MAT244
Aplicaciones de la Matemática en la Ingeniería

Sebastián Flores

22 de septiembre de 2014

Unidad 1 Clase 3
Ecuaciones Adimensionales

¿Por qué esta clase?

- Porque un ingeniero busca trabajar lo menos posible: resolver la ecuación más simple y simular el menor número de casos en el laboratorio.

Ecuaciones Adimensionales

Motivación

- Clase 1: Las dimensiones son muy importantes.
- Clase 2: Todo más fácil si estudiamos lo adimensional.

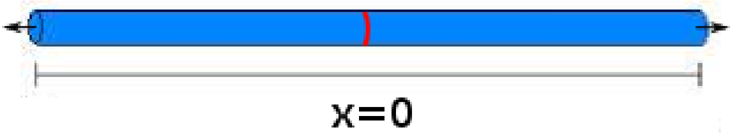
¿Contradicción?

Motivación puntual

Si el análisis dimensional es tan poderoso, ¿qué más queda por hacer?
Teorema de Π (Buckingham) : Conocimiento mínimo de cómo se relacionan las variables.
Adimensionalización de ecuaciones: Conocimiento funcional de cómo (y porqué) se relacionan las variables.
Adimensionalización de ecuaciones $>>$ Teorema de Π (Buckingham).

Ejemplo

Consideremos el ejemplo clásico de una barra infinita, de sección transversal A y que se encuentra inicialmente a una temperatura τ_a. En $t = 0$ la barra se calienta en $x = 0$ a una temperatura τ_b. ¿Cómo evoluciona la temperatura en las distintas posiciones de la barra, para los tiempos posteriores?



¿Que nos dice el análisis dimensional?

1. Temperaturas iniciales τ_a y τ_b (dim. $[\theta]$).
2. Sección transversal A (dim. $[L^2]$).
3. Calor específico (cantidad de calor a suministrar para aumentar la temperatura), c_p (dim. $[\frac{M}{LT^2\theta}]$).
4. Densidad ρ (dim. $[\frac{M}{L^3}]$).
5. Conductividad térmica (capacidad de transmitir calor espacialmente) k (dim. $[\frac{ML}{T^3\theta}]$).
6. Temperatura τ (dim $[\theta]$).
7. Tiempo t (dim. $[T]$).
8. Posición x (dim. $[L]$).

Hay 9 variables y 4 dimensiones, por lo que el problema requiere definir 5 parámetros adimensionales.

$$\Pi_1 = \Phi(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5)$$

No es particularmente prometedor.
¿Es lo mejor que podemos hacer?

Modelamiento

Sabemos que para este problema aplican las ecuaciones de conservación de calor:

$$c_p \frac{\partial \tau}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x}$$

y la Ley de Fourier para el flujo de calor q (dim $[\frac{M}{T^3}]$):

$$q = -k \frac{\partial \tau}{\partial x}$$

OBS: No hay referencia a la sección transversal A.

Obtenemos:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{k}{c_p}\frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2}$$

La constante $D = \frac{k}{c_p}$ se llama constante de difusividad y tiene unidades $[\frac{L^2}{T}]$.

Adimensionalicemos las variables de la ecuación anterior:

$$\tau = \tau_0 \, \hat{\tau}$$
$$x = x_0 \, \hat{x}$$
$$t = t_0 \, \hat{t}$$

Tenemos por tanto:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial t} &= \frac{\partial \tau_0 \hat{\tau}}{\partial t} = \tau_0 \frac{\partial \hat{\tau}}{\partial t} \\ &= \tau_0 \frac{\partial \hat{\tau}}{\partial \hat{t}} \frac{\partial \hat{t}}{\partial t} = \frac{\tau_0}{t_0} \frac{\partial \hat{\tau}}{\partial \hat{t}} \end{aligned}$$

Similarmente,

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \tau_0 \hat{\tau}}{\partial x^2} = \tau_0 \frac{\partial^2 \hat{\tau}}{\partial x^2} \\
&= \tau_0 \frac{\partial^2 \hat{\tau}}{\partial (x_0^2 \hat{x}^2)} = \frac{\tau_0}{x_0^2} \frac{\partial^2 \hat{\tau}}{\partial \hat{x}^2}
\end{aligned}
$$

