



OLYMPIC TIN HỌC SINH VIÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
LẦN THỨ XVIII-2021
Khởi thi: Cá nhân Siêu Cúp
Thời gian làm bài: 180 phút
Ngày thi: 26-12-2021



Tên bài	Tên file chương trình	Thời gian cho mỗi test
Lá cờ đẹp	TRIFLAG.*	1 giây
Tẩu thoát	ESCAPE.*	1 giây
Lún đường	PRESSURE.*	1 giây
Dãy ước số nguyên tố cùng nhau	DIVISORS.*	1 giây
Tạo xâu	ADDCUTSTR.*	1 giây

Dấu * được thay thế bởi C, CPP hoặc JAVA của ngôn ngữ được sử dụng tương ứng là C, C++ hoặc Java.

Hãy lập trình giải các bài sau đây:

Bài 1 - Lá cờ đẹp

Trên mặt phẳng Oxy , cho n điểm. Steve tìm cách nối 3 điểm phân biệt với nhau để tạo thành một lá cờ tam giác. Một lá cờ được gọi là đẹp nếu thỏa các tính chất sau:

- Là tam giác vuông cân.
- Có ít nhất 1 cạnh song song với trục Ox hoặc Oy .
- Các cạnh của lá cờ không chứa bất kỳ điểm nào khác.



Yêu cầu: Đếm số lượng lá cờ đẹp khác nhau có thể tạo được từ n điểm. Hai lá cờ được gọi là khác nhau nếu tồn tại 1 đỉnh thuộc lá cờ này và không thuộc lá cờ còn lại.

Dữ liệu:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên $n (1 \leq n \leq 10^5)$ – số điểm trong mặt phẳng.
- Dòng thứ i trong n dòng tiếp theo chứa 2 số nguyên $x_i, y_i (|x_i|, |y_i| \leq 10^6)$. Dữ liệu đảm bảo không có 2 điểm trùng nhau.

Kết quả:

- Ghi ra một số nguyên là số lượng lá cờ đẹp nối được.

Ví dụ:

Dữ liệu đầu vào	Dữ liệu đầu ra
6 0 0 2 0 2 1 1 1 1 2 0 2	5

Bài 2 - Tẩu thoát

Một tên trộm đột nhập vào một trung tâm thương mại n tầng. Sau khi đánh cắp được 1 số tài sản khá lớn, hắn tìm đường để lên sân thượng, nơi có máy bay trực thăng đang đợi để tẩu thoát.

Các tầng của trung tâm thương mại được đánh số từ 1 đến n với 1 là tầng trệt ở mặt đất và sân thượng ở tầng $n + 1$. Robot an ninh đang ở mặt đất và đuổi theo tên trộm. Tên trộm trang bị súng laser nên có thể làm tê liệt tạm thời robot nếu cả 2 chạm trán cùng tầng. Tuy nhiên do kết cấu đặc biệt của tòa nhà khiến cho năng lượng và hiệu quả của súng laser bị ảnh hưởng. Cụ thể, ở tầng thứ i ($1 \leq i \leq n$), nếu tên trộm bắn k phát súng sẽ tiêu tốn $k \times q_i$ đơn vị năng lượng và robot đứng yên trong $k \times t_i$ đơn vị thời gian. Sau thời gian bị tê liệt thì robot hồi tỉnh và tiếp tục đuổi theo tên trộm.

Tốc độ chạy của tên trộm mỗi đơn vị thời gian lên được 1 tầng lầu, robot có tốc độ chạy mỗi đơn vị thời gian lên được 2 tầng lầu. Khi cả hai chạm trán cùng tầng với nhau, tên trộm buộc phải bắn súng để làm tê liệt robot, nếu không hắn sẽ bị bắt giữ và không thể chạy tiếp cũng như không thể sử dụng súng được nữa. Để có thể trốn thoát được, tên trộm phải đến sân thượng (tầng $n + 1$) trước robot.

Yêu cầu: Cho biết tổng năng lượng nhỏ nhất để tên trộm có thể trốn thoát.

Dữ liệu:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^5$).
- Dòng thứ i trong n dòng tiếp theo chứa 2 số nguyên q_i, t_i ($1 \leq q_i \leq 10^9; 1 \leq t_i \leq 3$).

Kết quả:

- Ghi ra một số nguyên là tổng năng lượng nhỏ nhất để trốn thoát.

Ví dụ:

Dữ liệu đầu vào	Dữ liệu đầu ra
3 5 1 1 1 5 2	10

Giải thích: Ở thời điểm bắt đầu (thời điểm 0), tên trộm bắn 1 phát súng ở tầng 1, tốn 5 đơn vị năng lượng và robot bị tê liệt trong 1 đơn vị thời gian. Ở thời điểm thứ 2, tên trộm và robot chạm trán ở tầng 3, tên trộm tiếp tục bắn 1 phát súng, tốn 5 đơn vị năng lượng và robot bị tê liệt trong 2 đơn vị thời gian, đủ để tên trộm trốn thoát lên tầng 4.

