Soluciones Taller de problemas GRUPO inferencia 2023 MAT3 GIN

Marc Link, Carlos Gálvez, Pau Toni Bibiloni, Jesús Castillo

Contenidos

1	Tal	ler Problemas evaluable 22-23: Estadística Inferencial	1
	1.1	Problema 1: Regresión lineal simple. 7 puntos	1
	1.2	Problema 2: Distribución de los grados de un grafo de contactos. 3 puntos	5
	1.3	Problema 3: Longitud reviews mallorca AirBnb 2022. 4 puntos	10

1 Taller Problemas evaluable 22-23: Estadística Inferencial

Valor 14 puntos. Todos los apartados valen 1 punto.

Se trata de resolver los siguientes problemas y cuestiones en un fichero Rmd y su salida en un informe en html, word o pdf.

1.1 Problema 1: Regresión lineal simple. 7 puntos.

Consideremos los siguientes datos

```
x=c(-2,-1,2,0,1,2)

y=c(-7, -5, 5, -3, 3.0, 4)
```

1. Calcular manualmente haciendo una tabla los coeficiente de la regresión lineal de y sobre x.

Para poder calcular los coeficientes de la regresión lineal necesitaremos el número de elementos, los valores de X, los valores de X y los valores de X^2 . Además de sus correspondientes sumas.

```
# El número de elementos
n = length(x)

# La suma de los valores de x
sum_x = sum(x)

# La suma de los valores de y
sum_y = sum(y)

# La suma de los valores de x*y
sum_xy = sum(x*y)

# La suma de los valores de x^2
sum_x2 = sum(x^2)
```

Una vez obtenidos, podremos calcular los coeficientes b_0 y b_1 .

```
b1 = (n * sum_xy - sum_x * sum_y) / (n * sum_x2 - sum_x^2)
b0 = (sum_y - b1 * sum_x) / n
cat("Coeficiente b0:", b0, "\n")
```

Coeficiente b0: -1.525

```
cat("Coeficiente b1:", b1, "\n")
```

Coeficiente b1: 3.075

2. Calcular los valores $\hat{y}_i = b_0 + b_1 \cdot x_1$ para los valores de la muestra y el error cometido.

Sabemos que $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$, por lo que simplemente calculamos los valores para \hat{y}_i y podremos calcular el error

```
y_gorro = b1*x + b0
errs = y - y_gorro
cat("Valores y_gorro", y_gorro, "\n")
```

Valores y_gorro -7.675 -4.6 4.625 -1.525 1.55 4.625

```
cat("Errores:", errs, "\n")
```

Errores: 0.675 -0.4 0.375 -1.475 1.45 -0.625

3. Calcular la estimación de la varianza del error.

Sabemos que la estimación de la varianza del error es $\frac{\sum \varepsilon_i^2}{n-2}$.

```
s2 = sum(errs^2) / (n - 2)
cat("Estimación de la varianza del error (s^2):", s2, "\n")
```

Estimación de la varianza del error (s^2): 1.35625

4. Resolver manualmente el contraste $\left\{\begin{array}{ll} H_0: & \beta_1=0\\ H_1: & \beta_1\neq 0 \end{array}\right., \text{ calculando el p-valor}.$

Dadas estas hipótesis, para contrastarlas, primero deberemos calcular el valor del estadístico de contraste ty así obtener el p-valor. El estadístico de contraste se calcula de la siguiente manera: $t=\frac{b_1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i-\bar{x})^2}}$. Una vez calculado el estadístico podemos calcular el p-valor de la siguiente manera: $p=2\cdot P(T>t_s)$.

Utilizando leyes de t
 de Student con n-2 grados de libertad.

```
mean_x = sum_x/n
S = sqrt(sum(errs^2)/(n - 2))
# Calculamos el estadístico
t = b1 / (S/(sd(x) * sqrt(n - 1)))

# Calculamos el p-valor
p = 2 * pt(abs(t), n - 2, lower.tail = FALSE)

cat("El valor del estadístico t es", t, "\n")
```

El valor del estadístico t es 9.6415

```
cat("El p-valor vale", p, "\n")
```

El p-valor vale 0.0006472191

Dado que el p-valor ha resultado ser menor que 0.05 tenemos evidencia suficiente como para rechazar la hipótesis nula. Gracias a que rechazamos dicha hipótesis podemos decir que existe una relación entre Y y X y que, cuando la segunda cambia, la primera también lo hace.

