Type de données Partition

NB : Les différentes applications devront mettre en valeur le type 'partition'.

utf8 et imports

In [2]:

```
#coding: utf-8

import numpy as np
from graphviz import Digraph, Graph
import random
import numpy as np
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt
from PIL import Image, ImageEnhance, ImageFilter

print("Imported")
```

```
Imported
```

Une fonction qui renvoie un mélange d'une liste

La fonction mélange prend une liste L en entrée, et un entier n optionnel.

Elle renvoie un mélange équiprobable de L si n n'est pas précisé, et une liste de n éléments distincts pris dans L de façon aléatoire sinon.

NB : le but n'est pas d'appeler une fonction d'une bibliothèque mais de trouver un algorithme répondant à cette question, le seul outil aléatoire autorisé est la fonction `random.randint`

In [3]:

```
def melange(L, n = -1):
    if n < 0:
        n = len(L)
    out = L.copy()
    for i in range(len(L)):
        swap_addr = random.randint(0, len(L) - 1)
        out[i], out[swap_addr] = out[swap_addr], out[i]
    return out[:n]
```

In [4]:

```
L1 = [1,2,3,6,15]
L1_m = melange(L1)
L1_m3 = melange(L1, 3)

print(L1)
print(L1_m)
print(L1_m3)
```

```
[1, 2, 3, 6, 15]
[3, 6, 2, 15, 1]
[6, 1, 15]
```

Implémentation du type Partition Méthode 1

In [5]:

```
class PartitionEntiers:

    def __init__(self, n = 0):
        self.representant = list(range(n))
        self.nb_elt = n

    def ajouter(self):
        self.representant.append(self.nb_elt)
        self.nb_elt += 1

    def trouver_representant(self, k):
        return self.representant[k]

    def trouver_classe(self, k):
        r_k = self.trouver_representant(k)
        return [i for i in range(self.nb_elt) if self.trouver_representant(i) == r_k]

    def fusionner(self, k, l):
        r_k = self.trouver_representant(k)
        r_l = self.trouver_representant(l)

        for i in range(self.nb_elt):
            if self.representant[i] == r_l :
                self.representant[i] = r_k

    def lister_partition(self):
        part = [[] for _ in range(self.nb_elt)]

        for i in range(self.nb_elt) :
            part[self.trouver_representant(i)].append(i)



        return [c for c in part if len(c) != 0]

    def dessiner(self):
        dot = Graph()

        for i in range(self.nb_elt):
            dot.node(str(i))

        for i in range(self.nb_elt):
            dot.edge(str(i), str(self.trouver_representant(i)))

        display(dot)
```

Test méthode 1

In [6]:

```
tmp = PartitionEntiers(10)
tmp.dessiner()
tmp.ajouter()
tmp.fusionner(0, 1)
tmp.dessiner()
tmp.fusionner(2, 3)
tmp.fusionner(1, 3)
tmp.dessiner()
tmp.fusionner(4, 5)
tmp.fusionner(6, 7)
tmp.dessiner()
print(tmp.lister_partition())
tmp.fusionner(4, 7)
tmp.fusionner(2, 6)
tmp.dessiner()
```

```
print(tmp.trouver_classe(3))
print(tmp.trouver_representant(3))
```

```
[[0, 1, 2, 3], [4, 5], [6, 7], [8], [9], [10]]
```

```
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]
0
```

Implémentation des types Partition Méthode 2

In [7]:

```
class PartitionEntiers2:
    def __init__(self, n = 0):
        self.mere = list(range(n))
        self.hauteurs = [0] * n
        self.nb_elements = n

    def ajouter(self):
        self.mere.append(self.nb_elements)
        self.hauteurs.append(0)
        self.nb_elements += 1

    def trouver_representant(self, k):
        while k != self.mere[k]:
            k = self.mere[k]
        return k

    def trouver_classe(self, k):
        r_k = self.trouver_representant(k)
        return [i for i in range(self.nb_elements) if self.trouver_representant(i) == r_
k]

    def fusionner(self, k, l):
        r_k = self.trouver_representant(k)
        r_l = self.trouver_representant(l)
        h_k = self.hauteurs[r_k]
        h_l = self.hauteurs[r_l]
        if h_k < h_l:
            self.mere[r_k] = r_l
        elif h_l < h_k:
            self.mere[r_l] = r_k
        else:
            self.mere[r_k] = r_l
            self.hauteurs[r_l] += 1

    def lister_partition(self):
        part = [[] for _ in range(self.nb_elements)]
        for i in range(self.nb_elements):
            part[self.trouver_representant(i)].append(i)
        return [c for c in part if len(c) > 0]

    def dessiner(self):
```

```
        dot = Graph()
        for i in range(self.nb_elements):
            dot.node(str(i))
        for i in range(self.nb_elements):
            dot.edge(str(i), str(self.mere[i]))
        display(dot)
```