Mientras que la condición inicial es:

$$\tau(t=0)=\begin{cases}\tau_a, x\neq 0\\ \tau_b, x=0\end{cases}$$

y puede reescribirse en términos de las variables adimensionales como

$$\hat{\tau}(\hat{t}=0)=\begin{cases}\frac{\tau_a}{\tau_0}, \hat{x}\neq 0\\ \frac{\tau_b}{\tau_0}, \hat{x}=0\end{cases}$$

Se obtiene

$$\frac{\partial \hat{\tau}}{\partial \hat{t}} = \frac{t_0}{x_0^2} D \frac{\partial^2 \hat{\tau}}{\partial \hat{x}^2}$$

$$\hat{\tau}(\hat{t} = 0) = \begin{cases} \frac{\tau_a}{\tau_0}, \hat{x} \neq 0 \\ \frac{\tau_b}{\tau_0}, \hat{x} = 0 \end{cases}$$

Es posible y conveniente elegir x_0 y t_0 de modo que $\frac{t_0}{x_0^2} D = 1$.

Además, podemos elegir τ_0 de modo que $\frac{\tau_a}{\tau_0} = 1$.

Finalmente, obtenemos:

$$\frac{\partial \hat{\tau}}{\partial \hat{t}} = \frac{\partial^2 \hat{\tau}}{\partial \hat{x}^2}$$
$$\hat{\tau}(\hat{t}=0) = \begin{cases} 1, \hat{x} \neq 0 \\ \frac{\tau_b}{\tau_a}, \hat{x} = 0 \end{cases}$$

Esto es, $\hat{\tau} = \Phi(\hat{x}, \hat{t}, \frac{\tau_b}{\tau_a})$.
Hemos obtenido una ecuación definida en términos de 3 variables adimensionales $\hat{t}$, $\hat{x}$, $\hat{\tau}$ y un parámetro adimensional $\frac{\tau_b}{\tau_a}$.
Un problema que inicialmente dependía de 6 parámetros está caracterizado solamente por 1.

Moraleja

- Una ecuación contiene mucha más información que el teorema de Buckingham.
- Adimensionalizar ecuaciones permite chequear factibilidad, reducir a términos elementales y estudiar casos límites.
- Teorema de Buckingham es útil para realizar estimaciones de comportamiento global, pero no para información local.

Diseño de Experimentos Numéricos

Experimentos Numéricos

Cuando diseñamos un experimento numérico, podemos caer en 2 casos:

- El código numérico trabaja con variables adimensionales.
- El código numérico trabaja con variables dimensionales.

En ambos casos, nuestra misión es siempre simular el conjunto de casos posibles.

Código con variables adimensionales

Si el código trabaja con variables adimensionales:

- Felicite al programador.
- A partir del rango de valores posibles para las variables dimensionales se estiman el rango de valores posibles para las variables adimensionales:

$$\Pi_i^{(min)} \leq \Pi_i \leq \Pi_i^{(max)}$$

- Establezca valores a estudiar para cada variable adimensional:

$$\Pi_i^{(min)}, \Pi_i^{(min)} + \Delta\Pi_i, ..., \Pi_i^{(max)}$$

  donde $\Delta\Pi_i = (\Pi_i^{(max)} - \Pi_i^{(min)})/N$
- Estudie todas las combinaciones posibles de los valores seleccionados.
- Si se require estudiar un conjunto de parámetros dimensionales específicos, calcule los parámetros adimensionales asociados y analice las simulaciones similares que ya han sido simuladas.

Ejemplo:

- En nuestro caso, el único parámetro a estudiar es $\Pi = \frac{\tau_b}{\tau_a}$.
- Si tenemos, por ejemplo, $273 \leq \tau_a \leq 373$ y $273 \leq \tau_b \leq 373$, se tiene $\frac{273}{373} \leq \Pi \leq \frac{373}{273}$.
- Estudiamos las soluciones específicas para 5 valores:

$$0.73, 0.89, 1.05, 1.21, 1.37$$

- Si nos preguntan por una combinación específica de c_p, ρ, k, τ_a y τ_b, simplemente necesitamos buscar la solución correspondiente a τ_b/τ_a y escalar apropiadamente x, y y τ la solución obtenida en términos de $\hat{x}$, $\hat{y}$ y $\hat{\tau}$.

