S} p_i(u) \prod_{j \notin S} (1 - p_j(u))$$

SimHash. Вероятностный поиск

Где взять $p_i(u)$?

- Можно предположить, что $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Алгоритм построения сигнатуры симхэш должен быть построен так, что $\mu = 0$.
- σ^2 необходимо оценить по коллекции документов.
- Полудубль данного документа получается с помощью добавления и удаления части термов: $\tilde{X} = X + X_+ - X_-$. Можно считать, что X_+ и X_- имеют распределение $N(0, \alpha\sigma^2)$. Где α - доля добавленных/удалённых термов.
- Имея оценку σ^2 и задавшись некоторым количеством термов в X_+ и X_-, можно построить распределение $\tilde{X}$ при условии X.
- Имея распределение $\tilde{X}$ и текущее значение X, можно вычислить $p_i(u)$.

SimHash. Вероятностный поиск

- Без потери общности рассуждений можно считать, что биты нумеруются в порядке уменьшения вероятности «флипа».
- Введём на множествах S лексикографический порядок $\prec$. Например: $\{1, 3, 7, 19\} \prec \{1, 3, 9, 10\}$.
- Тогда выполнено следующее свойство: если два множества одного размера S_1 и S_2 отличаются ровно в одной позиции и $S_1 \prec S_2$, тогда для любого документа u: $p(u, S_1) \geq p(u, S_2)$. Доказательство:

$$\frac{p(u, S_1)}{p(u, S_2)} = \frac{p_i(1 - p_j)}{p_j(1 - p_i)} = \frac{p_i - p_i p_j}{p_j - p_i p_j}$$

Так как $S_1 \prec S_2$, $p_i \geq p_j$, а значит, отношение $\frac{p(u,S_1)}{p(u,S_2)} \geq 1$.

SimHash. Вероятностный поиск

Воспользовавшись доказанным свойством можно построить алгоритм, который для множества S заданного размера h строит два множества S_L и S_R с помощью одного изменения:

- Если $S[h] \leq b - 1$, $S_L = S, S_L[h] = S_L[h] + 1$. Иначе $S_L = \emptyset$.
- Найти максимальное j, такое что $S[j+1] - S[j] = 2$. Положить $S_R = S, S_R[j] = S_R[j] + 1$. Если такое j не нашлось, $S_R = \emptyset$.
- Можно заметить: $S \prec S_L, S \prec S_R$.

(Без доказательства): С помощью таких правок можно перебрать все наборы заданной длины.

SimHash. Вероятностный поиск

- С помощью приведённого алгоритма можно динамически строить кучу над множесвами S заданного размера h, содержащую на вершине наиболее вероятный ещё не обработанный набор бит.
- Для организации поиска с разными количествами изменённых бит необходимо завести нужное количество куч. Для получения очередного набора бит необходимо выбрать кучу с максимальной вершиной. Удалить с её вершины набор и с помощью приведённого алгоритма добавить в неё S_L и S_R.
- Либо можно наборы разной длины хранить в одной куче.

SimHash. Вероятностный поиск

Комментарии к алгоритму:

- Необходимо следить за тем, чтобы в разных поддеревьях не образовывались одинаковые наборы бит.
- Если необходимо произвести поиск на расстояниях $0...k$ бит, в качестве начальных элементов в кучи необходимо добавить следующие наборы: $\{1\}, \{1,2\}, ..., \{1,2,...,k\}$.

Напоминание: мы нумеруем биты в порядке убывания вероятности их изменения.