Test méthode 2

In [8]:

```
tmp = PartitionEntiers2(10)
tmp.dessiner()


tmp.fusionner(0, 1)
tmp.dessiner()

tmp.fusionner(2, 1)
tmp.dessiner()

tmp.fusionner(3, 4)
tmp.fusionner(3, 0)
tmp.dessiner()

tmp.fusionner(5, 6)
tmp.fusionner(7, 8)
tmp.fusionner(5, 8)
tmp.dessiner()
print(tmp.lister_partition())
tmp.fusionner(7, 4)
tmp.dessiner()
```

```
[[0, 1, 2, 3, 4], [5, 6, 7, 8], [9]]
```

Outil : graphes

Graphe non orienté

Un graphe non orienté sera ici représenté par un couple :

- **liste des sommets**
- **liste des arrètes**

L'arrête qui relie les sommets A et B est le couple (i, j) où i et j sont respectivement les indices de A et B dans la liste des sommets. Le fait que le graphe soit non orienté sera implémenté en ne considérant que des arêtes (i, j) avec $j < i$.

Création d'un graphe aléatoire

Ecrire une fonction qui renvoie un graphe non orienté aléatoire de n noeuds et p arêtes.

In [9]:

```
def graph(nbVertices, nbEdges):
    if nbVertices < 27:
        mot = "A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z"
        vertices = mot.split(" ")
        vertices= vertices[:nbVertices]
    else:
        vertices = ["A"+str(i) for i in range(nbVertices)]

    edges = [(j,i) for i in range(nbVertices) for j in range(i)]
    edges = melange(edges)
    edges = edges[:nbEdges]

    return (vertices,edges)
```

Représentation du graphe

Ecrire une fonction qui représente, grâce au module *graphviz*, un graphe non orienté.

In [10]:

```
def drawGraph(g):
    dot = Graph()
    vertices, edges = g
    for v in vertices:
        dot.node(v)
    for e in edges:
        startIndex,endIndex = e
        start = vertices[startIndex]
        end = vertices[endIndex]
        dot.edge(str(start), str(end))

    display(dot)
```

In [11]:

```
g = graph(24, 18)

drawGraph(g)
```

Graphe valué

Un graphe orienté valué sera ici représenté par un couple :

- **liste des sommets**
- **liste des arcs valuées**

L'arc valué de A vers B avec une valuation v est le triplet (i, j, v) où i et j sont respectivement les indices de A et B dans la liste des sommets.

Création du graphe orienté valué

Ecrire une fonction qui renvoie un graphe orienté valué aléatoire de n noeuds et p arêtes. Les valuations seront des entiers alétoires dans $[1..10]$.

In [12]:

```python
def valuedGraph(nbVertices, nbEdges):
    if nbVertices < 27:
        mot = "A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z"
        vertices = mot.split(" ")
        vertices= vertices[:nbVertices]
    else:
        vertices = ["A"+str(i) for i in range(nbVertices)]

    edges = [(j,i,random.randint(1,10)) for i in range(nbVertices) for j in range(i)]
    edges = melange(edges)
    edges = edges[:nbEdges]


    return (vertices,edges)
```

Représentation d'un graphe orienté valué

Ecrire une fonction qui représente, grâce au module *graphviz*, un graphe orienté valué.