5. Calcular SST, SSR y SSE.

Calcularemos dichas variables de la siguiente manera:

```
media_y = sum_y / n

SST = sum((y - media_y)^2)
SSR = sum((y_gorro - media_y)^2)
SSE = sum(errs^2)

cat("SST =", SST, "\n")

## SST = 131.5

cat("SSR =", SSR, "\n")

## SSR = 126.075

cat("SSE =", SSE, "\n")

## SSE = 5.425
```

Además podemos comprobar que los resultados son corretos mediante la siguiente fórmula $SS_T = SS_R + SS_E$. Calculando obtenemos que:

```
SSR + SSE
```

[1] 131.5

SST

```
## [1] 131.5
```

Por lo que podemos afirmar que los cálculos son correctos.

6. Calcular el coeficiente de regresión lineal r_{xy} y el coeficiente de determinación R^2 . Interpretad el resultado en términos de la cantidad de varianza explicada por el modelo.

Sabemos que $R^2 = \frac{SS_R}{SS_T}$ y que $R^2 = r_{xy}^2$. Así que calculando obtenemos:

```
R2 = SSR / SST
rxy = sqrt(R2)

cat("El coeficiente de determinación (R^2) es:", R2, "\n")
```

El coeficiente de determinación (R^2) es: 0.9587452

```
cat("El coeficiente de regresión lineal (r_xy) es", rxy, "\n")
```

```
## El coeficiente de regresión lineal (r_xy) es 0.9791554
```

Vemos que el valor de R^2 es cercano a 1 por lo que podemos decir que nuestra recta de regresión se ajusta bastante bien a nuestros datos.

7. Comprobar que los resultados son los mismos que los obtenidos con la función summary(lm(y~x)).

Dados los resultados obtenidos podemos comprobar su veracidad comparándolos con los resultados que nos ofrece la función de R. Ejecutando la función obtenemos los siguiente:

```
linear = summary(lm(y~x))
linear
```

```
##
## Call:
## lm(formula = y \sim x)
##
## Residuals:
               2
   0.675 -0.400 0.375 -1.475 1.450 -0.625
##
##
## Coefficients:
##
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -1.5250
                            0.4872 -3.130 0.035176 *
                            0.3189
                                     9.642 0.000647 ***
## x
                 3.0750
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' 1
## Residual standard error: 1.165 on 4 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.9587, Adjusted R-squared: 0.9484
## F-statistic: 92.96 on 1 and 4 DF, p-value: 0.0006472
```

Cuyos coeficientes y \mathbb{R}^2 son idénticos a los obtenidos por nuestros cálculos.

```
cat("Coeficientes:\n\tPunto de corte:", b0, "\n\tPendiente:", b1, "\n")

## Coeficientes:
## Punto de corte: -1.525
## Pendiente: 3.075

cat("R^2 = ", R2)
```

 $\#\# R^2 = 0.9587452$

1.2 Problema 2: Distribución de los grados de un grafo de contactos. 3 puntos

The marvel chronology project es una web que ha recopilado las apariciones de los personajes Marvel en cada uno de los cómics que se van publicando.

En el artículo Marvel Universe looks almost like a real social network se estudió la red de contactos de los personajes del Universo Marvel de la serie de cómics books. Dos personajes tienen relación si han participado en al menos un mismo cómic; a semejanza del Oracle of Bacon donde se relacionan los actores de las películas de Hollywood que han participado en al menos una película juntos.

Si construimos el grafo de asociado a esas relaciones el grado de cada carácter (personaje) será el número de ortos caracteres (personajes) con los que ha colaborado. Cuando más importante es el personaje más colaboraciones tiene.