Código dimensional

Si el código trabaja con variables adimensionales, no todo está perdido:

- Calcule las $n - k$ variables adimensionales utilizando el teorema Buckingham o adimensionalización de ecuaciones, si éstas son conocidas.
- Realice el procedimiento anterior para calcular rango de valores y valores específicos a estudiar de las variables adimensionales.
- Fije un escenario de k variables base y regrese a las variables dimensionales.
- Simule en el espacio de las variables dimensionales.
- Si se require estudiar un conjunto de parámetros dimensionales específicos, calcule los parámetros adimensionales asociados y analice las simulaciones similares que ya han sido simuladas.

En versión resumida:
Si mediante la ecuación adimensional hemos resuelto para $\Pi = \frac{\tau_b}{\tau_a}$:

$$\hat{\tau} = \hat{f}(\hat{x}, \hat{t}, \Pi)$$

Entonces, cuando nos pregunten por una solución dimensional específica basta utilizar:

$$\begin{aligned}\tau &= f(x, t, A, c_p, \rho, k, \tau_a, \tau_b) \\ &= \tau_a \hat{f}\left(\frac{x}{x_0}, \frac{t}{t_0}, \frac{\tau_b}{\tau_a}\right)\end{aligned}$$

donde $\frac{x_0^2}{t_0} = D = \frac{k}{c_p}$.

Diseño de Experimentos de Laboratorio

Laboratorio

Cuando diseñamos un experimento de laboratorio, debemos tener cuidado de tener el mayor grado de similaridad posible con el fenómeno real que buscamos estudiar, aunque muchas veces ésto no pueda lograrse completamente.

Similaridad Completa

Si el análisis dimensional indica que un problema está descrito por una relación funcional entre *m* parámetros dimensionales

$$\Pi_1, \Pi_2, ..., \Pi_m$$

entonces para asegurar similaridad completa se requiere que todos esos parámetros sean los mismos en el prototipo (escala real) y modelo (escala laboratorio).

$$(\Pi_i)_{\mathrm{lab}} = (\Pi_i)_{\mathrm{real}}$$

OBS: Obtener similaridad completa[1] puede ser difícil/imposible en problemas complejos de ingeniería.

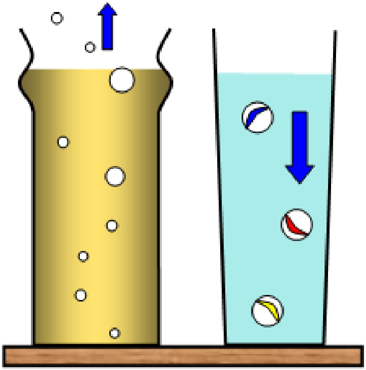
[1] full similarity

Otros tipos comunes de similaridad:

1. Similaridad Geométrica: Los posibles cuocientes de las longitudes del modelo y las longitudes prototipo son los mismos.
   La forma de los objetos se mantiene constante.
2. Similaridad Cinemática: Los cuocientes de las longitudes y tiempos en el modelo y en el prototipo son las mismos.
   Las velocidades y aceleraciones escalan apropiadamente.
3. Similaridad Dinámica Los cuocientes de las longitudes, tiempos y masas en el modelo y en el prototipo son los mismos.
   Las fuerzas escalan de manera correcta.

Ejemplo

Recordemos el problema de la velocidad terminal de una partícula en un fluido.



Ejemplo 5

¿Cuales eran las variables físicas involucradas?

- Velocidad terminal de la partícula: v
- Radio de la partícula: r
- Densidad de la partícula: ρ_p
- Densidad del fluido: ρ_f
- Viscosidad del fluído : μ_f
- Constante de gravedad: g

Similaridad

Aplicación

- 6 variables: v, r, ρ_p, ρ_f, μ_f, g.
- 3 dimensiones: L, T, M.
- 3 variables escalamiento: r, g, μ_f.
- $6 - 3 = 3$ variables adimensionales:

$$\Pi_1 = \frac{v}{\sqrt{rg}}$$

$$\Pi_2 = \frac{\rho_p r^{3/2}\sqrt{g}}{\mu_f}$$

$$\Pi_3 = \frac{\rho_f r^{3/2}\sqrt{g}}{\mu_f}$$

- Relación funcional:

$$\Pi_1 = \frac{2}{9}(\Pi_2 - \Pi_3)$$

El problema

NASA desea ocupar un dispositivo en la luna que utiliza la ley de Stokes para la velocidad terminal de una partícula en un fluido. Para probar que el dispositivo funcione correctamente desea estudiar su comportamiento en la tierra.
¿Cómo se debería diseñar el experimento?