In [13]:

```python
def drawValuedGraph(vg):
    dot = Digraph()

    vertices, edges = vg
    for v in vertices:
        dot.node(v)
    for e in edges:
        startIndex,endIndex,weight = e
        start = vertices[startIndex]
        end = vertices[endIndex]
        dot.edge(str(start), str(end), label=str(weight))

    display(dot)
```

In [14]:

```python
vg = valuedGraph(10, 18)

drawValuedGraph(vg)
print(vg)
```

```
(['A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F', 'G', 'H', 'I', 'J'], [(1, 3, 2), (4, 5, 1), (0, 4, 7), (4
, 7, 6), (1, 2, 5), (5, 6, 2), (7, 9, 10), (3, 6, 8), (0, 9, 7), (3, 8, 1), (1, 8, 7), (1,
6, 2), (1, 4, 7), (5, 9, 2), (6, 9, 2), (0, 3, 8), (0, 5, 10), (2, 4, 10)])
```

Composantes connexes d'un graphe non orienté

Calculer les composantes connexes d'un graphe non orienté.

In [15]:

```python
def connectedComponents(g):
    sommets, aretes = g
    p = PartitionEntiers2(len(sommets))

    for d, a in aretes :
        p.fusionner(d, a)

    return [[sommets[i] for i in c] for c in p.lister_partition()]
```

In [16]:

```python
print(connectedComponents(g))
```

```
[['B'], ['D'], ['E'], ['R'], ['A', 'C', 'F', 'G', 'H', 'J', 'L', 'M', 'N', 'O', 'P', 'Q',
'S', 'T', 'W'], ['K', 'U'], ['V'], ['I', 'X']]
```

Arbre couvrant de poids minimal

Calculer un arbre couvrant de poids minimal d'un graphe orienté valué.

On pourra considérer qu'il existe un sommet virtuel, relié à tous les autres sommets par un arc de poids gigantesque (ce qui résoud le problème d'absence d'arbre couvrant dans le graphe de départ).

In [17]:

```
def connectedComponentsW(g):
    sommets, aretes = g
    p = PartitionEntiers2(len(sommets))

    for d, a, _ in aretes :
        p.fusionner(d, a)

    return [[sommets[i] for i in c] for c in p.lister_partition()]

def minimumSpanningTree(g):
    # Trier les arêtes par coût croissant
    V, E = g
    Es = sorted(E, key=lambda arc: arc[2])
    T = [V, []]

    # Parcourir chaque arête par coût croissant, si l'arête crée une nouvelle composante
connexe, l'ajouter à l'arbre
    for arc in Es:
        prev = connectedComponentsW(T)
        T_tmp = (V, T[1] + [arc])
        new = connectedComponentsW(T_tmp)
        if len(prev) > len(new):
            T[1] = T[1] + [arc]

    return T
```

In [18]:

```
display(minimumSpanningTree(vg))
drawValuedGraph(minimumSpanningTree(vg))
```

```
[['A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F', 'G', 'H', 'I', 'J'],
 [(4, 5, 1),
  (3, 8, 1),
  (1, 3, 2),
  (5, 6, 2),
  (1, 6, 2),
  (5, 9, 2),
  (1, 2, 5),
  (4, 7, 6),
  (0, 4, 7)]]
```

Création d'un labyrynthe

Soit un rectangle de dimensions entières n x p. Construire un labyrinthe aléatoire respectant la contrainte : pour tout couple de case (u,v), il existe un et un seul chemin menant de u à v.

Le côté aléatoire devra, sans preuve demandée, générer un labyrynthe de façon équiprobable parmi tous les labyrynthes respectant la contrainte imposée.

Le labyrynthe devra être représenté graphiquement.

Avant de commencer : comment appelle-t-on un graphe non orienté vérifiant "pour tout couple de sommets (u,v), il existe un et un seul chemin reliant u et v" NB : La solution proposée doit mettre en oeuvre le type Partition.

Idée

- **On considère le graphe non orienté dont les sommets sont les cases du rectangle, ce graphe est sans aucune arête.**
- **On construit la liste des arêtes possibles, c'est à dire la liste des couples de sommets u et v tels que u et v sont voisins sur la carte (4-connexité).**
- **On crée une partition des sommets, où chaque classe ne contient qu'un sommet.**
- **On mélange la liste des arêtes possibles.**
- **On considère successivement chacune des arêtes (u, v) de la liste mélangée ; si u et v sont dans la même composante connexe, alors on ne fait rien, sinon on fusionne la classe de u et la classe de v et on ajoute l'arête (u, v) au graphe.**