Los grados de cada caracteres están en el fichero datasets/degree_Marvel_characters.cvs. Según algunos estudios la distribución de los grados de los grafos de contactos sigue una ley potencial frecuencia grado $k = \beta_0 \cdot qrado^{\beta}1$ si eliminamos los 20 más pequeños.

```
data=read_csv("datasets/degree_Marvel_characters.csv")
```

Se pide:

- 1. Cargad los datos. Calcular las frecuencias de los grados, es decir el número de caracteres que tienen 1, 2, 3.... colaboradores para cada grado (número de colaboraciones) observado.
- 2. Ajustar un modelo lineal, potencial y exponencial a la relación entre y = "frecuencia del grado" y x = grado dibujar las gráficas de ajuste de cada modelo con gráficos semi-log y log-log si es necesario.
- 3. Para el mejor modelo calcular los coeficientes en las unidades originales y escribir la ecuación del modelos.

1.2.1 Solucion 2

Apartado 1

Cargamos la librería tidyverse y calculamos las frecuencias de los grados en el conjunto de datos.

```
# Cargar librerías
library(tidyverse)

# Calcular las frecuencias de los grados
frecuencias <- table(data$degree_Marvel_characters)
print(frecuencias)</pre>
```

```
##
                                                              2
                 1
                       1
                            1
                                  1
                                       2
                                             1
                                                   4
                                                        1
                                                      998 1002 1004 1008 1010 1014 1022
##
    974
         976
               980
                    982
                          984
                               986
                                     988
                                           990
                                                994
                       1
                            1
                                        1
                                             2
                                                   2
   1024 1026 1028 1030 1032 1038 1040 1042 1044 1046 1050 1054 1056 1074 1076 1078
##
##
            1
                 1
                       1
                            2
                                  2
                                        2
                                             1
                                                   1
                                                        1
                                                              1
                                                                   1
                                                                              1
   1080 1082 1090 1092 1098 1102 1104 1106 1110 1114 1120 1122 1126 1132 1134 1146
##
                            2
                                  2
                                        1
                                             2
                                                   1
                                                        1
                                                              2
                                                                         1
                                                                              2
                 1
                       1
## 1148 1152 1154 1162 1164 1172 1176 1178 1180 1186 1188 1190 1206 1208 1216 1222
##
                 3
                       2
                            1
                                  1
                                       1
                                             1
                                                   1
                                                        2
                                                              1
                                                                   1
                                                                         1
                                                                              1
      1
            1
   1224 1226 1228 1232 1242 1246 1250 1252 1254 1256 1262 1264 1266 1272 1274 1280
                       3
                                       1
                                                        1
            3
                 1
                            1
                                  1
                                             1
                                                   1
                                                              1
                                                                   1
                                                                         1
                                                                              1
##
   1286 1288 1292 1294 1298 1300 1304 1314 1318 1320 1322 1326 1332 1346 1348 1352
##
                                                   2
                                                                         2
      1
            2
                 1
                            1
                                  1
                                       1
                                             1
                                                        1
                                                              1
                                                                   1
                                                                              1
                                                                                    1
                       1
   1356 1360 1370 1384 1386 1396 1410 1416 1430 1442 1446 1450 1454 1460 1462 1466
                                             2
                                                   2
                                                        2
##
      2
            1
                 1
                       1
                            1
                                  1
                                        1
                                                              1
                                                                   1
                                                                         1
                                                                              1
                                                                                    1
   1482 1494 1496 1498 1500 1502 1508 1516 1520 1534 1536 1548 1560 1564 1566 1572
##
                                       2
                                                        3
            1
                 1
                       1
                            1
                                  1
                                             1
                                                   1
                                                              1
                                                                   1
                                                                         1
                                                                              1
                                                                                    1
   1578 1586 1594 1596 1618 1636 1638 1640 1660 1664 1674 1676 1684 1690 1692 1734
            1
                 1
                       1
                            1
                                  1
                                       1
                                             1
                                                   2
                                                        1
                                                              1
                                                                   1
   1740 1754 1756 1760 1764 1768 1778 1782 1792 1794 1798 1804 1816 1822 1828 1842
##
            1
                            2
                                  1
                                        1
                                             1
                                                        1
                                                              1
                                                                   1
                                                                              2
                                                                                    1
                 1
                       1
                                                   1
                                                                         1
  1864 1866 1868 1870 1882 1884 1886 1896 1898 1932 1936 1958 1984 2006 2008 2018
##
                                             2
            1
                 1
                       1
                            1
                                  1
                                        1
                                                   1
                                                        1
                                                              1
                                                                   1
                                                                         1
                                                                              1
## 2028 2030 2046 2058 2092 2128 2152 2258 2292 2326 2330 2346 2392 2406 2440 2458
##
                 2
                       1
                            1
                                  1
                                        1
                                             1
                                                   1
                                                        1
                                                              1
                                                                   2
                                                                              2
## 2460 2504 2520 2560 2598 2600 2606 2616 2660 2678 2718 2738 2742 2824 2870 2878
                 1
                       1
                            1
                                  1
                                       1
                                             1
                                                   1
                                                        1
                                                              1
                                                                   1
                                                                         1
                                                                              1
## 2944 2976 2980 3018 3092 3202 3380 3384 3392 3608 3704 3712 3806 3900 4008 4060
            1
                 1
                       1
                            1
                                  1
                                        1
                                             1
                                                   1
                                                        1
                                                              1
                                                                   1
                                                                         1
                                                                              1
## 4066 4108 4174 4282 4382 4384 4402 4432 4506 4532 4678 4798 5286 5378 5616 5678
##
                 1
                       1
                            1
                                  1
                                       1
                                             1
                                                   1
                                                        1
                                                              1
                                                                   1
                                                                         1
                                                                              1
## 5696 6370 6408 7834 7982 8276 8586
            1
```