OBS: $g_{moon} = 1.62$ $[m/s]$ y $g_{earth} = 9.81$ $[m/s]$.

Similaridad

Aplicación

Supondremos que la luna es el prototipo (real) y la tierra es el modelo (lab). Para que los experimentos sean similares, necesitamos que todos los parámetros adimensionales sean los mismos:

$$(\Pi_1)_{\mathrm{real}} = \frac{(v)_{\mathrm{real}}}{\sqrt{(r)_{\mathrm{real}}\,(g)_{\mathrm{real}}}} = \frac{(v)_{\mathrm{lab}}}{\sqrt{(r)_{\mathrm{lab}}\,(g)_{\mathrm{lab}}}} = (\Pi_1)_{\mathrm{lab}}$$

$$(\Pi_2)_{\mathrm{real}} = \frac{(\rho_p)_{\mathrm{real}}\,(r)_{\mathrm{real}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\mathrm{real}}}}{(\mu_f)_{\mathrm{real}}} = \frac{(\rho_p)_{\mathrm{lab}}\,(r)_{\mathrm{lab}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\mathrm{lab}}}}{(\mu_f)_{\mathrm{lab}}} = (\Pi_2)_{\mathrm{lab}}$$

$$(\Pi_3)_{\mathrm{real}} = \frac{(\rho_f)_{\mathrm{real}}\,(r)_{\mathrm{real}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\mathrm{real}}}}{(\mu_f)_{\mathrm{real}}} = \frac{(\rho_f)_{\mathrm{lab}}\,(r)_{\mathrm{lab}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\mathrm{lab}}}}{(\mu_f)_{\mathrm{lab}}} = (\Pi_3)_{\mathrm{lab}}$$

¿Es necesario forzar la igualdad en los 3 parámetros adimensionales para garantizar similitud completa?

No.

En realidad, basta que únicamente 2 parámetros adimensionales sean los mismos.

En efecto, si Π_2 y Π_3 son iguales en prototipo y modelo, por la relación funcional tendremos:

$$(\Pi_1)_{\text{real}} = \Phi((\Pi_2)_{\text{real}}, (\Pi_3)_{\text{real}}) = \Phi((\Pi_2)_{\text{lab}}, (\Pi_3)_{\text{lab}}) = (\Pi_1)_{\text{lab}}$$

Reformulando el problema en el mínimo de variables:
Supondremos que la luna es el prototipo (real) y la tierra es el modelo (lab). Para que los experimentos sean similares, necesitamos que dos de los parámetros adimensionales sean los mismos:

$$\frac{(\rho_p)_{\text{real}}\,(r)_{\text{real}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\text{real}}}}{(\mu_f)_{\text{real}}} = \frac{(\rho_p)_{\text{lab}}\,(r)_{\text{lab}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\text{lab}}}}{(\mu_f)_{\text{lab}}}$$

$$\frac{(\rho_f)_{\text{real}}\,(r)_{\text{real}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\text{real}}}}{(\mu_f)_{\text{real}}} = \frac{(\rho_f)_{\text{lab}}\,(r)_{\text{lab}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\text{lab}}}}{(\mu_f)_{\text{lab}}}$$

Un primer ingeniero dice:

Utilicemos el mismo prototipo por simplicidad.

Por tanto se tiene $(r)_{\text{real}} = (r)_{\text{lab}}$ y $(\rho_p)_{\text{real}} = (\rho_p)_{\text{lab}}$ y como consecuencia:

$$\frac{\sqrt{(g)_{\text{real}}}}{(\mu_f)_{\text{real}}} = \frac{\sqrt{(g)_{\text{lab}}}}{(\mu_f)_{\text{lab}}}$$

$$\frac{(\rho_f)_{\text{real}}\sqrt{(g)_{\text{real}}}}{(\mu_f)_{\text{real}}} = \frac{(\rho_f)_{\text{lab}}\sqrt{(g)_{\text{lab}}}}{(\mu_f)_{\text{lab}}}$$

Similaridad

Aplicación

Esto implica que debe utilizarse en el experimento un fluido extremadamente específico, con las siguientes características:

$$(\mu_f)_{\mathrm{lab}} = \sqrt{\frac{(g)_{\mathrm{lab}}}{(g)_{\mathrm{real}}}}\,(\mu_f)_{\mathrm{real}}$$

$$(\rho_f)_{\mathrm{lab}} = (\rho_f)_{\mathrm{real}}$$

Es decir, un fluido con la misma densidad al utilizar en la luna, pero una viscocidad exactamente $\sqrt{9.81/1.66} = 1.81$ veces mayor...