In [ ]:

```

```

In [19]:

```
def labGetIndex(x, y, nbRows, nbColumns):
    return x * nbRows + y

def createLab(nbRows = 10, nbColumns = 30):
    g = graph(nbRows * nbColumns, 0)
    edges = []
    for x in range(nbColumns):
        for y in range(nbRows):
            i = labGetIndex(x, y, nbRows, nbColumns)
            if x > 0:
                edges.append([i, labGetIndex(x - 1, y,     nbRows, nbColumns)])
            if y > 0:
                edges.append([i, labGetIndex(x    , y - 1, nbRows, nbColumns)])
    edges = melange(edges)
    p = PartitionEntiers2(nbRows * nbColumns)
    for e in edges:
        u, v = e
        ru = p.trouver_representant(u)
        rv = p.trouver_representant(v)
        if ru != rv:
            p.fusionner(u, v)
            g[1].append(e)
    return g
```

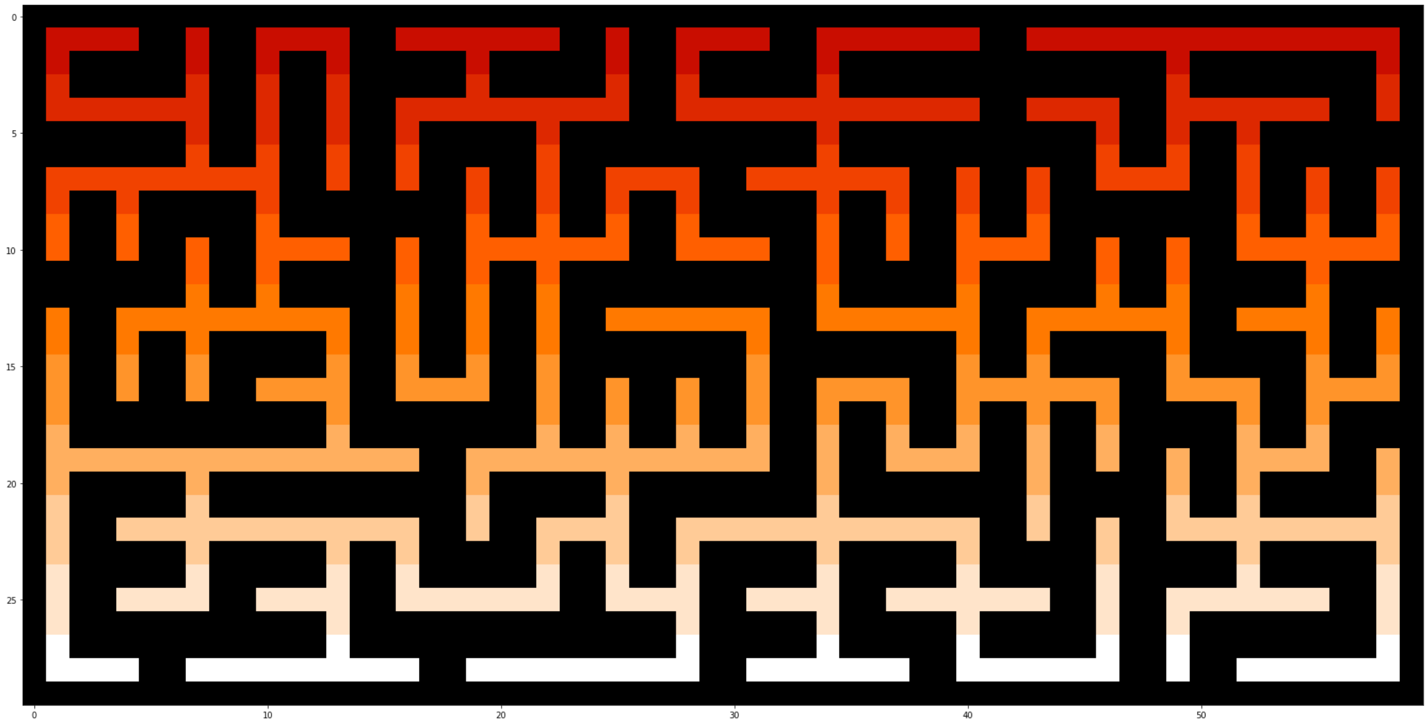
In [20]:

```
def drawLab(lab, nbRows, nbColumns):
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(nbRows * 3, nbColumns * 3))
    image = [[0 for x in range(nbColumns * 3)] for y in range(nbRows * 3)]
    edges = [[False for i in range(nbColumns * nbRows)] for j in range(nbColumns * nbRow
s)]
    for e in lab[1]:
        edges[e[0]][e[1]] = True
        edges[e[1]][e[0]] = True
    for x in range(nbColumns):
        for y in range(nbRows):
            i = labGetIndex(x, y, nbRows, nbColumns)
            image[y * 3 + 1][x * 3 + 1] = 1 + y / nbRows
            if x > 0 and edges[i][labGetIndex(x - 1, y, nbRows, nbColumns)]:
                image[y * 3 + 1][x * 3] = 1 + y / nbRows
            if y > 0 and edges[i][labGetIndex(x, y - 1, nbRows, nbColumns)]:
                image[y * 3][x * 3 + 1] = 1 + y / nbRows
```

```
            if x < nbColumns - 1 and edges[i][labGetIndex(x + 1, y, nbRows, nbColumns)]:
                image[y * 3 + 1][x * 3 + 2] = 1 + y / nbRows
            if y < nbRows - 1 and edges[i][labGetIndex(x, y + 1, nbRows, nbColumns)]:
                image[y * 3 + 2][x * 3 + 1] = 1 + y / nbRows
    ax.imshow(image,cmap='gist_heat')
```