Apartado 2

Ajustamos modelos lineales, potenciales y exponenciales utilizando la función lm de R.

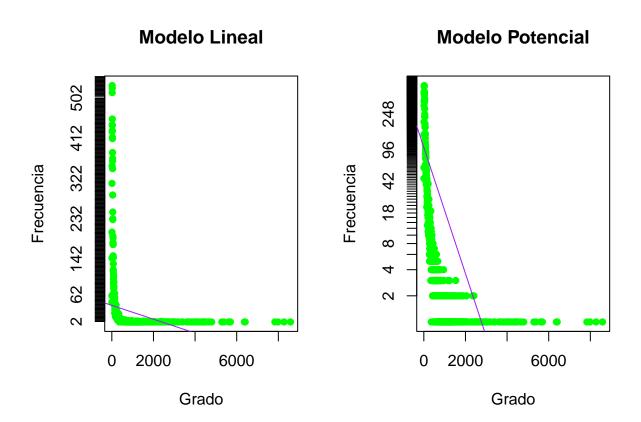
```
# Ajustar modelos lineal, potencial y exponencial
modelo_lineal <- lm(frecuencias ~ as.numeric(names(frecuencias)))
modelo_potencial <- lm(log(frecuencias) ~ as.numeric(names(frecuencias)))
modelo_exponencial <- lm(log(frecuencias) ~ as.numeric(names(frecuencias)))</pre>
```

Creamos los gráficos para los modelos lineal y potencial. Se utiliza par(mfrow=c(1,2)) para organizar los gráficos en una fila de dos columnas.

```
# Dibujar gráficos semi-log y log-log sin leyendas
par(mfrow=c(1,2))

# Gráfico lineal
plot(as.numeric(names(frecuencias)), frecuencias, main="Modelo Lineal", xlab="Grado", ylab="Frecuencia"
abline(modelo_lineal, col="purple")

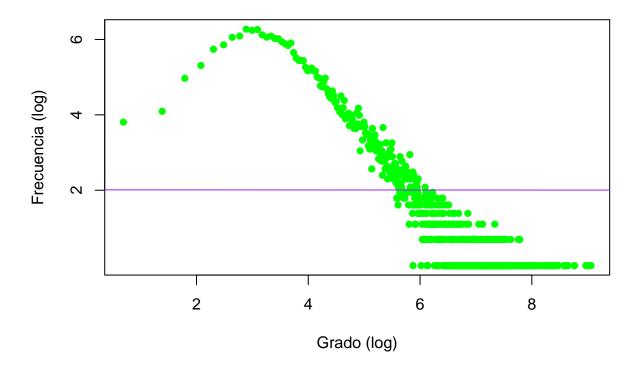
# Gráfico semi-log
```