Un segundo ingeniero dice:

Utilicemos el mismo fluido por simplicidad.

Por tanto se tiene $(\mu_f)_{\mathrm{real}} = (\mu_f)_{\mathrm{lab}}$ y $(\rho_f)_{\mathrm{real}} = (\rho_f)_{\mathrm{lab}}$ y como consecuencia:

$$(\rho_p)_{\mathrm{real}} (r)_{\mathrm{real}}^{3/2} \sqrt{(g)_{\mathrm{real}}} = (\rho_p)_{\mathrm{lab}} (r)_{\mathrm{lab}}^{3/2} \sqrt{(g)_{\mathrm{lab}}}$$
$$(r)_{\mathrm{real}}^{3/2} \sqrt{(g)_{\mathrm{real}}} = (r)_{\mathrm{lab}}^{3/2} \sqrt{(g)_{\mathrm{lab}}}$$

Esto implica que debe utilizarse en el experimento un prototipo bastante específico, con las siguientes características:

$$(\rho_p)_{\mathrm{real}} = (\rho_p)_{\mathrm{lab}}$$

$$(r)_{\mathrm{lab}} = (r)_{\mathrm{real}} \left(\frac{(g)_{\mathrm{real}}}{(g)_{\mathrm{lab}}} \right)^{1/3}$$

Es decir, el prototipo debe construirse con la misma densidad pero debe tener un tamaño exactamente $(1.66/9.81)^{1/3} = 0.548$ veces menor...

La velocidad terminal estará dada por

$$(\Pi_1)_{\mathrm{real}} = \frac{(v)_{\mathrm{real}}}{\sqrt{(r)_{\mathrm{real}}\,(g)_{\mathrm{real}}}} = \frac{(v)_{\mathrm{lab}}}{\sqrt{(r)_{\mathrm{lab}}\,(g)_{\mathrm{lab}}}} = (\Pi_1)_{\mathrm{lab}}$$

puesto que $(r)_{\mathrm{lab}} = (r)_{\mathrm{real}} \left(\frac{(g)_{\mathrm{real}}}{(g)_{\mathrm{lab}}}\right)^{1/3}$, se tiene

$$\begin{aligned}(v)_{\mathrm{real}} &= \left(\frac{(r)_{\mathrm{real}}}{(r)_{\mathrm{lab}}}\right)^{1/2} \left(\frac{(g)_{\mathrm{real}}}{(g)_{\mathrm{lab}}}\right)^{1/2} (v)_{\mathrm{lab}} \\ &= \left(\frac{(g)_{\mathrm{real}}}{(g)_{\mathrm{lab}}}\right)^{1/3} (v)_{\mathrm{lab}}\end{aligned}$$

La velocidad a obtener en la luna es $(1.62/9.81)^{1/3} = 0.584$ veces la velocidad que será medida en la tierra. ¿Coincidencia?

Un tercer ingeniero[2] dice:

Realicemos un escalamiento dimensional y decidamos a posteriori.

Sean las nuevas dimensiones:

$$
\begin{aligned}
(L)_{\mathrm{real}} &= s_L\,(L)_{\mathrm{lab}}\\
(M)_{\mathrm{real}} &= s_M\,(M)_{\mathrm{lab}}\\
(T)_{\mathrm{real}} &= s_T\,(T)_{\mathrm{lab}}
\end{aligned}
$$

[2] ex-alumno de MAT244

Luego se tiene simplemente:

$$(v)_{\text{real}} = \frac{s_L}{s_T}\,(v)_{\text{lab}}$$

$$(r)_{\text{real}} = s_L\,(r)_{\text{lab}}$$

$$(\rho_p)_{\text{real}} = \frac{s_M}{s_L^3}\,(\rho_p)_{\text{lab}}$$

$$(\rho_f)_{\text{real}} = \frac{s_M}{s_L^3}\,(\rho_f)_{\text{lab}}$$

$$(\mu_f)_{\text{real}} = \frac{s_M}{s_L s_T}\,(\mu_f)_{\text{lab}}$$

$$(g)_{\text{real}} = \frac{s_L}{s_T^2}\,(g)_{\text{lab}}$$

Elegir 3 variables y fijar las escalas, y resolver sistema para obtener s_L, s_M y s_T.