In [21]:

```
lab = createLab(10, 20)
drawLab(lab, 10, 20)
```



Segmentation d'image (Partie 1)

1. fonction `formesConnexes`

Synopsis

- **Une image en noir et blanc étant donnée, construire les images des composantes connexes par arc extraites de cette image.**

Vocabulaire

- **une forme est connexe par arc ssi pour tout couple de points u,v à l'intérieur de la forme, il existe un arc ne quittant pas la forme reliant u et v**
- **une composante connexe d'une image est une forme connexe maximale**

Entrés / Sorties

- **Entrée**
  - **une matrice 2D dont les valeurs sont dans {0, 1}**
- **Sortie**
  - **une liste de composantes connexes, une composante connexe étant une liste des coordonnées des points qui la composent**

NB

- **On se placera en 4-connexité, c'est à dire que les points jouxtant (i, j) sont $(i+1, j), (i-1, j), (i, j+1), (i, j-1)$, c'est à dire que l'on ne considérera pas les diagonales.**

In [22]:

```
def formesConnexes(im):
    p = PartitionEntiers2(len(im) * len(im[0]))
    for i in range(len(im)):
        for j in range(len(im[1])):
            if i > 0 and im[i-1][j] == im[i][j]:
                p.fusionner(i + j * len(im), (i-1) + j * len(im))
            if j > 0 and im[i][j-1] == im[i][j]:
                p.fusionner(i + j * len(im), i + (j-1) * len(im))
    lp = p.lister_partition()
    return [[[item % len(im), item // len(im)] for item in lpi] for lpi in lp if len(lpi
) > 0 and im[lpi[0] % len(im)][lpi[0] // len(im)] == 1]
```

In [23]:

```
im_1 = [[0, 0, 1, 0, 0], [0, 1, 1, 1, 0], [0, 0, 1, 0, 0]]

fc_1 = formesConnexes(im_1)
display(fc_1)
```

```
[[[1, 1], [0, 2], [1, 2], [2, 2], [1, 3]]]
```

2. fonction `composanteVersImage`

Entrées

- (n,p) **un couple d'entiers non nuls**
- L **une liste de couples d'entiers, où pour** $\forall (i,j) \in L, 0 \leq i < n, \text{ et } 0 \leq j < p$

Sortie

- im **une matrice 2D de dimensions** (n,p) **d'éléménts dans {0, 1} tel que** $\forall (i,j) \in [0..n-1] \times [0..p-1], t[i,j]$
  $= 0 \text{ ssi } (i,j) \in L$

In [24]:

```
def composanteVersImage(dim, component):
    im = [[0 for i in range(dim[1])] for j in range(dim[0])]
    for i, j in component:
        im[i][j] = 1
    return im
```

In [25]:

```
im_2 = composanteVersImage((3, 5), fc_1[0])

display(im_2)
```

```
[[0, 0, 1, 0, 0], [0, 1, 1, 1, 0], [0, 0, 1, 0, 0]]
```