Creamos el gráfico log-log para el modelo exponencial y restauramos el diseño original de la disposición de gráficos.

```
# Gráfico log-log
plot(log(as.numeric(names(frecuencias))), log(frecuencias), main="Modelo Exponencial", xlab="Grado (log
abline(modelo_exponencial, col="purple")
```

Modelo Exponencial



```
# Restaurar el diseño de la disposición
par(mfrow=c(1,1))
```

Apartado 3

Calculamos los errores cuadráticos para cada modelo utilizando la función residuals y la función sum.

```
# Calcular los errores cuadráticos para cada modelo
errores_lineal <- sum(residuals(modelo_lineal)^2)
errores_potencial <- sum(residuals(modelo_potencial)^2)
errores_exponencial <- sum(residuals(modelo_exponencial)^2)</pre>
```

Identificamos el mejor modelo seleccionando el que tiene el menor error cuadrático y lo imprimimos.

```
# Identificar el mejor modelo seleccionando el de menor error cuadrático
mejor_modelo <- which.min(c(errores_lineal, errores_potencial, errores_exponencial))
# Imprimir el mejor modelo identificado
cat("Mejor modelo:", c("Lineal", "Potencial", "Exponencial")[mejor_modelo], "\n")</pre>
```

Mejor modelo: Potencial

Extraemos los coeficientes del mejor modelo y los imprimimos en las unidades originales.

```
# Extraer los coeficientes del mejor modelo identificado
coeficientes_mejor_modelo <- coef(c(modelo_lineal, modelo_potencial, modelo_exponencial))[[mejor_modelo]
# Imprimir los coeficientes en las unidades originales
cat("Coeficientes en las unidades originales:", coeficientes_mejor_modelo, "\n")</pre>
```

Coeficientes en las unidades originales: -0.01547836

Escribimos la ecuación del modelo seleccionado utilizando la función switch.

```
# Escribir la ecuación del modelo seleccionado
ecuacion_modelo <- switch(mejor_modelo,
   "y = b0 * x + b1",  # Modelo lineal
   "y = b0 * x^b2",  # Modelo Potencial
   "y = b0 * exp(b1 * x)" # Modelo Exponencial
)
cat("Ecuación del modelo:", ecuacion_modelo, "\n")</pre>
```

Ecuación del modelo: $y = b0 * x^b2$

[1] 78

1.3 Problema 3: Longitud reviews mallorca AirBnb 2022. 4 puntos

El siguiente código cuenta cuantas palabras hay en un la variable commets del fichero reviews.csv de los comentario a cada apartamento de Mallorca extraído de la web Inside AirBnb que recoge datos de los alquileres vacacionales por zonas del mundo de la web de alquiler de apartamentos vacacionales AirBnb. Se puede leer con el siguiente código y contar el número de palabras con la stringr::str_count.

```
read csv("datasets/reviews.csv")->reviews
## Rows: 342750 Columns: 6
## -- Column specification --
## Delimiter: ","
## chr (2): reviewer_name, comments
## dbl (3): listing_id, id, reviewer_id
## date (1): date
##
## i Use 'spec()' to retrieve the full column specification for this data.
## i Specify the column types or set 'show_col_types = FALSE' to quiet this message.
names(reviews)
## [1] "listing_id"
                       "id"
                                       "date"
                                                        "reviewer_id"
## [5] "reviewer_name" "comments"
library(stringr)
#str_count(str, pattern = "")
str count(str=reviews$comments[1],pattern ="\\s+")
```

Es habitual que la frecuencia de la longitud de los comentarios, es decir cuantos comentarios tienen 5, 6, 7 palabras y sus frecuencias siguen una ley que puede ser: lineal, exponencial o potencial. Como hemos hecho en el tema de regresión lineal calcular se trata de calcular y dibujar los tres modelos y decidir cuál es el más ajustado.