El primer ingeniero había elegido el mismo dispositivo.
Eso configura de manera única el sistema:

$$s_L = \frac{(r)_{\mathrm{real}}}{(r)_{\mathrm{lab}}} = 1$$

$$\frac{s_M}{s_L^3} = \frac{(\rho_p)_{\mathrm{real}}}{(\rho_p)_{\mathrm{lab}}} = 1$$

$$\frac{s_L}{s_T^2} = \frac{(g)_{\mathrm{real}}}{(g)_{\mathrm{lab}}} = \lambda$$

Con lo cual se obtiene $s_L = 1$, $s_M = 1$ y $s_T = \lambda^{-1/2}$.
Todas las variables quedan automática y únicamente determinadas, en prototipo y modelo.

El segundo ingeniero había elegido el mismo fluido.
Eso configura de manera única el sistema:

$$\frac{s_M}{s_L s_T} = \frac{(\mu_f)_{\text{real}}}{(\mu_f)_{\text{lab}}} = 1$$

$$\frac{s_M}{s_L^3} = \frac{(\rho_f)_{\text{real}}}{(\rho_f)_{\text{lab}}} = 1$$

$$\frac{s_L}{s_T^2} = \frac{(g)_{\text{real}}}{(g)_{\text{lab}}} = \lambda$$

Con lo cual se obtiene $s_L = \lambda^{-1/3}$, $s_M = \lambda^{-1}$ y $s_T = \lambda^{-2/3}$.
Todas las variables quedan automática y únicamente determinadas, en prototipo y modelo.

Similaridad

Aplicación

La igualdad de los parámetros adimensionales se obtiene “gratis”, debido a que dimensiones deben cancelarse:

$$(\Pi_1)_{\mathrm{real}} = \frac{(v)_{\mathrm{real}}}{\sqrt{(r)_{\mathrm{real}}\,(g)_{\mathrm{real}}}} = \frac{(v)_{\mathrm{lab}}}{\sqrt{(r)_{\mathrm{lab}}\,(g)_{\mathrm{lab}}}} = (\Pi_1)_{\mathrm{lab}}$$

$$(\Pi_2)_{\mathrm{real}} = \frac{(\rho_p)_{\mathrm{real}}\,(r)_{\mathrm{real}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\mathrm{real}}}}{(\mu_f)_{\mathrm{real}}} = \frac{(\rho_p)_{\mathrm{lab}}\,(r)_{\mathrm{lab}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\mathrm{lab}}}}{(\mu_f)_{\mathrm{lab}}} = (\Pi_2)_{\mathrm{lab}}$$

$$(\Pi_3)_{\mathrm{real}} = \frac{(\rho_f)_{\mathrm{real}}\,(r)_{\mathrm{real}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\mathrm{real}}}}{(\mu_f)_{\mathrm{real}}} = \frac{(\rho_f)_{\mathrm{lab}}\,(r)_{\mathrm{lab}}^{3/2}\,\sqrt{(g)_{\mathrm{lab}}}}{(\mu_f)_{\mathrm{lab}}} = (\Pi_3)_{\mathrm{lab}}$$

Teorema Π^{-1}

Teorema Π^{-1}

Si un problema requiere

- n variables dimensionales
- k dimensiones independientes

1. Entonces puede reducirse a una relación entre $n - k$ parámetros no dimensionales Π_1, Π_1, ..., Π_{n-k}.
2. Para lograr similitud completa sólo es necesario fijar $n - k - 1$ parámetros adimensionales.
3. Es posible escalar el problema adecuadamente fijando k variables dimensionalmente independientes, y las $n - k$ variables restantes se obtienen a partir de éstas.

Conclusión

El análisis dimensional es una herramienta extremadamente sencilla pero muy poderosa.

- Simplificar un problema a su forma fundamental.
- Presentar e interpretar datos experimentales.
- Analizar problemas que no admiten solución teórica directa.
- Establecer la importancia relativa de distintos componentes de un fenómeno físico.
- Diseñar de experimentos de laboratorio o numéricos.