3. Procedure `afficheImages`

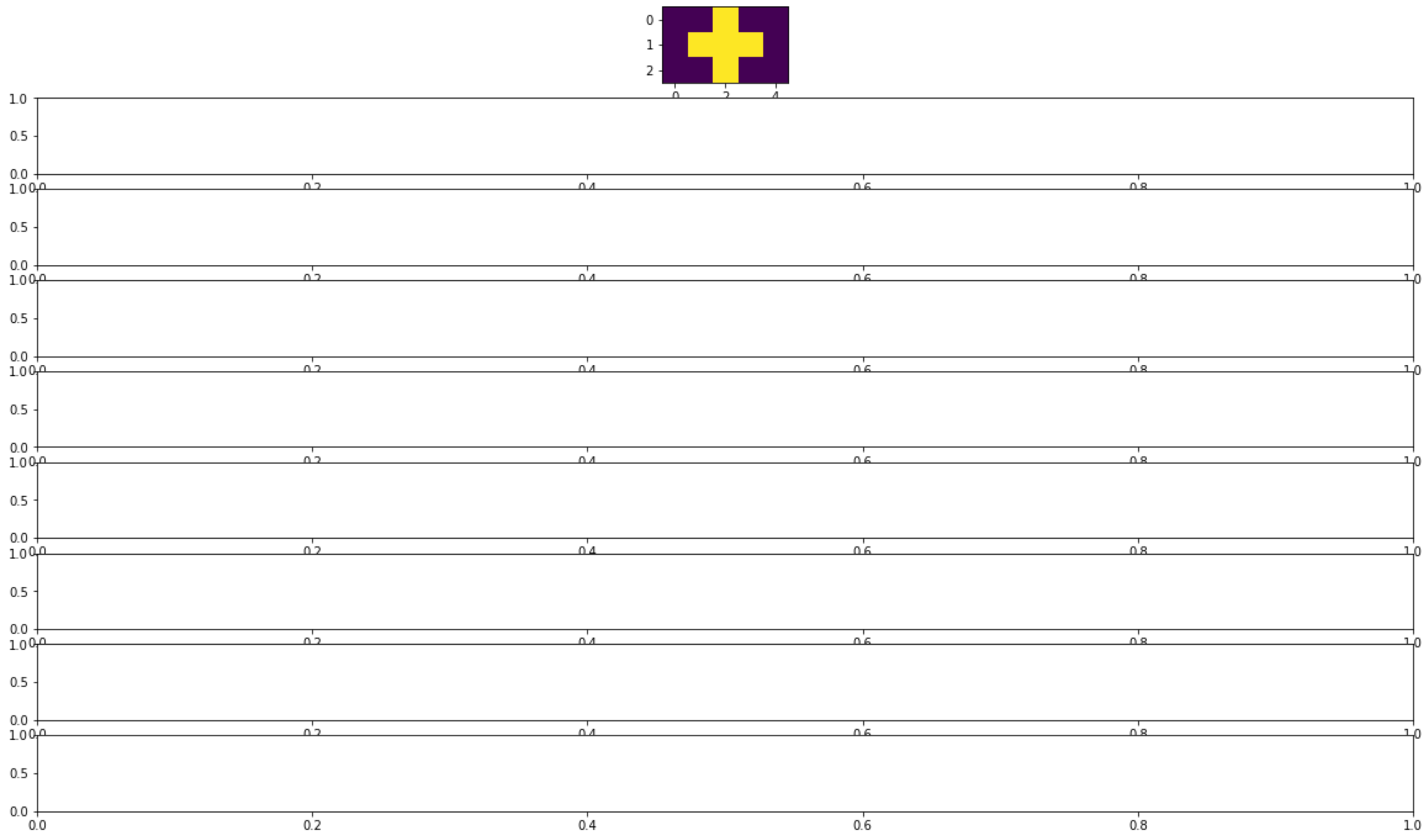
Ecrire une procédure prenant en entrée une liste d'images et qui en réalise un affichage propre, sous forme d'un tableau d'images.