Se pide:

- Calcular las longitudes de todos los comentarios (utilizar funciones como mutate, arrange, filter...) y las frecuencias de cada longitud y filtrar (con la función filter) solo los comentarios con MÁS de 20 palabras y MENOS de 800 y guardarlos en una tibble con dos columnas N_{words}= número de palabras y Frec=frecuencia absoluta de las palabras.
- 2. Calcular los tres modelos lineal $Freq = \beta_0 + \beta_1 \cdot N_{words}$, potencial $Freq = \beta_0 \cdot (N_{words})^{\beta_1}$ y exponencial $Freq = \beta_0 \cdot \beta_1^{N_{words}}$.
- 3. Repetir el ajuste anterior pero sustituyendo el la variable N_{words} por el rango u orden de N_{words} .

1.3.1 Solución 3

Apartado 1

Vamos a calcular la longitud de cada comentario y lo añadimos en una columna nueva llamada Nwords.

```
# Le sumamos 1 porque estamos contando los espacios y para contar las palabras
# necesitamos contar los espacios + 1
reviews <- reviews %>%
  mutate(Nwords = str_count(comments, "\\s+") + 1)
```

Ahora ya podemos calcular las frecuencias de cada longitud y filtrar los comentarios con más de 20 palabras y menos de 800. Lo metemos en una tibble (word_freq) con dos columnas: Nwords y Frec.

```
# Calculamos la frecuencia
word_freq <- reviews %>%
  group_by(Nwords) %>%
  summarise(Frec = n(), .groups = "drop")

# Filtramos los comentarios
word_freq <- word_freq %>%
  filter(Nwords > 20, Nwords < 800)

head(word_freq)</pre>
```

```
## # A tibble: 6 x 2
     Nwords Frec
##
      <dbl> <int>
         21 4925
## 1
         22 4791
## 2
         23 4868
## 3
## 4
         24 4842
## 5
         25 4645
## 6
         26 4723
```

Apartado 2

Calculemos el modelo lineal:

```
modelo_lineal <- lm(Frec ~ Nwords, data = word_freq)</pre>
```

Calculemos el modelo potencial:

```
word_freq_transformed <- word_freq %>%
  mutate(log_Frec = log(Frec), log_Nwords = log(Nwords))

modelo_potencial <- nls(log_Frec ~ log(B0) + B1 * log_Nwords, data = word_freq_transformed, start = lis</pre>
```

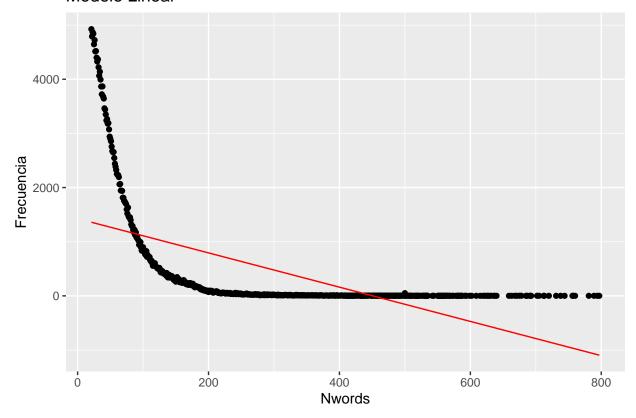
Calculemos el modelo exponencial:

```
word_freq_transformed <- word_freq %>%
  mutate(log_Frec = log(Frec))
modelo_exponencial <- nls(log_Frec ~ log(B0) + Nwords * log(B1), data = word_freq_transformed, start = 0</pre>
```

Para completar un poco voy ha hacer los diferentes graficos.

```
word_freq$Pred_Lineal <- predict(modelo_lineal, newdata = word_freq)
ggplot(word_freq, aes(x = Nwords, y = Frec)) +
  geom_point() +
  geom_line(aes(y = Pred_Lineal), color = "red") +
  labs(title = "Modelo Lineal", x = "Nwords", y = "Frecuencia")</pre>
```