Bài 3 - Lún đường

Công ty *ABC* vừa thi công xong con đường gồm m đoạn. Trước khi đưa vào sử dụng, công ty có ý định nhờ các đơn vị vận tải chạy thử nghiệm trên một số đoạn đường. Có n đơn vị sẵn sàng hợp tác thử nghiệm. Tuy nhiên, để tiện công việc vận tải, đơn vị thứ i khi thử nghiệm sẽ thực hiện trên đoạn đường từ đoạn l_i tới đoạn r_i và tạo áp lực rất lớn, có thể gây ra một độ lún p_i lên tất cả các đoạn đường đó.

Lãnh đạo công ty *ABC* muốn tất cả các đoạn đường đều được thử nghiệm, tuy nhiên lại không muốn một đoạn đường nào đó phải chịu áp lực quá lớn và lún quá sâu. Vì vậy, cần lựa chọn phương án sao cho độ lún lớn nhất trên một đoạn đường là nhỏ nhất có thể. Chú ý rằng, độ lún một đoạn bằng tổng độ lún của tất cả các đơn vị thử nghiệm sử dụng và tác động lên đoạn đó.

Yêu cầu: Hãy xác định giá trị độ lún lớn nhất tác động lên một đoạn trong phương án tìm được.

Dữ liệu:

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên n, m ($n \leq 10^5$; $m \leq 10^9$)
- n dòng tiếp, dòng thứ i chứa 3 số nguyên dương l_i, r_i, p_i ($1 \leq l_i \leq r_i \leq m$; $p_i \leq 10^9$).

Kết quả:

- Đưa ra giá trị độ lún lớn nhất trên một đoạn trong phương án tối ưu tìm được.
Ghi ra -1 trong trường hợp không tồn tại phương án thỏa mãn thử nghiệm được tất cả các đoạn đường.

Ví dụ:

Dữ liệu đầu vào	Dữ liệu đầu ra
4 6 1 2 4 2 3 3 1 4 8 4 6 2	7

Giải thích: Lựa chọn các đơn vị 1, 2, 4 chạy thử nghiệm.

Ràng buộc:

- 20% số test có $n \leq 10$
- 30% số test có $n \leq 2000$
- 50% số test có $n \leq 10^5$

Bài 4 - Dãy ước số nguyên tố cùng nhau

Bộ k số nguyên dương (a_1, a_2, \dots, a_k) được gọi là chuẩn hóa k của số n nếu thỏa mãn các điều kiện:

- Với mỗi $1 \leq i \leq k$ số a_i đều là ước của số n ,
- $a_1 < a_2 < \dots < a_k$,
- Các số a_i và a_{i+1} là nguyên tố cùng nhau với mọi $1 \leq i \leq k - 1$,
- Tích $a_1 \times a_2 \times \dots \times a_k < n$.

Ví dụ: (2, 9, 10) là bộ dữ liệu chuẩn hóa với $n = 360$.

Yêu cầu: Cho n và $(2 \leq n \leq 10^8; 2 \leq k \leq 10)$. Hãy xác định số lượng bộ dữ liệu chuẩn hóa k của số n .

Dữ liệu:

- Gồm một dòng chứa 2 số nguyên n và k .

Kết quả:

- Ghi ra một số nguyên – số lượng bộ dữ liệu chuẩn hóa.

Ví dụ:

Dữ liệu đầu vào	Dữ liệu đầu ra
90 3	16

Ghi chú: 60% số tests có $k = 2$, trong đó 30% số tests có $k = 2$ và $n \leq 1000$.

Bài 5 - Tạo xâu

Cho tập n xâu w_1, w_2, \dots, w_n và m số a_1, a_2, \dots, a_m . Từ xâu S , ta có thể sinh ra xâu khác bằng các thao tác thuộc 2 loại sau:

- Thêm xâu w_i vào cuối xâu S
- Xóa đúng a_j ký tự của cuối xâu S . Nếu $|S| < a_j$, xâu sẽ bị xóa thành xâu rỗng.

Yêu cầu: Cho xâu T , xuất phát từ xâu rỗng, hãy xác định xâu T có thể sinh ra hay không?

Dữ liệu:

- Dòng đầu chứa 2 số nguyên dương $n, m (n \leq 10^5)$
- n dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa xâu w_i
- m dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa số nguyên dương $a_i (a_i \leq 10^6)$
- Dòng tiếp là số nguyên dương Q - số truy vấn ($Q \leq 10^5$).
- Q dòng cuối, mỗi dòng chứa 1 xâu T xác định truy vấn.

Kết quả:

- Đưa ra Q dòng, mỗi dòng đưa ra “Yes/No” là câu trả lời tương ứng với truy vấn trong dữ liệu đầu vào.

Ví dụ:

Dữ liệu đầu vào	Dữ liệu đầu ra
2 1	Yes
bba	Yes
abacaba	Yes
2	No
4	
b	
ababbab	
abacabba	
caba	

Ràng buộc: Gọi $SW = \sum |w_j|, ST = \sum |T|$

- 20% số test có $m = 1, a_1 = 1, SW, ST \leq 10^3$
- 20% số test khác có $SW, ST \leq 10^3$
- 30% số test khác có $SW, ST \leq 10^5$
- 30% số test còn lại có $SW, ST \leq 10^6$

----- Hết -----