In [33]:

```
def afficheImages(listeImages,  nb_max_images = 9, figsize = (20,12)):
    i = max(len(listeImages), nb_max_images)
    fig, ax = plt.subplots(i, 1, figsize=figsize)
    for i in range(len(listeImages)):
        ax[i].imshow(listeImages[i])
```

In [34]:

```
afficheImages([im_2])
```



4. Segmentation d'une image : isoler les mots

- **Charger l'image de la base de données 'borges2',**
- **lui appliquer un flou, (bibliothèque PIL) ; la force du flou est à règler par tatonnement,**
- **seuiller l'image (choisir par tatonnement un seuil, puis pour tout pixel si sa luminosité est inférieure au seuil, 1, sinon 0),**
- **calculer les formes connexes de l'image seuillée,**
- **utiliser les images correspondant à ses composantes comme filtres de sélection sur l'image de départ,**
  --> avec les bons seuils, on obtient (dans un monde idéal) autant d'images qu'il y a de mots dans le texte de l'image, avec sur chaque image exactement un mot.

NB : il est possible d'améliorer le résultat en améliorant les traitements réalisés sur l'image avant le calcul des composantes connexes.
NB2 : les composantes connexes de trop petites taille sont peu intéressantes.

In [28]:

```
def treatment(im):
    out = im.filter(ImageFilter.SMOOTH_MORE)
    return out
```

In [29]:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from PIL import Image, ImageEnhance, ImageFilter

originalImage = Image.open("../input/borges2/lab.png")
width, height = originalImage.size
myOriginalImage = originalImage.getdata()
myOriginalImage = np.asarray(myOriginalImage).reshape([height, width, 4])
myOriginalImage = np.array([[pixel[:3] for pixel in line] for line in myOriginalImage],
dtype = np.uint8)

fig, ax = plt.subplots(figsize=(20, 15))
ax.imshow(myOriginalImage,cmap='gray')
```

Out[29]:

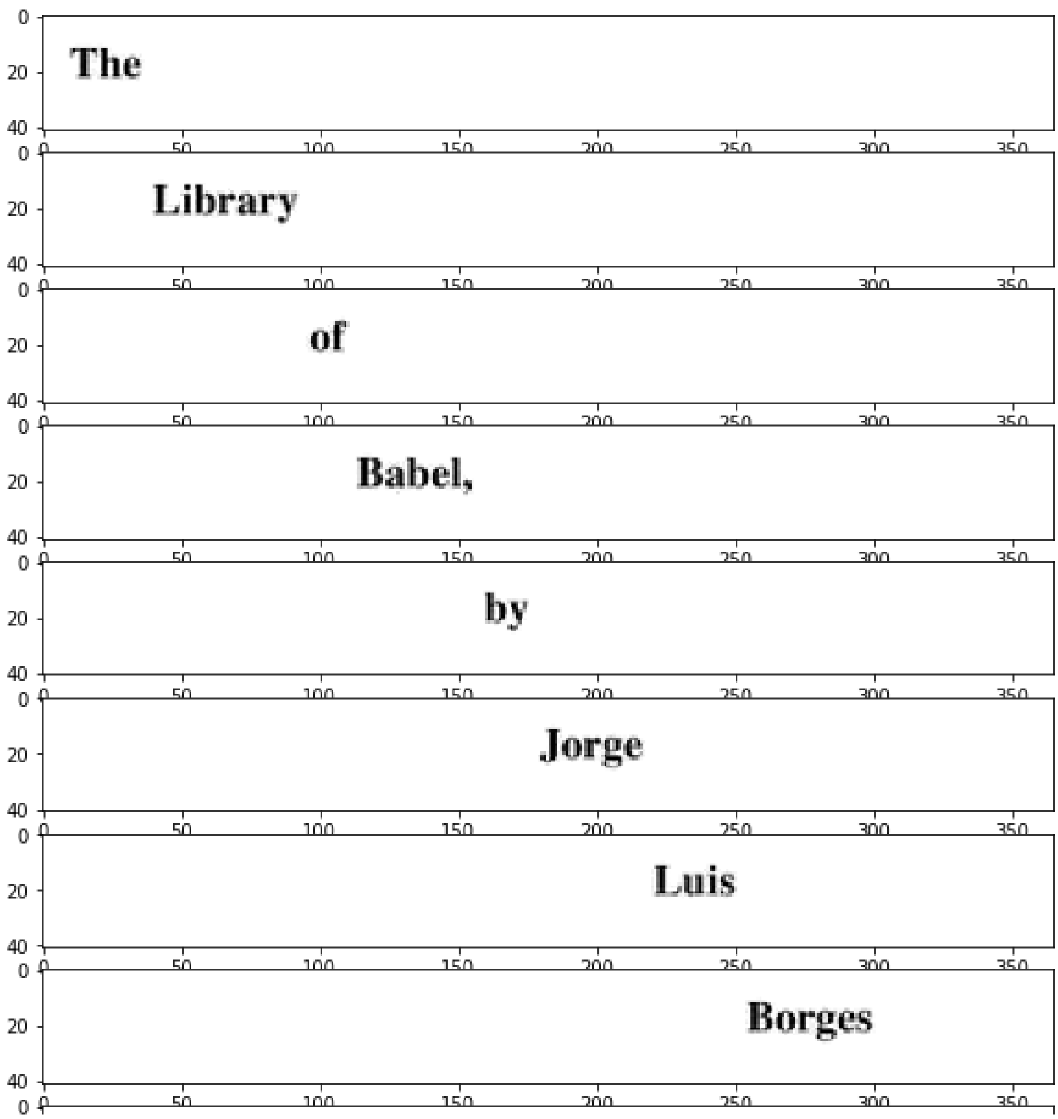
<matplotlib.image.AxesImage at 0x7fa5af392a20>

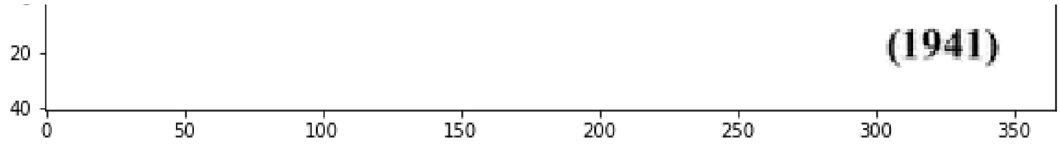
In [36]:

```
myWorkImage = Image.open("../input/borges2/lab.png")
# ICI, on peut placer des traitements de PIL sur l'image myWorkImage
myWorkImage = treatment(myWorkImage)

myImage = myWorkImage.getdata()
myImage = np.asarray(myImage).reshape([height, width, 4])
luminosity = np.array([[np.mean(pixel[:3]) for pixel in line] for line in myImage], dtyp
e = np.uint8)
```

In [38]:

```
luminosityThreshold = 240
composentThreshold = 10

im = [[0 if l >= luminosityThreshold else 1 for l in r] for r in luminosity]
dim = [len(im), len(im[0])]
fcs = formesConnexes(im)
ims = [composanteVersImage(dim, c) for c in fcs if len(c) > composentThreshold]
ims = [[[myOriginalImage[y][x] if im[y][x] > 0 else [255, 255, 255] for x in range(len(i
m[y]))] for y in range(len(im))] for im in ims]
afficheImages(ims)
```





Segmentation dune image (Partie 2), non demandée

Cette application a pour but de réaliser une segmentation multi échelle d'une image. A une échelle donnée, l'image est segmentée en classes. Les pixels sont les éléments à ranger dans les classes, les pixels étant définis par des couples (position, couleur). Au départ, chaque classe correspond exactement à un pixel. Au fur et à mesure de l'algorithme, les classes sont fusionnées. Une fois les classes finales calculées, une couleur est associée à chaque classe (par exemple la moyenne ou la médiane des couleurs de la classe), et l'image est affichée avec ces nouvelles couleurs.

Il existe plusieurs façons classiques de procéder à la fusion des classes 1) Décider de la fonction de distance entre deux pixels ; par exemple choisir la somme des valeurs absolues des écarts sur chacune des trois composantes - Rouge, Vert, Bleu - 2) Décider de la fonction de voisinage ; par exemple, deux classes sont voisinnes ssi elles ont au moins un pixel qui se 'touche' en 4-connexité 2) Décider de la règle de fusion

- **min : une classe fusionne avec une classe voisinne ssi la distance minimale entre les pixels de chaque classe est inférieure à un seuil**
- **max : une classe fusionne avec une classe voisinne ssi la distance maximale entre les pixels de chaque classe est inférieure à un seuil**
- **moyen : une classe fusionne avec une classe voisinne ssi la distance entre les moyennes des pixels de chaque classe est inférieure à un seuil**

Au lieu de procéder en utilisant un seuil, il est possible de réaliser les fusions de façon itérative, en choisissant à chaque itération une fusion de coût minimale.

In [ ]:

```

```