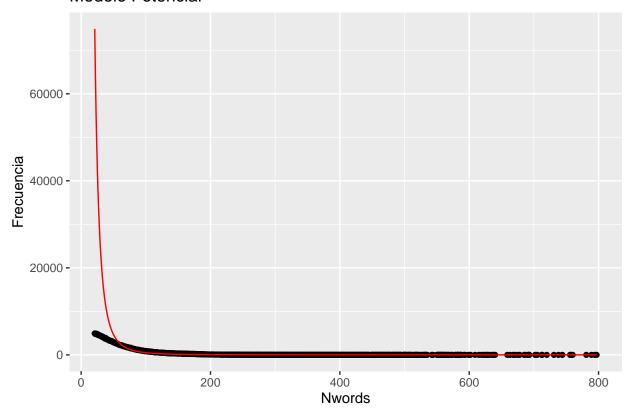
Modelo Lineal



El modelo lineal no se ajusta muy bien a la distribución de los datos.

```
word_freq$Pred_Potencial <- exp(predict(modelo_potencial, newdata = word_freq_transformed))
ggplot(word_freq, aes(x = Nwords, y = Frec)) +
  geom_point() +
  geom_line(aes(y = Pred_Potencial), color = "red") +
  labs(title = "Modelo Potencial", x = "Nwords", y = "Frecuencia")</pre>
```

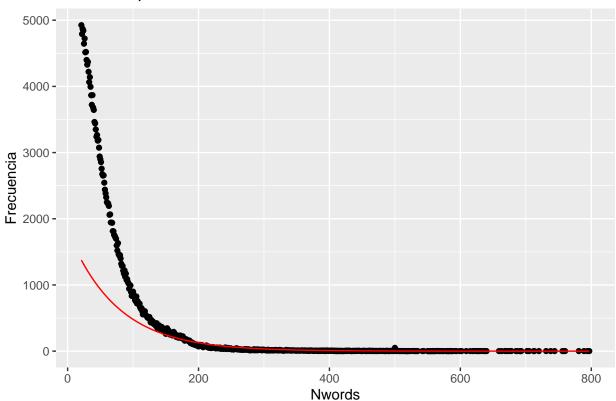
Modelo Potencial



El modelo potencial se empieza a ajustar a la distribución datos cuando Nwords es mayor que 80(aprox)

```
word_freq$Pred_Exponencial <- exp(predict(modelo_exponencial, newdata = word_freq_transformed))
ggplot(word_freq, aes(x = Nwords, y = Frec)) +
  geom_point() +
  geom_line(aes(y = Pred_Exponencial), color = "red") +
  labs(title = "Modelo Exponencial", x = "Nwords", y = "Frecuencia")</pre>
```





El modelo exponencial se empieza a ajustar a la distribución datos cuando Nwords es mayor que 175(aprox)

Apartado 3

Vamos a substituir la variable Nwords por el rango de Nwords.

```
word_freq <- word_freq %>%
mutate(Rank_Nwords = rank(Nwords))
```

Ahora realizamos los mismos pasos que en el apartado 2.

Calculemos el modelo lineal:

```
modelo_lineal_rank <- lm(Frec ~ Rank_Nwords, data = word_freq)</pre>
```

Calculemos el modelo potencial:

```
word_freq_transformed <- word_freq %>%
  mutate(log_Frec = log(Frec), log_Rank_Nwords = log(Rank_Nwords))

modelo_potencial_rank <- nls(log_Frec ~ log(B0) + B1 * log_Rank_Nwords, data = word_freq_transformed, s</pre>
```

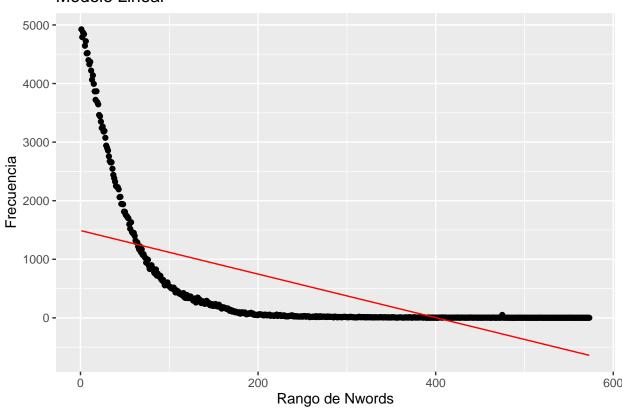
Calculemos el modelo exponencial:

```
word_freq_transformed <- word_freq %>%
  mutate(log_Frec = log(Frec))
modelo_exponencial_rank <- nls(log_Frec ~ log(B0) + Rank_Nwords * log(B1), data = word_freq_transformed</pre>
```

Para completar un poco voy ha hacer los diferentes graficos.

```
word_freq$Pred_Lineal <- predict(modelo_lineal_rank, newdata = word_freq)
ggplot(word_freq, aes(x = Rank_Nwords, y = Frec)) +
  geom_point() +
  geom_line(aes(y = Pred_Lineal), color = "red") +
  labs(title = "Modelo Lineal", x = "Rango de Nwords", y = "Frecuencia")</pre>
```

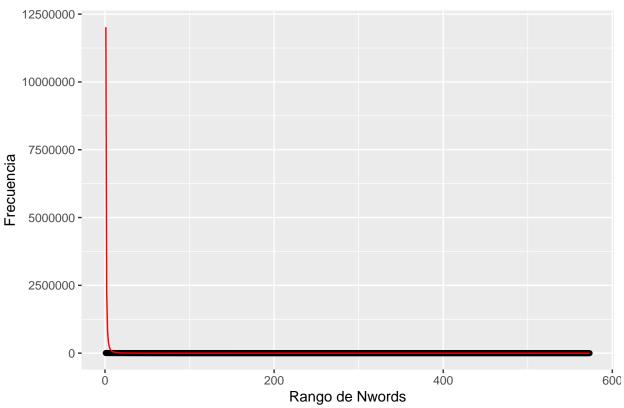
Modelo Lineal



El modelo lineal no se ajusta muy bien a la distribución de los datos.

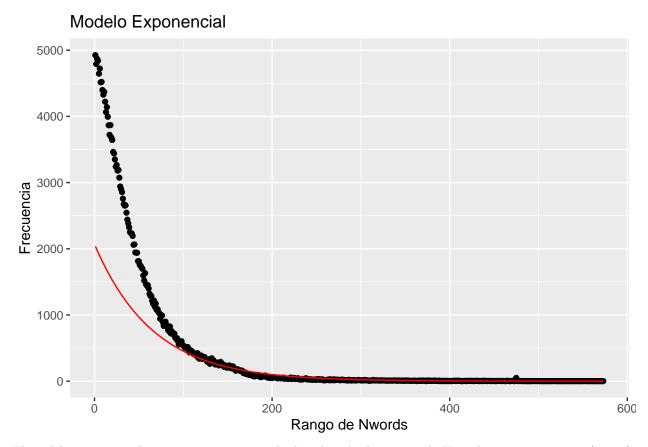
```
word_freq$Pred_Potencial <- exp(predict(modelo_potencial_rank, newdata = word_freq_transformed))
ggplot(word_freq, aes(x = Rank_Nwords, y = Frec)) +
   geom_point() +
   geom_line(aes(y = Pred_Potencial), color = "red") +
   labs(title = "Modelo Potencial", x = "Rango de Nwords", y = "Frecuencia")</pre>
```

Modelo Potencial



El modelo potencial no se ajusta para nada a la distribución de los datos en los primeros rangos de Nwords.

```
word_freq$Pred_Exponencial <- exp(predict(modelo_exponencial_rank, newdata = word_freq_transformed))
ggplot(word_freq, aes(x = Rank_Nwords, y = Frec)) +
   geom_point() +
   geom_line(aes(y = Pred_Exponencial), color = "red") +
   labs(title = "Modelo Exponencial", x = "Rango de Nwords", y = "Frecuencia")</pre>
```



El modelo exponencial se empieza a ajustar a la distribución datos cuando Nwords es mayor que 100(aprox).